فصل الخريف 2025-2026	كلية الهندسة - جامعة مصراتة	القسم: العام
الامتحان الجزئي الأول لمقرر: رياضة 4	رمز المقرر: ع ع 204	الزمن: 90 دقيقة
التاريخ: الثلاثاء الموافق 2025/11/04م		استاذ المقرر: د. أبوبكر علي الاميلس

ملاحظات:

- أجب عن جميع الأسئلة الآتية.
- بيّن خطوات الحل كاملة.
- يمنع استخدام الآلة الحاسبة.
- المجموع الكلي للدرجات: 90.

السؤال الأول (15 درجة)

1. عرّف المعادلة التفاضلية، ووضّح الفرق بين المتغيّر المستقل والمتغيّر التابع. **(درجتان)**
2. صنّف المعادلات التالية من حيث الرتبة، الدرجة، الخطية، والنوع (عادية أم جزئية). **(6 درجات)**

a. $x^2\frac{d^3y}{dx^3} + x\frac{dy}{dx} + 7y = cot(x)$

b. $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + y = 8$

c. $\frac{\partial u}{\partial t} + u^2\frac{\partial u}{\partial x} = 0$

3. ما المقصود بالمعادلة التفاضلية الذاتية (Autonomous ODE) ؟ أعط مثالا لتطبيقاتها. **(درجتان)**
4. أوجد المعادلة التفاضلية التي حلها العام هو: $y = C_1e^x + C_2\,xe^x$. **(5 درجات)**

السؤال الثاني (20 درجة)

1. ضع المعادلات التالية على صورة فصل متغيرات ثم أوجد الحل العام: **(12 درجة)**

a. $y' = \frac{xe^{x^2}}{y\cos(y)}$

b. $\frac{dy}{dx} = \frac{1+x^2}{x}\sqrt{y}$

2. أخرج جسم معدني من فرن وكانت درجة حرارته 300°C ووضع في غرفة درجة حرارتها 20°C تترك الجسم ليبرد في الغرفة وفق المعادلة التفاضلية التالية: $\frac{dT}{dt} = -k\,(T - T_r)$

حيث:

$T(t)$: درجة الحرارة (°C) ، t: الزمنة (دقيقة)، T_r: هي درجة حرارة الغرفة (20°C)، k : ثابت التبريد (k=0.1 min^{-1}).

المطلوب: حساب الزمن اللازم لتصل درجة حرارة الجسم إلى 48°C. **(8 درجات)**

السؤال الثالث: (25 درجة)

1. تحقّق مما إذا كانت المعادلة التالية متجانسة أم لا ثم أوجد الحل العام باستخدام فرض مناسب، ثم بين نوع الشرط واستخدمه لإيجاد الحل الخاص. $\left(x\sin\left(\frac{y}{x}\right) - y\cos\left(\frac{y}{x}\right)\right)dx + x\cos\left(\frac{y}{x}\right)dy = 0, \quad y(1) = \frac{\pi}{2}$. **(10 درجات)**
2. أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية شبه المتجانسة التالية باستخدام فرض مناسب: $\frac{dy}{dx} = \frac{2x+y-1}{x-2y+3}$. **(10 درجات)**
3. أوجد المسارات المتعامدة (Orthogonal Trajectories) لعائلة المنحنيات التالية: $y = Cx^2$. **(5 درجات)**

السؤال الرابع: أوجد حل المعادلات التفاضلية التالية: **(15 درجة)**

a. $(2y^2 + 3x)\,dx + 2xy\,dy = 0$

b. $\left(x\ln y + \frac{y}{x}\right)dx + \left(\frac{x^2}{2y} + \ln x\right)dy = 0$

السؤال الخامس: أوجد حل المعادلات التفاضلية التالية بطريقة المعادلات الخطية أو بتحويل مناسب: **(15 درجة)**

a. $y\frac{dx}{dy} + x = y^2x^3$

b. $dy + (cos(x) + tan(x)\ y)dx = 0$

بالتوفيق للجميع

رقم الحالة	نوع المعادلة $g(x)$	فرضية الحل الخاص y_p
1	كثيرة حدود	$y_p = x^k(A_0 + A_1x + \cdots + A_nx^n)$
2	أسية	$y_p = x^k(Ae^{\alpha x})$
3	مثلثية أو زائدية	$y_p = x^k(A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x))$ أو $y_p = x^k(A\cosh(\beta x) + B\sinh(\beta x))$
(a) 4	كثيرة حدود × أسية	$y_p = x^k e^{\alpha x}(A_0 + A_1x + \cdots + A_nx^n)$
(b) 4	كثيرة حدود × جيبية	$y_p = x^k[(A_0 + A_1x + \cdots + A_nx^n)\cos(\beta x) + (B_0 + B_1x + \cdots + B_nx^n)\sin(\beta x)]$ أو $y_p = x^k[(A_0 + A_1x + \cdots + A_nx^n)\cosh(\beta x) + (B_0 + B_1x + \cdots + B_nx^n)\sinh(\beta x)]$
(c) 4	أسية × جيبية	$y_p = x^k e^{\alpha x}(A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x))$ أو $y_p = x^k e^{\alpha x}(A\cosh(\beta x) + B\sinh(\beta x))$
(d) 4	كثيرة حدود × أسية × جيبية	$y_p = x^k e^{\alpha x}[(A_0 + A_1x + \cdots + A_nx^n)\cos(\beta x) + (B_0 + B_1x + \cdots + B_nx^n)\sin(\beta x)]$ أو $y_p = x^k e^{\alpha x}[(A_0 + A_1x + \cdots + A_nx^n)\cosh(\beta x) + (B_0 + B_1x + \cdots + B_nx^n)\sinh(\beta x)]$
5	مجموع أكثر من دالة	$y_p = y_{p1} + y_{p2} + \cdots + y_{pn}$

فصل الخريف 2025-2026	كلية الهندسة - جامعة مصراتة	القسم: العام
الامتحان الجزئي الثاني لمقرر: رياضة 4	رمز المقرر: ع ع 204	الزمن: 90 دقيقة
التاريخ: الثلاثاء الموافق 2025/12/09م		استاذ المقرر: د. أبوبكر علي الامبلس

ملاحظات:

- أجب عن جميع الأسئلة الآتية
- بين خطوات الحل كاملة.
- المجموع الكلي للدرجات: 90.
- يمنع استخدام الآلة الحاسبة.
- يسمح باستخدام الجدول المرفق

السؤال الأول (10 درجات)

بين ما إذا كانت الدوال التالي مستقلة خطيا أم لا

1. $f_1(x) = -20e^{-x}, \quad f_2(x) = e^{-x}$
2. $f_1(x) = 10, \quad f_2(x) = x^2, \quad f_3(x) = 5x^2 + 3$

السؤال الثاني (20 درجة)

1. أوجد الحل العام للمعادلة التفاضلية التالية:

$$(1 - x^2)y'' - 4xy' - 2y = 0$$

إذا علمت أن أحد حلولها هو:

$$y_1 = \frac{1}{1 - x^2}$$

السؤال الثالث: (15 درجة)

صنف المعادلة التفاضلية التالية وأوجد حلها العام.

$$2y'' + \frac{4}{x}y' + \frac{2}{x^2}y = 0$$

السؤال الرابع: (20 درجة)

أوجد حل المعادلة التفاضلية التالية (بدون ايجاد قيمة العوامل)

$$y'' - 4y' + 4y = \cosh(2x) + 8e^{2x} + 5x$$

السؤال الخامس: (25 درجة)

أوجد حل المعادلات التفاضلية التالية:

$$y'' + 4y = 3\sec(2x) + 4e^{3x}$$

فصل الخريف 2025-2026	كلية الهندسة - جامعة مصراتة	القسم: العام
الامتحان النهائي لمقرر: رياضة 4	رمز المقرر: ع ع 204	الزمن:180 دقيقة
التاريخ: الثلاثاء الموافق 2025/01/04م		أستاذ المقرر: د. أبوبكر علي الاميلس

ملاحظات:

- أجب عن جميع الأسئلة الآتية
- بيّن خطوات الحل كاملة
- يسمح باستخدام الحاسوبين المرفقين.
- يمنع استخدام الآلة الحاسبة
- المجموع الكلي للدرجات:120 .

السؤال الأول (20 درجة)

أوجد الحل العام للمعادلات التفاضلية التالية

1. $ln|x^y| \frac{dx}{dy} = 3xy^3$ (8 درجات)
2. $\frac{dy}{dx} = \frac{2-3y+x}{2x-6y-1}$ (12 درجات)

السؤال الثاني (20 درجة)

جسمٌ يتحرّك حركة خطية في وسطٍ مقاوم، بحيث تتناقص سرعته مع الزمن وتكون المعادلة التفاضلية التي تصف حركة هذا الجسم على الصورة التالية:

$$\frac{dv}{dt} + kv = \alpha v^2, \qquad k > 0,\ \alpha > 0$$

حيث: $v(t)$ سرعة الجسم (m/s)، (t) الزمن (sec)، (k) ثابت المقاومة الخطية $(1/s)$، (α) ثابت التأثير غير الخطي $(1/m)$.

المطلوب:

1. حول المعادلة السابقة إلى معادلة تفاضلية خطية باستخدام التحويل المناسب، وأوجد الحل العام للمعادلة. (15 درجة)
2. إذا علمت أن: $v(0) = 5\ m/s, \alpha = 0.01\ m^{-1}, k = 0.5\ s^{-1}$ فأوجد سرعة الجسم بعد 4 ثوانٍ من بداية الحركة. (5 درجات)

السؤال الثالث: (25 درجة)

أوجد حل المعادلتين التفاضليتين التاليتين:

1. $x^2y'' + xy' + 4y = sec(\ln x)$ (15 درجة)
2. $y'' - 16y = cosh(2x) + cos(2x)$ (10 درجات)

السؤال الرابع: (25 درجة)

أوجد ما يلي:

1. $\mathcal{L}\{u(t-2)[(t-2)^2e^{-3(t-2)} + 4\sin(3(t-2))]\}$ (15 درجة)
2. $\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{s+3}{s^2+6s+13}\right\}$ (10 درجات)

السؤال الخامس: (30 درجة)

استخدم تحويل لابلاس في حل مسألتي القيم الابتدائية التاليتين:

1. $y' - 2y = 5e^t, \qquad y(0) = 0$ (15 درجة)
2. $y'' + 4y = 3\sin(2t), \qquad y(0) = 1,\ y'(0) = 0$ (15 درجة)

بالتوفيق للجميع

رقم الحالة	نوع المعادلة $g(x)$	فرضية الحل الخاص y_p
1	كثيرة حدود	$y_p = x^s(A_0 + A_1x + \cdots + A_nx^n)$
2	أسية	$y_p = x^s(Ae^{\alpha x})$
3	مثلثية أو زائدية	$y_p = x^s(A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x))$ أو $y_p = x^s(A\cosh(\beta x) + B\sinh(\beta x))$
(a) 4	كثيرة حدود × أسية	$y_p = x^se^{\alpha x}(A_0 + A_1x + \cdots + A_nx^n)$
(b) 4	كثيرة حدود × جيبية	$y_p = x^s[(A_0 + A_1x + \cdots + A_nx^n)\cos(\beta x) + (B_0 + B_1x + \cdots + B_nx^n)\sin(\beta x)]$ أو $y_p = x^s[(A_0 + A_1x + \cdots + A_nx^n)\cosh(\beta x) + (B_0 + B_1x + \cdots + B_nx^n)\sin(\beta x)]$
(c) 4	أسية × جيبية	$y_p = x^se^{\alpha x}(A\cos(\beta x) + B\sin(\beta x))$ أو $y_p = x^se^{\alpha x}(A\cosh(\beta x) + B\sinh(\beta x))$
(d) 4	كثيرة حدود × أسية × جيبية	$y_p = x^se^{\alpha x}[(A_0 + A_1x + \cdots + A_nx^n)\cos(\beta x) + (B_0 + B_1x + \cdots + B_nx^n)\sin(\beta x)]$ أو $y_p = x^se^{\alpha x}[(A_0 + A_1x + \cdots + A_nx^n)\cosh(\beta x) + (B_0 + B_1x + \cdots + B_nx^n)\sinh(\beta x)]$
5	مجموع أكثر من دالة	$y_p = y_{p1} + y_{p2} + \cdots + y_{pn}$

$f(t)$	Laplace Transform	Conditions
A	$\frac{A}{s}$	$s > 0$
t^n	$\frac{n!}{s^{(n+1)}}$	$n = 0,1,2,\ldots;\ s > 0$
$e^{(at)}$	$\frac{1}{(s-a)}$	$s > a$
$t^ne^{(at)}$	$\frac{n!}{(s-a)^{(n+1)}}$	$n \geq 0;\ s > a$
$sin(bt)$	$\frac{b}{(s^2+b^2)}$	$s > 0$
$cos(bt)$	$\frac{s}{(s^2+b^2)}$	$s > 0$
$e^{(at)}sin(bt)$	$\frac{b}{((s-a)^2+b^2)}$	$s > a$
$e^{(at)}cos(bt)$	$\frac{(s-a)}{((s-a)^2+b^2)}$	$s > a$
$sinh(at)$	$\frac{a}{(s^2-a^2)}$	$s > \lvert a\rvert$
$cosh(at)$	$\frac{s}{(s^2-a^2)}$	$s > \lvert a\rvert$