فصل الخريف 2023-2024 — كلية الهندسة - جامعة مصراتة — القسم/ العـــــام

الامتحان النهائي لمقرر الرياضة 4 — الزمن/ 3 ساعات

التاريخ/2024/03/03م — استاذ المقرر/ مصطفى أبورويـــص

اسم الطالب: رقم القيد:

ملاحظـــات:

- يمنع استخدام الآلة الحاسبة.
- اجب على جميع الأسئلة الآتية.

1) السؤال الأول: (3 + 7 + 5) درجات

أ) أوجـــد الحل العام للمعـــــادلة التفاضليـــــة $y''' - 6y'' + 9y' = 0$ ؟

ب) إذا كانت $y(x) = y_h(x) + y_p(x)$ هو الحل العام للمعادلة التفاضلية:

$$y'' + 9x + 12sin3x = 0$$

وكانت $y(0) = 1, y'(0) = 2$ أوجد $\mathcal{L}\{y(x)\}$؟

ج) أوجد الحل الخاص y_p إذا كانت:

$$y_p = \frac{1}{D^2 - D - 2}\{44 - 76x - 48x^2\}$$

---

2) السؤال الثاني: (5 + 5 + 5) درجات

أ) أوجد قيمة a, b والتي تجعل المعادلة التفاضلية التالية تامة، ثم أوجد الحل العام لها:

$$(ye^x + y^3)dx + (ae^x + bxy^2)dy = 0$$

(M = $ye^x + y^3$، N = $ae^x + bxy^2$)

ب) إذا كانت $x = f(y)$ معادلة منحنى يمر بالنقطة $(0, 0.5)$ وتحقق المعادلة التفاضلية

$$(2y + 3x)\frac{dy}{dx} = y$$

أوجد معادلة المنحنى؟

ج) كلا المعادلتين التاليتين إما أن تكون قابلة للفصل أو يمكن جعلها كذلك وضح ذلك من خلال وضعهما في صورة مفصولة المتغيرات

فقط دون إيجاد الحل النهائي:

$i)\ y' = y^2 - 4$ $\qquad$ $ii)\ y' = x^2 + 4xy + 4y^2 + 3$

---

3) السؤال الثالث: (5 + 7) درجات

أ) إذا كانت

$$\frac{dx}{dt} = x - 2y \qquad \frac{dy}{dt} = 5x - y$$

وكانت $x(0) = -1$, $y(0) = 2$ أوجد حل المعادلات التفاضلية السابقة في صورة $x(t), y(t)$ ؟

INFINIX HOT 9 PLAY
AI CAMERA

Scanned with CamScanner

ب) اثبت أن $y_1 = x^2$ هو حل للمعادلة التفاضلية

$$x^2y'' + xy' - 4y = 0$$

ثم أوجد الحل العام للمعادلة؟

---

4) السؤال الرابع: **(8 + 3 + 7) درجات**

أ) أوجد حل المعادلات التفاضلية التالية:

1) $xy' - 27y' = 3(y - 9)$

2) $x^x y' + x^x \ln(x)\, y = 1$

ب) أوجـــــــد $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{2-s}{s^2+4s-12}\right\}$

ج) أوجد حل المعادلة التفاضلية التالية:

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right) = \frac{d^3y}{dx^3}$$

$$y\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0, \quad y'\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 0, \quad y''\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

تحويلات لابـــــــــلاس

$$\mathcal{L}(t^n) = \frac{n!}{s^{1+n}}$$

$$\mathcal{L}(e^{at}) = \frac{1}{s-a}$$

$$\mathcal{L}(\cos bt) = \frac{s}{s^2+b^2}$$

$$\mathcal{L}(\sin bt) = \frac{b}{s^2+b^2}$$

INFINIX HOT 9 PLAY
AI CAMERA

Scanned with CamScanner

الامتحان الجزئي الثاني	جامعة مصراتة	أستاذ المقرر
رياضة 4	كليـــة الهندســـة	مصطفى إدريس أبورويص
الزمن: ساعة ونصف	القسم العام	

أجب عن كل الأسئلة

1. **(4 درجات)** إذا كـــــــــان $y_1 = \cos(\ln x)$, $y_2 = \sin(\ln x)$ حلان مستقـــــــــلان للمعادلة التفاضليـــــــة:

$$x^2y'' + xy' + 2y = 0$$

أوجد الحـــــل العـــــام للمعادلة التفاضليـــــــة $x^2y'' + xy' + 2y = \ln x$ ؟

2. **(5 درجات)** أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية الخطية المتجانسة من الرتبة الثانية ذات المعاملات الثابتة إذا كان $y_1 = x - 2x^3$, $y_2 = xe^x + x - 2x^3$, $y_3 = -2x^3$ تمثل الحل المتجانس والخاص لها؟ ثم باستخدام طريقة العوامل المعينة افرض تكوين الحل الخاص للمعادلة التفاضلية التالية:

$$y'' - y' - 2y = 2x^2 - 4e^{3x} + 5\sin(2x) + xe^{-x}$$

3. **(4 درجات)** أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية $y''' - 6y'' = 3 - \cos x$ إذا علمت أن:

$$y_p = \frac{1}{D^3 - 6D^2}(3 - \cos x)$$

4. **(3 درجات)** أوجد الحل الخاص لأحد المعادلات التفاضلية التالية:

$$y'' - 4y = (3 + 2x)e^{-2x} \qquad y'' - 5y' + 6y = x^2e^{3x}$$

5. **(3 درجات)** أوجد قيم m التي تجعل $y = x^m$ حلًا للمعادلة التفاضلية:

$$x^2y'' - 5xy' + 8y = 0$$

6. **(6 درجات)** إذا كانت $y = 2\cosh 2x$ هو حل لمعادلة تفاضـــلية خطية من الرتبة الثانية، اوجد هذه المعادلة؟ ثم باستخدام طريقة تغيير البارامترات (يمنع استخدام القوانين الجاهزة) أوجد حل المعادلة التفاضلية:

$$4y'' + 36y = \csc 3x$$

7. **(5 درجات)** اثبت انه بالإمكان تحويل معادلة أويلر $x^2y'' + \alpha xy' + \beta y = 0$ إلى معادلة تفاضلية خطية ذات عوامل ثابتة $y'' + ay' + by = 0$ باستخدام الفرض $z = \ln x$ حيث a, b, α, β ثوابت.

INFINIX HOT 9 PLAY
AI CAMERA

Scanned with CamScanner

الامتحان الجزئي الأول رياضة 4 الزمن: 105 دقيقة	جامعة مصراتة كليـــة الهندســـة القسم العام	أستاذ المقرر مصطفى إدريس أبورويص

أجب عن كل الأسئلة التالية

يمنـــــع استخـــــــدام الآلة الحاسبـــــة

السؤال الأول — زمن السؤال:35 دقيقة — (4 + 3 + 3 درجات)

أ) إذا علمت أن $y = g(x)$, $z = f(x)$ تحقق المعادلات التفاضليـــــة التالية على التوالي:

$$\frac{dz}{dx} + 2z = e^{-2x} \quad , \quad \frac{dy}{dx} + 2y = zy^3$$

أوجد الدالـــــة y في الصورة الصريحـــة، إذا علمـــت أن $y' = 0$ إذا كانت $y = 1, \ x = 0$؟

ب) أوجـــــد حل المعـــادلة التفاضليـــة:

$$M(x,y) + 4yy' = -9x^2y'$$

1. إذا علمت أن المعادلة التفاضلية تامة.
2. إذا علمـــت أن $M(x,y) = 6xy$، وضح كيف يمكن جعل المعادلة التفاضلية تامة.

السؤال الثاني — زمن السؤال:35 دقيقة — (4 + 3 + 3 درجات)

أ) إذا علمت أن $\frac{dy}{dx} = \frac{g(x,y)}{3x+2y+2}$ وكانت $g(x,y) = 3x - 2y$

1. يمكن تحويل المعادلة التفاضلية السابقة إلى معادلة متجانسة قابلة للفصل وضح ذلك؟
2. إذا كانت $y' = [g(x,y)]^2$، باستخدام التعويض المناسب ضع المعادلة التفاضلية في صورة قابلة للفصل؟ **(غير مطلوب منك حل المعادلة)**

ب) وضح مع التحليل الشروط التي تجعل من $(x-5)^2 + y^2 = 1$ حلا للمعادلة التفاضلية $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 1 = \frac{1}{y^2}$؟

السؤال الثالث — زمن السؤال:35 دقيقة — (4+6 درجات)

أ) إذا كانت $y = 1$ عندما $x = 1 - ln4$ اثبت أن $y + ln(y+1) = 0$ عندما $x = 3$ إذا علمت أن

$$y' = \frac{y(y+1)}{y - x - xy - 1} \quad , \quad y > 0$$

ب) باستخدام طريقة فصل المتغيرات أوجد حل المعادلة التفاضلية التالية:

$$xy' = y\ln(xy)$$

أسأل الله لكم التوفيق

INFINIX HOT 9 PLAY
AI CAMERA

Scanned with CamScanner