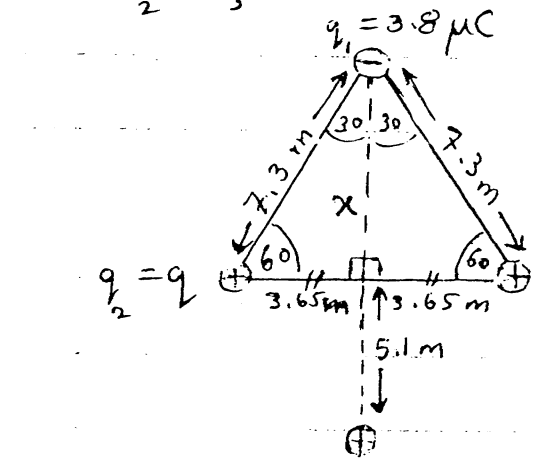
• تمرين : في الشكل التالي ، إذا علمت أن المثلث متساوي الأضلاع ، و محصلة القوى المؤثرة على الشحنة (q_4) تساوي صفراً . أوجد قيمة (q) علماً بأن $(q_2 = q_3 = q)$.



• الحل :

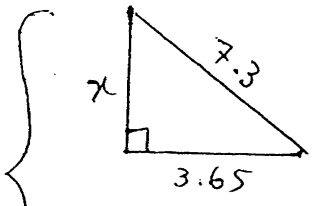
$$\because F = k\frac{q_1 q_2}{r^2}$$

$$F_{41} = 9\times10^{9}\frac{(3\times10^{-6})(3.8\times10^{-6})}{(6.32+5.1)^2}$$

$$\therefore F_{41} = 7.867\times10^{-4}\ (N)$$

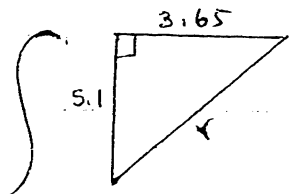
$$F_{42} = 9\times10^{9}\frac{(3\times10^{-6})(q)}{(6.27)^2} = F_{43}$$

$$F_{42} = F_{43} = 686.797\,q\ (N)$$



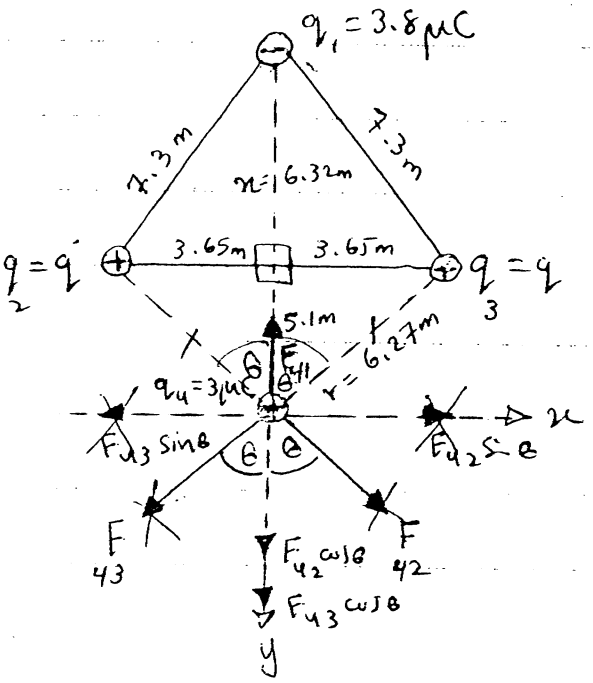
$$x = \sqrt{(7.3)^2 - (3.65)^2}$$

$$x = 6.32\ m$$



$$r = \sqrt{(5.1)^2 + (3.65)^2}$$

$$r = 6.27\ m$$



$$|F_x| = \text{Zero}\ ,\quad |F_y| = |F_p| = |F_{41} - (F_{42}\cos\theta + F_{43}\cos\theta)| = 0$$

$$0 = |7.867\times10^{-4} - 2\times 686.797q\left(\frac{5.1}{6.27}\right)|$$

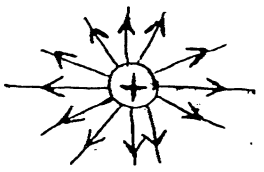
$$1116.732\,q = 7.867\times10^{-4} \Rightarrow q = 7.045\times10^{-7}\ C.$$

المجال الكهربائي :

" المجال الكهربائي هو المنطقة المحيطة بأي جسم مشحون بشحنة كهربائية فتظهر فيه آثاره الكهربائية "

خطوط المجال الكهربائي :

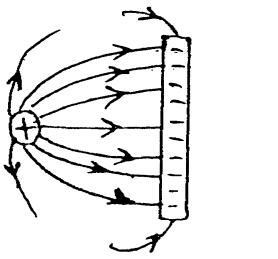
تخرج من الجسم المشحون بشحنة كهربائية موجبة خطوط وهمية تشبه انتشار الشعاع تنتشر هذه الخطوط في المنطقة المحيطة بهذا الجسم وتكون هذه الخطوط في توزيع منتظم ومستقيم حالم يقع جسم آخر مشحون يقوم بتغيير مسارها .



" جسم مشحون مطلق "

شدة المجال الكهربائي :

" هو القوة الكهربائية التي يؤثر بها المجال الكهربائي على أي جسم مشحون واقع بداخل تأثير هذا المجال " .



تأثير الخطوط بوجود جسم آخر

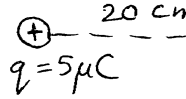
← فإذا وضعت شحنة كهربائية موجبة في نقطة من نقاط مجال كهربائي تؤثر فيها بقوة قدرها (F) فإن شدة المجال (E) في هذه النقطة تكون مساوية نيوتن لكل كولوم (N/C) .

أي أن : $\because E = \frac{F}{q}$

حيث أن : $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q q_0}{r^2}$

$\therefore E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q q_0}{r^2 (q_0)} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2}$ (N/C)

مثال : أوجد شدة المجال الكهربي على بعد (20 cm) من شحنة مقدارها (5 μC)



الحل : $\because E = k \frac{q}{r^2}$

$= 9 \times 10^9 \frac{5 \times 10^{-6}}{(20 \times 10^{-2})^2}$

$\therefore E = 112.5 \times 10^{+4}$ N/C

المجال الكهربائي : Electric Field

تخيّل العالم الإنجليزي "فاراداي" خطوطاً تنبعث من الشحنة الكهربائية (q) في جميع الاتجاهات أسماها بخطوط المجال الكهربائي ، فإذا وضعت شحنة اختبارية (q_o) فإن هذه الشحنة "ستشعر" بهذه الخطوط وتتأثر بها . وقد اختيرت شحنة الاختبار لتكون شحنة موجبة صغيرة جداً حتى لا تغيّر المجال الكهربائي المراد قياسه .

ويُعرّف المجال الكهربائي عند أي نقطة على أنه النسبة بين القوة الناتجة والشحنة (q_o) أي أن :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_o} \Rightarrow \vec{F} = q_o \vec{E}$$

والمجال الكهربائي (E) كمية فيزيائية متجهة ، حيث أن (F) كمية فيزيائية متجهة و(q_o) كمية فيزيائية قياسية غير متجهة ، واتجاه (E) هو اتجاه (F) ، وهو الاتجاه الذي كانت ستتحرك فيه الشحنة (q_o) لو كانت حرة الحركة .

ومن الواضح أن وحدات المجال الكهربائي هي وحدات قوة مقسومة على وحدات شحنة ، أي : (N/C) .

• مثال : وُضعت شحنة مقدارها ($2\times10^{-9}C$) في مجال كهربائي فكانت القوة عليها ($1.4\times10^{-6}N$) أوجد شدة المجال الكهربائي .

• الحل :

$$\therefore E = \frac{F}{q_o} = \frac{1.4\times10^{-6}}{2\times10^{-9}} = 700 \quad N/C$$

عندما نضع شحنة (q_o) عند نقطة تبعد مسافة (r) من شحنة (q) فإن القوة التي ستؤثر عليها حسب قانون كولوم هي :

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_o}\cdot\frac{qq_o}{r^2}$$

وحسب تعريفنا للمجال الكهربائي $\left[E = \frac{F}{q_o}\right]$ ؛

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_o}\cdot\frac{q}{r^2}$$

أي أن : المجال الكهربائي عند نقطة معينة لا يعتمد على مقدار الشحنة (q_o) ، بل يعتمد على مقدار الشحنة (q) والتي تعتبر المصدر للمجال الكهربائي ، ويعتمد على بعد النقطة (r) من الشحنة (q) ، والتي تسمى بنقطة المجال (Field point) . أما اتجاه (E) فإنه يعتمد على إشارة (q) ، فإذا كانت (q) موجبة فإن خطوط المجال تكون منبعثة قطرياً من (q) أما إذا كانت (q) سالبة فإن خطوط المجال تكون متجهة قطرياً نحوها .

فإذا كانت (q_o) موجبة وحرة الحركة فإنها ستبتعد عن (q) إذا كانت (q) موجبة، أي أن (q_o) ستتحرك في اتجاه المجال الكهربائي، ولكن إذا كانت (q) سالبة فإن q_o ستقترب من (q)، أي تتحرك في عكس اتجاه المجال. وما ذكرنا ليس بجديد، فقد عرفنا ذلك من قانون كولوم!

وإذا كان المجال ناتجاً عن عدة شحنات، فإن المجال عند أي نقطة يكون المجموع الاتجاهي للمجال عن كل شحنة، أي أن:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots$$

أو اختصاراً:

$$\vec{E} = \sum_{n=0}^{1} \vec{E}_n \quad ; n = 0, 1, 2, 3, \ldots$$

حيث ($\vec{E}_1$) المجال الناتج عن الشحنة الأولى، و ($\vec{E}_2$) المجال الناتج عن الشحنة الثانية .... وهكذا...

← أما إذا كانت الشحنات متقاربة جداً "أي مستمرة" بمعنى أنه لا يكاد يفصل بينها فاصل، فإن المجال الكهربائي عند أي نقطة يمكن إيجاده بتقسيم الشحنات إلى شحنات صغيرة جداً (dq)، فيكون المجال الكهربائي الناتج عن الشحنة الصغيرة (dq):

$$d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \cdot \frac{dq}{r^2}$$

حيث: (r) المسافة بين الشحنة الصغيرة (dq) والنقطة المراد إيجاد المجال عندها "أي نقطة المجال". ولإيجاد المجال الكلي عند هذه النقطة فإننا نجد التكامل للمجال الكهربائي ($d\vec{E}$) الناتج عن كل الشحنات الصغيرة (dq)، أي:

$$\vec{E} = \int d\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_o} \int \frac{dq}{r^2}$$

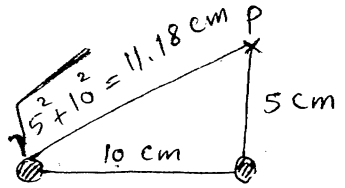
← فإذا كانت الشحنة (q) موزعة بانتظام على سلك طول (l) فإن كثافة الشحنة الطولية "الخطية" والتي يرمز لها بالرمز (λ) (Linear Charge Density) تعرّف على أنها الشحنة لكل وحدة طول (C/m)، فتكون (dq): $dq = \lambda dl$

← وإذا كانت الشحنة (q) موزعة بانتظام على مساحة (A) فإن كثافة الشحنة السطحية - والتي يرمز لها بالرمز (σ) - (Surface Charge Density) تعرّف على أنها الشحنة لكل وحدة مساحة (C/m^2)، فتكون (dq): $q = \sigma dA$

← وإذا كانت الشحنة (q) موزعة بانتظام على الحجم (V) فإن كثافة الشحنة الحجمية - والتي يرمز لها بالرمز (ρ) - (Volume Charge Density) تعرّف على أنها الشحنة لكل وحدة حجم (C/m^3)، فتكون (dq): $dq = \rho dV$

• مثال : في الشكل الآتي ؛

أوجد المجال الكهربائي عند النقطة (P).



• الحل :

* المجال الكهربائي الناتج عن الشحنة $(6\mu C)$ ، حسب المعادلة ؛

$$E = K\frac{q}{r^2}$$

$$E_6 = 9\times10^9 \frac{6\times10^{-6}}{(5\times10^{-2})^2} = 2.16\times10^7 \ N/C$$

« قوة تنافر »

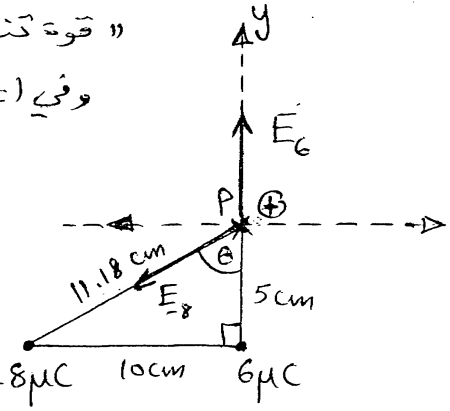
وفي اتجاه المحور (y) الموجب.

* أما المجال الكهربائي الناتج عن الشحنة $(-8\mu C)$ فهو ؛

$$E_{-8} = 9\times10^9 \frac{8\times10^{-6}}{(11.18\times10^{-2})^2} = 0.576\times10^7 \ N/C$$

« قوة تجاذب »

وفي اتجاه $(-8\mu C)$.



$$E_x = |E_{-8}\sin\theta| = 0.576\times10^7\left(\frac{10\times10^{-2}}{11.18\times10^{-2}}\right)$$

$$= 0.515\times10^7 \ \frac{N}{C}$$

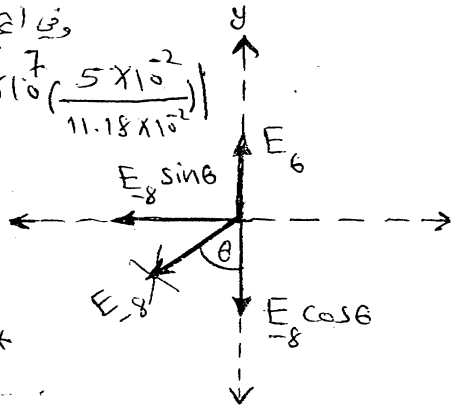
وفي اتجاه (x) السالب

$$E_y = |E_6 - E_{-8}\cos\theta| = \left|2.16\times10^7 - 0.576\times10^7\left(\frac{5\times10^{-2}}{11.18\times10^{-2}}\right)\right|$$

$$E_y = |2.16\times10^7 - 0.258\times10^7|$$

$$= 1.9\times10^7 \ N/C$$

وفي اتجاه (y) الموجب

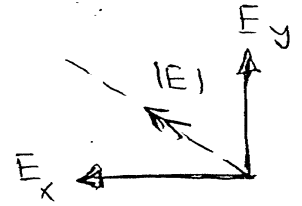


* المحصلة ؛

$$|E| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$= \sqrt{(0.515\times10^7)^2 + (1.9\times10^7)^2}$$

$$|E| = 1.97\times10^7 \ N/C$$



* الاتجاه ؛

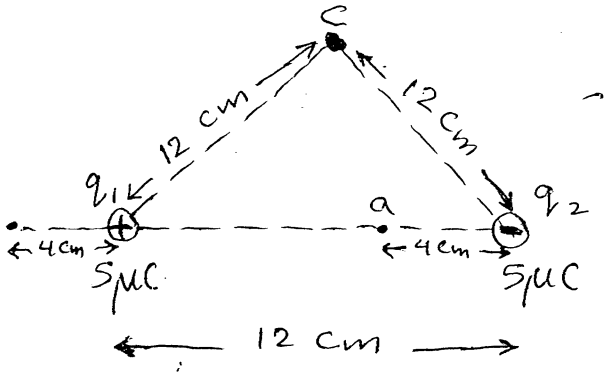
$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{E_y}{E_x}\right)$$

$$= \tan^{-1}\left(\frac{1.9\times10^7}{0.515\times10^7}\right)$$

$$\theta = 105.2^\circ$$

"وهي مقاسة من الاتجاه الموجب للمحور (x)".

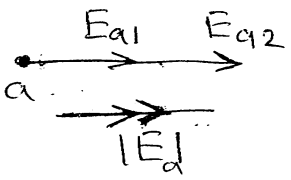
مثال: أوجد محصلة المجالات الكهربائية المؤثرة في النقاط a, b, c وذلك كما هو موضح بالشكل التالي:



الحل: * شدة المجال الكهربائي عند النقطة (a) :-

$$E_{a_1}(a \text{ and } q_1) = 9\times10^9 \frac{5\times10^{-6}}{(8\times10^{-2})^2} = 7.031\times10^6 \text{ N/C}$$

$$E_{a_2}(a \text{ and } q_2) = 9\times10^9 \frac{5\times10^{-6}}{(4\times10^{-2})^2} = 28.125\times10^6 \text{ N/C}$$



المحصلة: $\therefore |E|_a = |E_{a_1} + E_{a_2}|$

$$= 7.031\times10^6 + 28.125\times10^6$$

$$\therefore |E|_a = 35.1560\times10^6 \text{ N/C}$$

* شدة المجال الكهربائي عند النقطة (b) :-

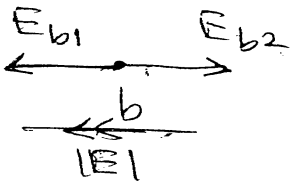
$$E_{b_1}(b \text{ and } q_1) = 9\times10^9 \frac{5\times10^{-6}}{(4\times10^{-2})^2} = 28.125\times10^6 \text{ N/C}$$

$$E_{b_2}(b \text{ and } q_2) = 9\times10^9 \frac{5\times10^{-6}}{(16\times10^{-2})^2} = 1.758\times10^6 \text{ N/C}$$

المحصلة: $|E| = |E_{b_1} - E_{b_2}|$

$$= |28.125\times10^6 - 1.758\times10^6|$$

$$\therefore |E| = 26.3670\times10^6 \text{ N/C}$$



* شدة المجال الكهربائي عند النقطة (C) :-

$$E_{c_1}(c \text{ and } q_1) = 9\times10^9 \frac{5\times10^{-6}}{(12\times10^{-2})^2} = 3.125\times10^6 \text{ N/C} = E_{c_2}(c \text{ and } q_2)$$

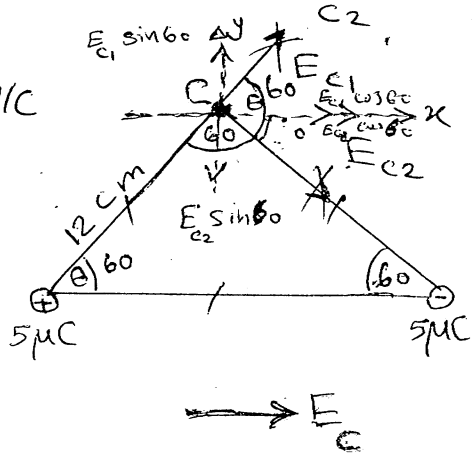
$$E_{c_2}(c \text{ and } q_2) = 9\times10^9 \frac{5\times10^{-6}}{(12\times10^{-2})^2} = 3.125\times10^6 \text{ N/C}$$

$$\therefore E_x = E_{c_1}\cos60 + E_{c_2}\cos60 = 2E_{c_1}\cos60$$

$$E_x = 2\times3.125\times10^6\left(\frac{1}{2}\right) = 3.125\times10^6 \text{ N/C}$$

المحصلة ↙

$$\therefore E_y = |E_{c_1}\sin60 - E_{c_2}\sin60| = \text{zero}$$



خطوط المجال الكهربائي ؛ Electric Field Lines

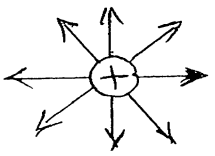
تعتبر خطوط المجال أو خطوط القوة التي تخيلها فارادي وسيلة مناسبة للتعبير عن المجال الكهربائي والعلاقة بين هذه الخطوط التخيلية والمجال الكهربائي هي ؛

1. ان اتجاه المجال الكهربائي يكون مماساً لخط المجال عند أي نقطة على الخط.
2. عدد الخطوط يتناسب مع قوة المجال.

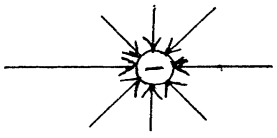
وترسم خطوط المجال حسب القواعد التالية ؛

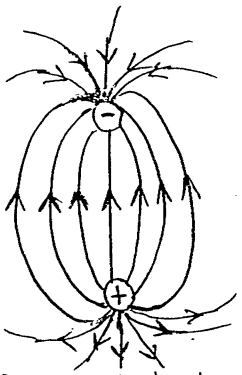
1. تبدأ الخطوط من الشحنة الموجبة « أو من ما لا نهاية » ، وتنتهي بالشحنة السالبة « أو في ما لا نهاية » .
2. عدد الخطوط الخارجة من الشحنة الموجبة أو الداخلة للشحنة السالبة يتناسب مع مقدار الشحنة .
3. خطوط المجال لا تتقاطع ، بل تتباعد عن بعضها البعض ، وكأن بينها قوة تنافر .

خطوط المجال لشحنة موجبة «

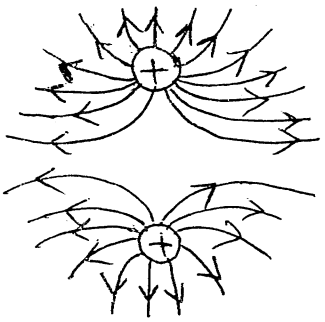


خطوط المجال لشحنة سالبة «

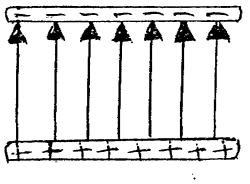




خطوط المجال لشحنتين متساويتين في المقدار ومختلفتين في الإشارة حيث ؛ نلاحظ أن خطوط المجال قرب الشحنتين كثيفة ، وتتناقص كثافتها كلما ابتعدنا عن الشحنتين .



خطوط المجال لشحنتين متساويتين في المقدار وفي الاشارة ، ونلاحظ أن المجال عند منتصف المسافة بين الشحنتين



خطوط المجال للوحين متوازيين عليهما شحنتان متساويتان في المقدار ومختلفتان في الإشارة تكون منتظمة الكثافة ومستقيمة ومتوازية دلالة على أن المجال الكهربائي بين اللوحين منتظم .

تمرين ① : وُضعت شحنة مقدارها $(-5\mu C)$ في مجال كهربائي شدته $(7\times10^6\ N/C)$.
أوجد القوة المؤثرة على الشحنة ؟

الحل :

$$E=\frac{F}{q} \Rightarrow F=qE$$
$$=(-5\times10^{-6})(7\times10^{6})$$
$$\therefore F=-35\ N/C$$

والاشارة السالبة تعني أن اتجاه القوة عكس اتجاه المجال.

تمرين ② : أوجد المجال الكهربائي الناتج عن شحنة مقدارها $(80\mu C)$ عند نقطة تبعد
P- $(20\ cm)$ ب- $(40\ cm)$

الحل : P) عند $(20\ cm)$:-

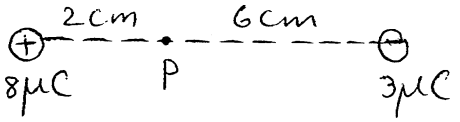
$$\because E=K\frac{q}{r^2}$$
$$\therefore E=9\times10^{9}\frac{80\times10^{-6}}{(20\times10^{-2})^2}=1.8\times10^{7}\ N/C$$

ب) عند $(40\ cm)$:-

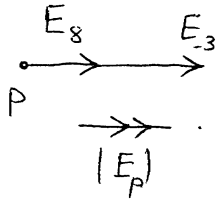
$$\therefore E=9\times10^{9}\frac{80\times10^{-6}}{(40\times10^{-2})^2}=0.45\times10^{7}\ N/C$$

تمرين ③ : في الشكل ، أوجد المجال الكهربائي عند النقطة (P) . وأوجد القوة المؤثرة على شحنة مقدارها $(2\mu C)$ إذا وضعت عند النقطة (P) .

الحل : المجال الكهربائي الناتج عن الشحنة $(8\mu C)$:-



$$\because E=K\frac{q}{r^2}$$
$$\therefore E_8=9\times10^{9}\frac{8\times10^{-6}}{(2\times10^{-2})^2}=1.8\times10^{8}\ N/C$$



⇐ واتجاه المجال على يمين النقطة (P) .

والمجال الكهربائي الناتج عن الشحنة $(-3\mu C)$:-

$$\therefore E_{-3}=9\times10^{9}\frac{3\times10^{-6}}{(6\times10^{-2})^2}=7.5\times10^{6}\ N/C$$

⇐ واتجاه المجال يكون في نفس اتجاه المجال الناتج عن الشحنة $(8\mu C)$. فيكون المجال الكلي عند النقطة (P) :-

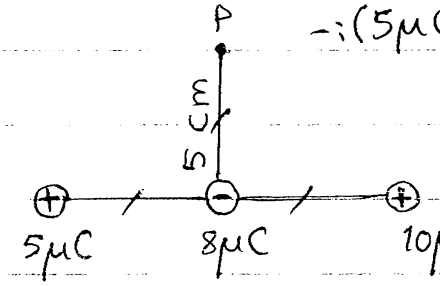
$$|E_p|=|E_8+E_{-3}|=1.8\times10^{8}+7.5\times10^{6}=1.875\times10^{8}\ N/C$$

واتجاهه إلى يمين النقطة (P) . وتكون القوة على الشحنة $(2\mu C)$ الموضوعة عند النقطة (P) :-

$$\because E=\frac{F}{q} \Rightarrow F=Eq=(1.875\times10^{8})(2\times10^{-6})=375\ N$$

« واتجاهها في نفس اتجاه المجال الكلي »

- تمرين ④ : في الشكل ، أوجد المجال الكهربائي عند النقطة (P)
- الحل :* المجال الناتج عن الشحنة $(5\mu C)$:-



$$\because E = k\frac{q}{r^2}$$

$$E_5 = 9\times10^9 \frac{5\times10^{-6}}{(5\sqrt{2}\times10^{-2})^2} = 9\times10^6 \ N/C$$

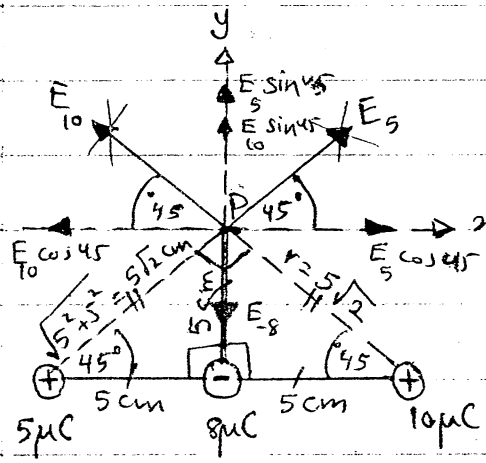
واتجاهه كما بالشكل أدناه .

* والمجال الناتج عن الشحنة $(10\mu C)$:-

$$E_{10} = 9\times10^9 \frac{10\times10^{-6}}{(5\sqrt{2}\times10^{-2})^2} = 18\times10^6 \ \frac{N}{C}$$

واتجاهه موضح كما بالشكل المقابل .

* والمجال الناتج عن الشحنة $(-8\mu C)$:-



$$E_{-8} = 9\times10^9 \frac{8\times10^{-6}}{(5\times10^{-2})^2} = 28.8\times10^6 \ N/C$$

واتجاهه كما في الشكل أعلاه .

* لإيجاد المحصلة نجد المركبتين الأفقية $|E_x|$ والرأسية $|E_y|$:-

$$|E_x| = |E_5\cos45 - E_{10}\cos45|$$

$$= \left|9\times10^6\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 18\times10^6\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right| = 6.36\times10^6 \ (N/C)$$

وفي اتجاه $(E_{10}\cos45)$

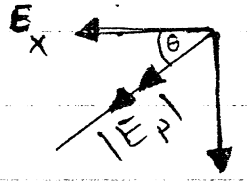
$$|E_y| = |(E_5\sin45 + E_{10}\sin45) - (E_{-8})|$$

$$= \left|9\times10^6\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + 18\times10^6\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - 28.8\times10^6\right|$$

$$|E_y| = 9.7\times10^6 \ N/C$$

وفي اتجاه (E_{-8})

* ونجد المحصلة كالتالي :-



$$\because |E_P| = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$$

$$\therefore |E_P| = \sqrt{(6.36\times10^6)^2 + (9.7\times10^6)^2} = 11.6\times10^6 \ N/C$$

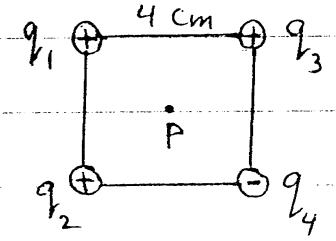
* واتجاهها :

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{E_y}{E_x}\right)$$

$$\therefore \theta = \tan^{-1}\left(\frac{9.7\times10^{6}}{6.36\times10^{6}}\right) = 56.7^{\circ}$$

$$|E_p| = 11.6\times10^{6} \angle 213.3^{\circ} \quad (N/C)$$

- تمرين ⑤ : في الشكل التالي ، أوجد المجال الكهربائي عند النقطة (P) الواقعة في المنتصف .

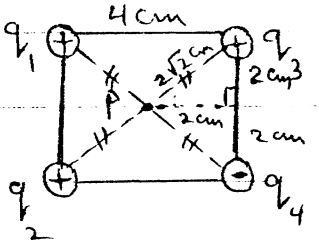


$q_1 = q_2 = q_3 = 2.4$ pC

$q_4 = -2.4$ pC

- الحل :

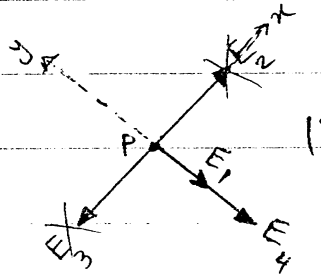
$$\therefore E = K\frac{q}{r^2}$$



$$\therefore E_1 = 9\times10^{9}\frac{2.4\times10^{-12}}{(2\sqrt{2}\times10^{-2})^2} = 27 \quad N/C$$

$$\therefore E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = 27 \quad N/C$$

واتجاهها كما بالشكل أدناه :



$$|E_x| = |E_2 - E_3| = zero$$

$$|E_p| = |E_y| = |E_1 + E_4| = 2E_1 = 2\times27$$

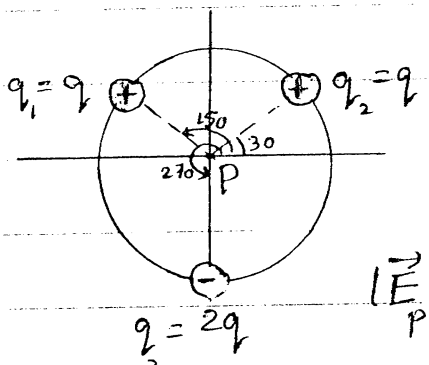
$\therefore$ المحصلة $|E_p| = 54$ N/C

وفي اتجاه المحور (y) السالب.

- تمرين ⑥ : في الشكل التالي ، أوجد المجال الكهربائي عند النقطة (P) الواقعة في مركز الدائرة .

• الحل:

$$\because E = k\frac{q}{r^2}$$



$$E_1 = E_2 = k\frac{q}{r^2}$$

$$E_3 = k\frac{2q}{r^2}$$

$$|\vec{E}|_x = \text{Zero}$$

$$|\vec{E}|_p = |\vec{E}|_y = E_1\sin 30 + E_2\sin 30 + E_3$$

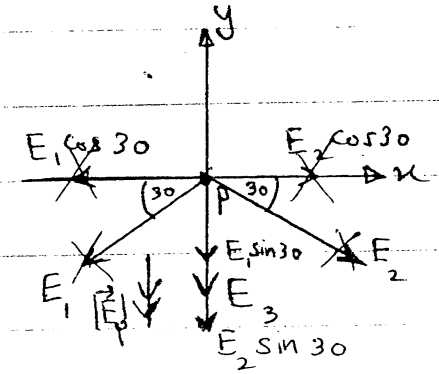
$$= 2E_1\sin 30 + E_3$$

$$= 2 \times k\frac{q}{r^2}\left(\frac{1}{2}\right) + k\frac{2q}{r^2}$$

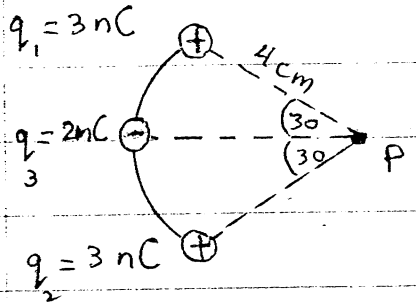
$$= k\frac{q}{r^2}(1+2)$$

* المحصلة: $|\vec{E}|_p = 3k\frac{q}{r^2}$

«واتجاهه في اتجاه المحور (y) السالب»



• تمرين (7): في الشكل التالي، أوجد المجال الكهربائي عند النقطة (P) الواقعة في مركز القوس الدائري.

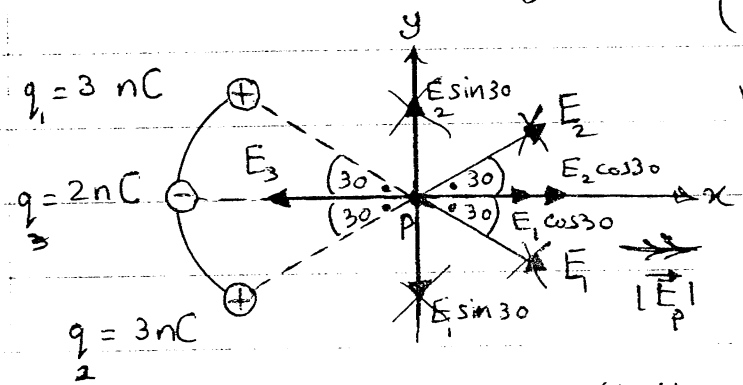


• الحل:

$$\because E = k\frac{q}{r^2}$$

$$E_1 = E_2 = 9\times10^9\frac{3\times10^{-9}}{(4\times10^{-2})^2} = 1.69\times10^6\ N/C$$

$$E_3 = 9\times10^9\frac{2\times10^{-9}}{(4\times10^{-2})^2} = 1.13\times10^6\ N/C$$



$$|\vec{E}|_y = \text{Zero}$$

$$|\vec{E}|_p = |\vec{E}|_x = |2E_1\cos 30 - E_3|$$

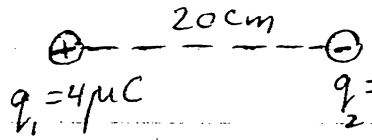
$$= |2\times1.69\times10^6\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) - 1.13\times10^6|$$

$$\therefore |\vec{E}|_p = 1.797\times10^6\ N/C$$

$$\therefore \text{المحصلة } |\vec{E}|_p \simeq 1.8\times10^6\ N/C$$

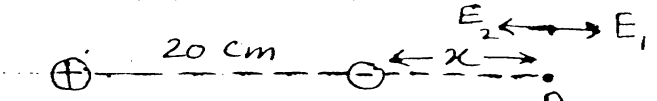
«في الاتجاه السيني الموجب»

• تمرين (8) : شحنتان وضعتا كما في الشكل ، أوجد موقع النقطة التي يكون عندها المجال الكهربائي مساوياً للصفر.



$q_1 = 4\mu C$ $\quad q_2 = 2\mu C$

• الحل : $\because E = k\frac{q}{r^2}$



$$E_1 = 9\times10^9 \frac{4\times10^{-6}}{(0.2+x)^2}$$

$q_1 = 4\mu C$ $\quad q_2 = 2\mu C$

$$E_2 = 9\times10^9 \frac{2\times10^{-6}}{x^2}$$

$$|E|_P = |E_1 - E_2| = \text{zero}$$

$$9\times10^9 \frac{4\times10^{-6}}{(0.2+x)^2} - 9\times10^9 \frac{2\times10^{-6}}{x^2} = 0$$

$$\frac{4}{(0.2+x)^2} = \frac{2}{x^2} \Rightarrow \sqrt{2x^2} = \sqrt{(0.2+x)^2}$$

$$\sqrt{2}\,x = 0.2 + x$$

$$\sqrt{2}\,x - x = 0.2$$

$$(\sqrt{2}-1)x = 0.2$$

$$x = \frac{0.2}{\sqrt{2}-1}$$

$$\therefore x = 0.483\ m$$