جامعة مصراتة – كلية الهندسة

الامتحانات النهائية للفصل الدراسي الربيع 2020/ 2021م

اسم ورقم المقرر: رياضة4 (م.ع 201) تاريخ الإمتحان: 07/ 02/ 2022م

أستاذ المقرر: محمود سليم زمن الامتحان: ثلاث ساعات

أجب عن ثلاث أسئلة فقط

السؤال الأول: مفاهيم أساسية والمعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى (10 + 10 = 20 درجة)

أ) إذا كانت الدالة $y = c_1e^{2x} + c_2e^{3x} + \tan x$ هي حل لمعادلة تفاضلية، فهل المعادلة التفاضلية عادية أم جزئية؟ هل هي خطية أم لا؟ هل هي متجانسة أم لا؟ هل هي ذات عوامل ثابتة أم متغيرة؟ ثم حدد رتبة ودرجة المعادلة التفاضلية؟ وهل هذا الحل هو حل عام أم خاص أم تام أم شاذ؟ وهل يمكن حل المعادلة باستخدام طريقة فرض العوامل؟

ب) هل المعادلة التفاضلية $2xy\dot{y} + x^2 + y^2 = 0$ قابلة لفصل المتغيرات؟ هل هي متجانسة الحدود؟ هل هي تامة؟ هل هي على صورة معادلة ليبنتز أم برنولي أم ريكاتي، وكيف يمكن جعلها على صورة معادلة ليبنتز؟ ثم أوجد الحل.

السؤال الثاني: المعادلات التفاضلية الخطية من الرتب العليا ذات عوامل ثابتة ومتغيرة (10 + 10 = 20 درجة)

أ) استخدم طريقة فرض العوامل غير المعينة لإيجاد حل المعادلة التفاضلية: $\dddot{y} + 6\ddot{y} + 12\dot{y} + 8y = 12e^{-2x}$

ب) أي المعادلات التفاضلية الآتية هي معادلة بسل – معادلة لاجندر – معادلة كوشي أويلر، ثم أوجد عائلة المنحنيات التكاملية لمعادلة كوشي أويلر باستخدام طريقة تغاير البارامترات:

1. $(1-x^2)\ddot{y} - 2x\dot{y} + 2y = 0$
2. $x^2\ddot{y} - x\dot{y} + y = x\,ln\,x$
3. $x^2\ddot{y} + x\dot{y} + (x^2 - \frac{1}{4})y = 0$

السؤال الثالث: تطبيقات على المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى والثانية (10 + 10 = 20 درجة)

أ) مقاومة $20\ \Omega$ متصلة على التوالي بمكثف سعته $0.01\ F$ وقوة دافعة كهربية تساوي $40e^{-3t} + 20e^{-6t}\ V$ فإذا كانت $q = 0$ عندما $t = 0$. أثبت أن النهاية العظمى للشحنة على المكثف تساوي 0.25 كولوم.

ب) جسم يتحرك وفق المعادلة التفاضلية $\frac{1}{2}\ddot{x} + 6\dot{x} + 18x = 0$. ما نوع حركة الجسم؟ وما نوع الإخماد؟ ثم أوجد معادلة موضع الجسم عند أي لحظة إذا علمت أن الجسم يتحرك إلى أعلى مسافة $\frac{1}{6}\ m$ فوق موضع الاتزان وبسرعة $1\ m/s$ نحو الأعلى.

السؤال الرابع: تحويل لابلاس ومنظومة المعادلات التفاضلية الخطية (10 + 10 = 20 درجة)

أ) باستخدام خواص تحويل لابلاس وخواص تحويل لابلاس العكسي أوجد حل مسألة القيم الابتدائية:

$\ddot{y} + 6\dot{y} + 9y = 12t^2e^{-3t}\ ,\ \ y(0) = \dot{y}(0) = 0$

ب) باستخدام طريقة الحذف أو المصفوفات أو تحويل لابلاس أوجد حل منظومة المعادلات التفاضلية الآتية:

$\dot{x} + 2y = 0\ ,\ \dot{y} - 3x = 0\ ,\ x(0) = y(0) = 1$

انتهت الأسئلة مع تمنياتي للجميع بالتوفيق