جامعة مصراتة - كلية الهندسة

الامتحان النصفي في مقرر رياضة 4

أستاذ المقرر: محمود سليم زمن الامتحان: 110 دقيقة تاريخ الامتحان: 28/ 06/ 2021م

أجب عن جميع الأسئلة الآتية

السؤال الأول: مفاهيم أساسية (أجب عن فقرة واحدة فقط)

أ) أكتب معادلة تحقق الشروط الثمانية الآتية: تفاضلية – عادية – خطية – غير متجانسة – ذات عوامل ثابتة – من الرتبة الثانية – من الدرجة الأولى – ذات شروط حدية، وهل يمكن الحصول على حل شاذ لهذه المعادلة؟ وهل الحل الكامل = الحل العام لهذه المعادلة؟

ب) إذا كان الحل العام للمعادلة التفاضلية $\ddot{y} - 3\dot{y} + 2y = 2x - 3$ هو $y = c_1e^x + c_2e^{2x} + x$. فأثبت أن معادلة المنحنى التكاملي المار بالنقطتين $(0,0)$ ، $(1,0)$ هي $y = x + \frac{e^x - e^{2x}}{e^2 - e}$.

السؤال الثاني: المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى والدرجة الأولى (أجب عن فقرتين فقط)

أ) باستخدام الفرض $y = vx^n$ أوجد قيمة الثابت n الذي يجعل المعادلة التفاضلية الآتية قابلة لفصل المتغيرات:

$xy\dot{y} - 2y^2 + 4x^4 = 0$ ثم أوجد الحل.

ب) أوجد قيم الثوابت β, α التي تجعل الدالة $\mu = x^\alpha y^\beta$ عامل تكاملي للمعادلة التفاضلية الآتية:

$x(4y.dx + 2x.dy) + y^3(3y.dx + 5x.dy) = 0$ ثم أوجد الحل.

ج) هل المعادلة التفاضلية الآتية على صورة معادلة ليبنتز أم برنولي أم ريكاتي:

$x.dy + y.dx = x^3y^6.dx$ ثم أوجد الحل.

السؤال الثالث: تطبيقات على المعادلات التفاضلية من الرتبة الأولى والدرجة الأولى (أجب عن فقرتين فقط)

أ) إذا كانت المعادلة التفاضلية لضغط الهواء الجوي P كدالة في الارتفاع h هي: $dP + \rho.dh = 0$ حيث ρ كثافة الهواء الجوي، وكان ضغط الهواء الجوي يخضع لقانون الأديباتك $P = k\rho^{1.4}$. فأثبت أن ضغط الهواء الجوي عند ارتفاع h هو $P = \left[P_0^{\frac{2}{7}} - \frac{2}{7}k^{\frac{-5}{7}}h\right]^{\frac{7}{2}}$ علمًا بأن ضغط الهواء الجوي عند سطح الأرض هو P_0.

ب) مادة مشعة لها عمر النصف 38 ساعة. كم من الزمن تستغرقه 90 % من الإشعاعات لكي تتبدد.

ج) في دائرة كهربية RL لدينا القوة الدافعة الكهربية $5\ V$ والمقاومة $50\ \Omega$ والملف حثه الذاتي $1\ H$، فإذا علمت أنه لا يوجد في الدائرة تيار ابتدائي. أوجد التيار العابر والتيار المستقر في الدائرة الكهربية عند أي لحظة t.

بالتوفيق للجميع