$D = |x_2 - x_1|$ ميكانيك هندسية 2

السرعة اللحظية والعجلة اللحظية

والتي يمكن كتابتها بالصيغة :

$$v = \frac{ds}{dt}$$

عندما تكون السرعة والازاحة دالة في الزمن

$$\int ds = \int v dt$$

والتي يمكن اعادة كتابتها عندما تكون السرعة دالة في الازاحة

$$\int \frac{ds}{v} = \int dt$$

السرعة والعجلة دالة في الزمن

$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$\int dv = \int a dt$$

السرعة دالة في الازاحة او والعجلة دالة في الازاحة

$$a = \frac{v dv}{ds}$$

$$\int a ds = \int v dv$$

ملاحظة

عند التعويض بفترة زمنية في معادلة الموضع وهي دالة في الزمن نحصل موضع في تلك اللحظة. اما لحساب المسافة المقطوعة في تلك الفترة فأنه يجب معرفة زمن توقف الجسم وذلك بالتعويض في معادلة السرعة بقيمة $v = 0$، فإذا كانت الفترة المطلوبة اقل من زمن التوقف فان قيمة المسافة هي القيمة المطلقة للإزاحة. اما إذا كان الفترة أكبر من زمن التوقف فأنه يتم حساب مجموع القيم المطلقة للمسافة المقطوعة قبل التوقف وبعده.

مثال1/ حركة جسم في خط مستقيم توصف بالمعادلة $x = 2t^3 - 15t^2 + 24t + 4$ حيث x مقاسة بالمتر ، t مقاسة بالثانية اوجد $(a$ متى تكون السرعة صفر $b)$ الموضع والمسافة الكلية المقطوعة عندما العجلة صفر

الحل / $v = \frac{dx}{dt} \Leftarrow v = 6t^2 - 30t + 24 \Leftarrow 0 = 6t^2 - 30t + 24$

يتوقف الجسم عند الثانية $t = 4\ sec$ ، $t = 1\ sec$

لا يجاد المسافة والموضع في اللحظة $a = 0$ يجب معرفة زمن هذه اللحظة

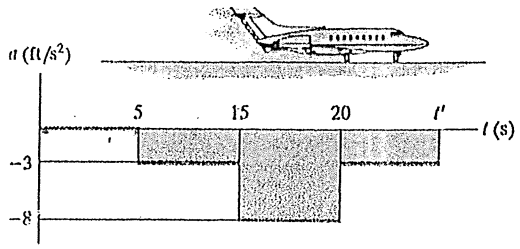
$$a = \frac{dv}{dt} \Leftarrow a = 12t - 30 \Leftarrow t = 2{,}5\ sec$$

الموضع $x = 2(2{,}5)^3 - 15(2{,}5)^2 + 24(2{,}5) + 4 = 1{,}5m$

اما المسافة الكلية المقطوعة $|x| = |x_1 - x_0| + |x_{2,5} - x_1|$

$$|x| = |15 - 4| + |1{,}5 - 15| = 24{,}5m$$

مثال/ الطائرة الموضحة تهبط على المدرج بسرعة ابتدائية $110ft/s$



عندما $s = 0$ بتعجيل، موضح اوجد t' للإيقاف

مع رسم العلاقة بين $S - t$ للحركة و $v - t$

الحل/

من اجل $0 \leq t < 5$ $\int_{110}^{v} dv = \int_{0}^{t} adt \Leftarrow\Leftarrow v - 110 = \int_{0}^{t}(0)dt \Leftarrow v = 110ft/s$

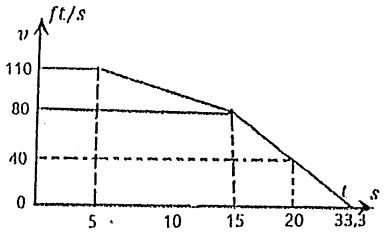
من اجل $5 \leq t < 15$ $\int_{110}^{v} dv = \int_{5}^{t} adt \Leftarrow v - 110 = \int_{5}^{t}(-3)dt$

$$\boxed{v = -3t + 125}$$

من اجل $15 \leq t < 20$

$$\boxed{v = -8t + 200}$$

$$\int_{80}^{v} dv = \int_{15}^{t} adt \Leftarrow v - 80 = \int_{15}^{t}(-8)dt$$



من اجل $20 \leq t < t'$

$$\int_{40}^{v} dv = \int_{20}^{t'} adt \Leftarrow v - 40 = \int_{20}^{t'}(-3)dt$$

$t' = 33,3s$ عندما يتوقف $v = -3t' + 100$

من اجل $0 \leq t < 5$

$$\int_{0}^{S} ds = \int_{0}^{t} vdt \Leftarrow S = \int_{0}^{t}(110)dt \Leftarrow S = 110t$$

من اجل $5 \leq t < 15$

$$\int_{550}^{S} dS = \int_{5}^{t} vdt \Leftarrow S - 550 = \int_{5}^{t}(-3t + 125)dt$$

$$S = \frac{-3t^2}{2} + 125t - 37,5$$

من اجل $15 \leq t < 20$

$$\int_{1500}^{s} dS = \int_{15}^{t} vdt \Leftarrow S - 1500 = \int_{15}^{t}(-8t + 200)dt$$

$$S = -4t^2 + 200t - 600$$

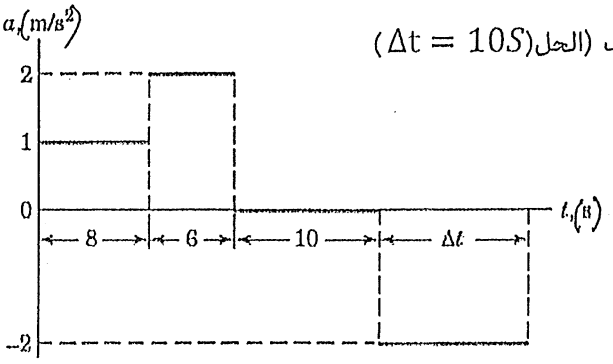
من اجل $20 \leq t < t'$

$$S - 1800 = \int_{20}^{t'}(-3t' + 100)dt \Leftarrow \int_{1800}^{S} dS = \int_{20}^{t'} vdt$$

$S = -1{,}5t'^2 + 100t + 400$ عندما يتوقف $S = 2067m$

---

1) قطار يتحرك بين محطتين حيث توقف في المحط الثانية ، العلاقة بين الزمن والعجلة موضحة بالشكل . اوجد



1) الزمن Δt من لحظ استخدام الفرامل حتى التوقف (الحل $\Delta t = 10S$)

2) المسافة بين المحطتين (الحل $S = 416m$)

الحل/

من اجل $0 \leq t < 8$

$$\int_0^v dv = \int_0^t adt$$

$$v = t$$

من اجل $8 \leq t < 14$

$$v - 8 = |2t|_8^t \Leftarrow \int_8^v dv = \int_8^t adt$$

$$v = 2t - 8(m/s)$$

من اجل $14 \leq t < 24$

$$v - 20 = |0|_8^t \Leftarrow \int_{20}^v dv = \int_{14}^t adt$$

$$v = 20(\frac{m}{s})$$

من اجل $24 \leq t < t'$

$$v - 20 = -2t' + 48 \Leftarrow v - 20 = |-2t|_{24}^{t'} \Leftarrow \int_{20}^v dv = \int_{24}^{t'} adt$$

$v = -2t' + 68$ حيث ان القطار توقف $v = 0$

$$\Delta t = 10s \Leftarrow t' = 34s$$

اما المسافة هي نفسها الازاحة حيث الحركة في خط مستقيم ولا توجد فترات توقف

من اجل $0 \leq t < 8$

$$S = \int_0^t tdt \Leftarrow \int_0^S ds = \int_0^t vdt$$

$$S = \frac{t^2}{2}$$

من اجل $8 \leq t < 14$

$$S - 32 = |t^2 - 8t|_8^t \Leftarrow S - 32 = \int_8^t (2t - 8)dt \Leftarrow \int_{32}^S S = \int_8^t vdt$$

$$S = t^2 - 8t + 32$$

من اجل $14 \leq t < 24$

$$S-116=|20t|_{14}^{t} \Leftarrow S-116=\int_{14}^{t}(20)dt \Leftarrow \int_{116}^{S} ds=\int_{14}^{t} vdt$$

$$S=20t-164$$

من اجل $24 \le t < 34$

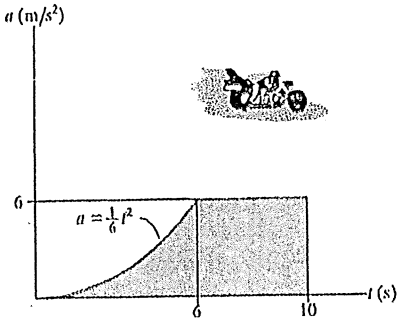
$$S-316= \Leftarrow S-316=\int_{24}^{t'}(-2t'+68\ )dt \Leftarrow \int_{316}^{S} dS=\int_{24}^{t'} vdt$$

$$\left[-t^2+68t\right]_{24}^{t'}$$

$$S=-t'^2+68t'-740$$

بذلك تكون المسافة الكلية $S_{34}=-(34)^2+68(34)-740=416$ ة

مثال9/ دراجة نارية تبدأ الحركة من السكون على طول طريق



مستقيم لمدة $10s$ ارسم العلاقة بين $v-t$

واحسب المسافة المقطوعة في $10s$

الحل/

المرحلة الاولى $0 \le t \le 6$

$$\Leftarrow \int_0^v dv=\int_0^t adt \Leftarrow v=\int_0^t \frac{1}{6}t^2dt=\frac{1}{18}t^3$$

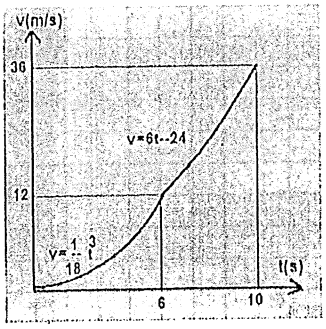
المرحلة الثانية

بداية $v=12m/s$ $\boxed{v=\frac{1}{18}t^3}$

$$\Leftarrow \int_0^S ds=\int_0^t vdt \quad \Leftarrow \quad S=\int_0^t \frac{1}{18}t^3dt=\frac{1}{72}t^4 \quad \Leftarrow \quad S=18m$$ بداية المرحلة

الثانية

المرحلة الثانية $6 \le t \le 10$



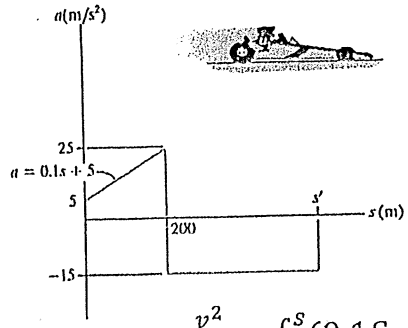
$$v-12=6t-36 \Leftarrow \int_{12}^{v} dv=\int_{6}^{t} 6dt$$

معادلة السرعة للمرحلة الثانية $v=6t-24$

$$S=3t^2-24t+54 \Leftarrow \int_{18}^{S} ds=\int_{6}^{t} 6t-24dt$$

عندما $t=10s$ فان $S=114m$ والسرعة $v=36m/s$

مثال10 / يبدأ راكب دراجة الحركة من السكون بعجلة



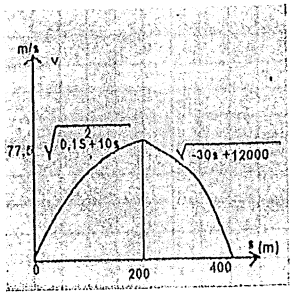
موضحة ارسم العلاقة بين $v - s$ من اجل

$0 \le s \le \acute{s}$ ثم اوجد المسافة $\acute{s}$ التي قطعهاقبل ان يتوقف

الحل / $0 \le s \le 200$

المرحلة الاولى $\int_0^v v dv = \int ads \Rightarrow \frac{v^2}{2} = \int_0^s (0{,}1S + 5)\mathrm{ds} = \frac{0{,}1}{2}s^2 + 5s$

من اجل $S = 200 \Rightarrow v^2 = 6000 m^2/s^2$ وهي بداية المرحلة الثانية



المرحلة الثانية $\int_{\sqrt{6000}}^{v} v dv = \int ads \Rightarrow \int_{\sqrt{6000}}^{v} v dv = \int_{200}^{\tilde{S}} -15\ \mathrm{ds}$

منها $\frac{v^2}{2} - \frac{6000}{2} = -15\tilde{S} + 3000 \quad v^2 = -30\tilde{S} + 12000$

فانه عندما يتوقف $\tilde{S} = 400m$

مثال/ جسم بدأ الحركة من السكون في خط مستقيم بعجلة $a = (30 - 0.2v) ft/s^2$ حيث v بوحدة ft/s

اوجد الوقت الذي تصل فيه السرعة الى $v = 30 ft/s$

الحل :-

$\frac{dv}{dt} = 30 - 0.2v$ بالتعويض $\int_o^t dt = \frac{1}{-0{,}2}\int_0^{30} \frac{-0.2dv}{30-0.2v}$

$t = \frac{1}{-0{,}2} ln\left[\frac{24}{30}\right]$ $\boxed{t = 1.12s}$

مثال / جسم يتحرك في خط مستقيم تعرف سرعته بالمعادلة $v = (-4s^2) m/s$

اذاكان عند $t = 0$ عندما $s = 2m$ اوجد السرعة والعجلة كدالة في الزمن

الحل:-

$vdv = ads$ يمكن كتابتها بالصورة $\frac{ds}{v} = \frac{dv}{a}$

$$\int_2^s \frac{ds}{-4s^2} = \int_0^t dt$$

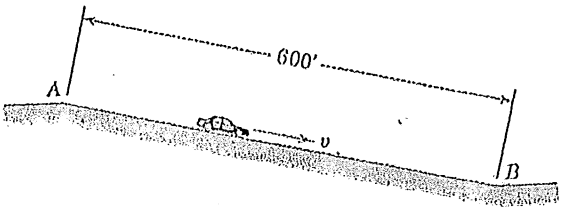
$$\left|\frac{1}{4s}\right|_2^s = t$$ منها نحصل على $$\frac{1}{4s} - \frac{1}{8} = t$$ بذلك $$\frac{1}{4s} = t + \frac{1}{8}$$

$$s = \frac{2}{8t+1}$$

$$v = \frac{-16}{(8t+1)^2}\ m/s$$

$$a = \frac{256}{(8t+1)^3}\ m/s^2$$

مثال/ سائق سيارة يتحرك من السكون من A ليتحرك بعجلة $a = 3.22 - 0.004v^2\left(\frac{m}{s^2}\right)$ اوجد سرعتها عند B



الحل:-

$$vdv = ads$$

$$\int_0^{600} ds = \int_0^v \frac{v}{3.22-0.004v^2}\, dv$$

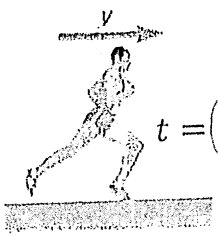
$$\int_0^{600} ds = -\frac{1}{0.008}\int_0^v \frac{-0.008v}{3.22-0.004v^2}\, dv$$

$$600 = -\frac{1}{0.008} ln|3.22 - 0.004v^2|_0^v$$

$$600(-0.008) = ln\left(\frac{3.22-0.004v^2}{3.22}\right)$$

$$v = 28.3 ft/s$$

مثال/ تعطى سرعة رياضي بالعلاقة $v = 7.5(1 - 0.04x)^{0.3}$ حيث بوحدة $\frac{mi}{h}$



و x بوحدة mi وكانت $x = 0$ عند $t = 0$ اوجد 1) المسافة التي قطعها العداد عند $t = 1hr$

2) تعجيل الرياضي بوحدة ft/s عند $t = 0$ 3) الوقت المستغرق لقطع $6mi$

الحل:-

من العلاقة $v = \frac{dx}{dt}$

$$\int_0^1 dt = \int_0^x \frac{dx}{7.5(1-0.04x)^{0.3}}$$

$$-7.5 = \frac{1}{-0.04}\int_0^x -0.04[1-0.04x]^{-0.3}$$

$$7.5(0.04)(0.7) = |(1-0.04x)^{0.7}|_0^x$$

$$0.21 = 1-(1-0.04x)^{0.7}$$

$$(1-0.04x) = (0.79)^{\frac{10}{7}}$$

$$x = 7.15mi$$

من العلاقة $adx = vdv$

$$a = 7.5(1-0.04x)^{0.3}\frac{d(7.5(1-0.04x)^{0.3}}{dx}$$

$$a = 7.5(1-0.04x)^{0.3}(7.5)(0.3)(-0.04)(1-0.04x)^{-0.7}$$

$$a_0 = -2.75\times10^{-4}ft/s^2$$

$$\int_0^t dt = \int_0^6 \frac{dx}{7.5(1-0.04x)^{0.3}}$$

$$-7.5t = \frac{1}{-0.04}\int_0^6 -0.04[1-0.04x]^{-0.3}$$

$$7.5(0.04)(0.7)t = |(1-0.04x)^{0.7}|_0^6$$

$$0.21t = 1-(1-0.04(6))^{0.7}$$

$$t = 50min$$

مثال/ سرعة جسم يتحرك في خط مستقيم $v = v_0 - ks$ حيث k ثابت . اذا كان $s = 0$ عندما $t = 0$ اوجد موضع وتعجيل الجسم كدالة في الزمن

الحل:-

$$\int_0^t dt = \int_0^s \frac{ds}{v_0-ks}$$

$$\int_0^t dt = \frac{1}{-k}\int_0^s \frac{-kds}{v_0-ks}$$ بأجراء عملية التكامل $t = -\frac{1}{k}ln|v_0-ks|_0^s$

$$t = -\frac{1}{k}ln\left(\frac{v_0}{v_0-ks}\right)$$

منها $v_0 - ks = \frac{v_0}{e^{kt}}$

$$s = \frac{v_0}{k}(1-e^{-kt})$$

$$v = v_0e^{-kt}$$

$$a = -kv_0e^{-kt}$$

عندما يتحرك جسم في خط مستقيم بعجلة ثابتة (منتظمة) فانه يتبع المعادلات الاتية

$$s = (\frac{v_0 + v}{2})t$$

$$s = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2as$$

$$v = v_0 + at$$

عندما يتحرك جسم بسرعة ثابتة (منتظمة) $a = 0$ فانه يتبع معادلة وحيدة

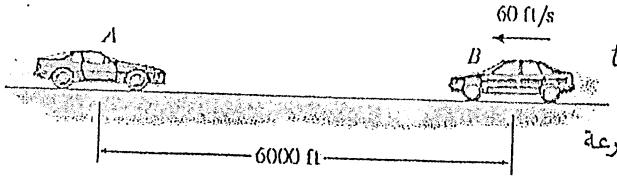
$$s = vt$$

1) يجب الانتباه لتجانس الابعاد (s , $\frac{m}{s}$, m) او (s , $\frac{ft}{s}$, ft)

$mil \xrightarrow{1760} y \xrightarrow{3} ft \xrightarrow{12} in$ و $\frac{mil}{h} \xrightarrow{\frac{22}{15}} \frac{ft}{t}$ و $\frac{km}{h} \xrightarrow{\frac{5}{18}} \frac{m}{t}$

$mil \xrightarrow{1609} m$

2) عند دراسة جسم وغير مساره يجب الانتباه لاتجاهات السرعات والازاحة (تعطى بالسالب) وكذلك اذا كان جسمان



مثال/ السيارة A تبدأ الحركة من السكون عند $t = 0$

وبتعجيل $6ft/s^2$ عندما تصل الى عندما تصل الى سرعة

$80ft/s$ ليحافظ عليها عندما $t = 0$ كانت هناك سيارة B

موجودة على بعد $6000ft$ وتتحرك بسرعة ثابتة $60ft/s$ اوجد المسافة التي تقطعها السيارة A عندما تجتاز كل منهم الأخرى .

الحل /

السيار الأولى A تتحرك على مرحلتين (مرحلة أولى عجلة $6ft/s^2$ تقطع خلالها مسافة S_{1A} وزمن t_A) يمكن حسابهم بسهولة

$$S_{1A} = \frac{1600}{3}ft$$

$v^2 = v_0^2 + 2as$ بالتعويض $80^2 = 0 + 12s$ منها

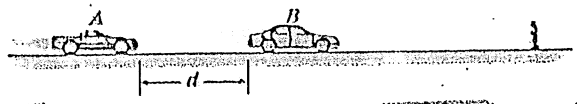
$v = v_0 + at$ بالتعويض $80 = 0 + 6t$ منها $t_A = \frac{40}{3}s$

السافة الكلية للسيارتين $S_A + (-S_B) = 6000$

$\{\frac{1600}{3} + 80(t - \frac{40}{3}\}_A - (-60)t = 6000$ فيكون زمن التلاقي $t = \frac{140}{3}$

المسافة الكلية للسيارة A هي $S_A = \{\frac{1600}{3} + 80(\frac{140}{3} - \frac{40}{3}\}_A = 3200ft$

مثال/ السيارة B تسير مباشرة امام السيارة A وعلى بعد d وكل منهم له سرعة $60ft/s$ عندما صاحب السيارة B فجأة أطبق الفرامل مما سبب في تعجيل $12ft/s^2$ صاحب السيارة A استغرق $0,75s$ كرد فعل للأطباق هو أيضا على الفرامل ليتحرك بتعجيل $15m/s^2$ اوجد اقل مسافة d لتجنب الصدام



الحل/

لتفادي الاصطدام اقل شي A تصل B بنفس السرعة من القانون $v = v_0 + at$ فان $v_B = 60 - 12t$

إذا $v_A = 60 - 15(t - 0,75)$ من مساواة السرعتين $60 - 15(t - 0,75) = 60 - 12t$

$$t = 3,75s$$

عند اللحاق فان مسافة تقطعها B هي $S_B = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$ منها

$$S_B = 60t - \frac{1}{2}(12)t^2$$

اما السيارة A فقد قطعت مسافة $S_A - S_B = d$

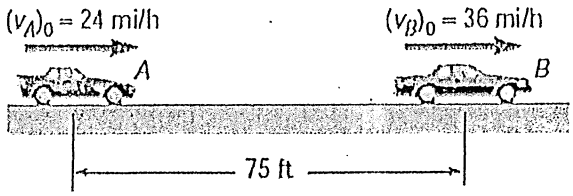
منها $60(0,75) + 60(3) - \frac{1}{2}(15)(3)^2 - 60(3,75) + \frac{1}{2}(12)(3,75)^2 = d$

$$d = 16,9ft$$

مثال3/ سيارتان في اللحظة معينة كان تعجيل A $a_A = 1,8ft/s^2$ وتباطؤ $a_B = 1,2ft/s^2$ اوجد

1) متى تجتاز السيارة A السيارة B

2)سرعة كل منهم في تلك اللحظة



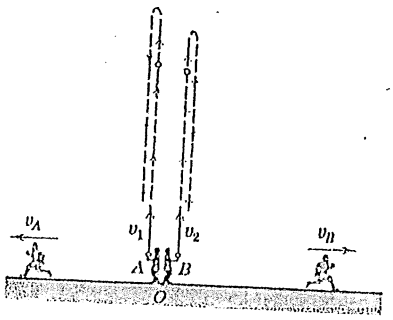
الحل / $75 = S_A - S_B$

$$75 = (v_0 t + \frac{1}{2}at^2)_A - (v_0 t + \frac{1}{2}at^2)_B$$

$$1,5t^2 - 17,6t - 75 = 0 \Leftarrow 75 = 35,2t + \frac{1}{2}(1,8)t^2 - (52,8t - \frac{1}{2}(1,2)t^2$$

سيتم اللحاق عند $t = 15,1S$ اما سرعة كل منهم من القانون $v = v_0 + at$

$v_A = 35,2 + 1,8(15,1) = 62,38ft/s$ اما $v_B = 52,8 - 1,2(15,1) = 34,68ft/s$



مثال/ في مسابقة قذف اللاعب A الكرة بسرعة $v_1 = 70ft/s$ وتحرك بسرعة $v_A = 16ft/s$

في نفس اللحظة قذف اللاعب B الكرة بسرعة $v_2 = 46ft/s$ وتحرك بسرعة $v_B = 18ft/s$

وكانت حركتهم في اتجاهين متضادين أي المتسابقين يقطع مسافة اكبر

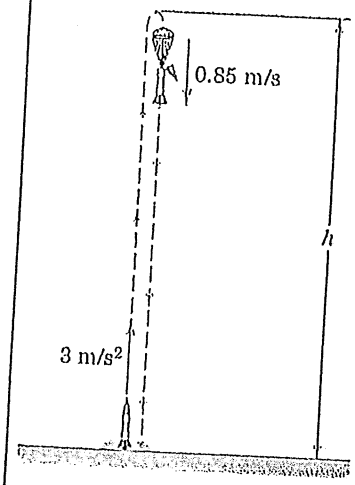
الحل :-

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$0 = 70t_A - \frac{1}{2}(32.2){t_A}^2$ منها $t_A = 4.35s$ سوف يقطع مسافة $S_A = 16(4.35) = 69.6ft$

$0 = 64t_B - \frac{1}{2}(32.2){t_B}^2$ منها $t_B = 3.98s$ سوف يقطع مسافة $S_B = 18(3.98) = 71.6ft$

الاعب B هو الفائز بفارق $2ft$



مثال/ يطلق صاروخ نموذجي من السكون بتعجيل ثابت $3m/s^2$ ليستمر بهذا التعجيل $8s$ ثم يتوقف التعجيل ويستمر في الصعود ليصل الى اعلى نقطة ثم تفتح المضلة ليهبط بسرع ثابتة $0.85m/s$ ما هو اقصى ارتفاع وصل اليه والزمن الازم لعودته

الحل:-

<u>مرحلة العجلة</u> $v = v_0 + at$ بذلك $v = 0 + 3(8) = 24m/s$

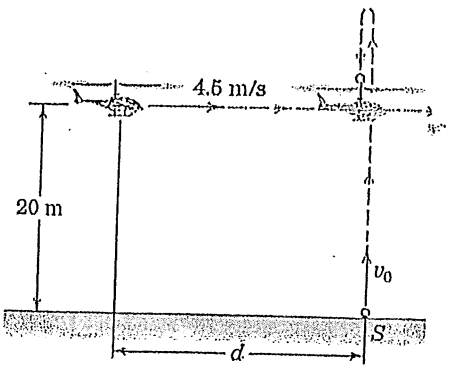
$s = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$ بذلك $s_1 = 0 + \frac{1}{2}(3)8^2 = 96m$

<u>مرحلة الجاذبية صعود</u> $v = v_0 - gt$ بذلك $0 = 24 - 9.81t$ عليه $t = 2.45s$

$s = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$ بذلك $s_2 = 24(2.45) - \frac{1}{2}9.81(2.45)^2 = 29.36m$

الارتفاع للكلي $s_2 = 96 + 29.36 = 125.36\text{m}$ والزمن $t = 8 + 2.45 + \frac{125.36}{0.85} = 158s$

مثال/ طائرة عمودية تحلق افقيا بسرعة ثابتة $4.5m/s$ وعلى ارتفاع $20m$ على بعد d منها يطلق مقذوف عموديا من المكان s بسرعة ثابتة $28m/s$ ما هو البعد d لكي يصيب المقذوف الطائرة



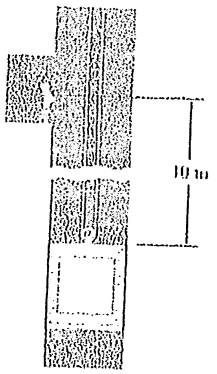
الحل:-

$$h = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$20 = 28t - \frac{1}{2}(9.81)t^2$ فيكون زمني المقذوف $t = 4{,}87s$, $t = 0{,}84s$

$d = vt = 4{,}5(4{,}87) = 22m$ او $d = vt = 4{,}5(0.84) = 3.78m$

مثال/ مصعد يصعد بسرعة ثابتة $4m/s$. يقف رجل على بعد $10m$ فوق المصعد ويقذف بكرة راساً لاعلى بسرعة $3m/s$



اوجد

1) متى تصدم الكرة بالمصعد
2) على بعد كم من ارجل تصطدم الكرة بالمعد مقاسة من موقع الرجل

الحل :-

عندا يحدث الاصدام ازاحة الكرة والمصعد متساوي من موقع الرجل كرة$0 = h$ $- h$ مصعد

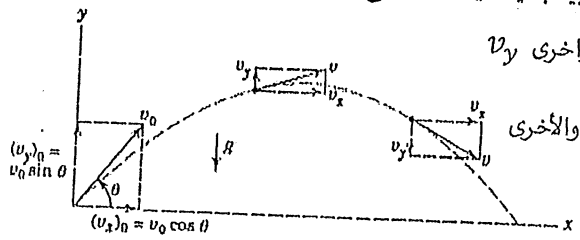
$$-10 + 4t - \left(3t - \frac{1}{2} 9.81 t^2\right) = 0$$

$$t = 1.33s$$

$h = -10 + 4(1.33) = -4.68m$ تحت الرجل

حركة المقذوفات

هي حركة جسم في مستوى (x, y) تحت تأثير الجاذبية بحيث يتحدد موقع الجسم عند أي لحظة بنقطتين مسافة افقية (x) واخرى راسية (y) وكذلك سرعتين v_x واخرى v_y



بذلك فيمكن تقسيم المعادلات الى معادلات افقية والأخرى عمودية

اولا المعادلات الافقية

$$v_x = v_0 cos\theta$$

(معادلة السرعة الافقية) وهي سرعة ثابتة لا نها لا تعتمد على الجاذبية

$$x = v_0 cos\theta (t)$$

من هذه المعادلة يمكن تعين البعد الافقي عند أي لحظة(والعكس) وهي قانون عام

ثانيا المعادلات الراسية

$$v_y = v_0 sin\theta - gt$$

بوا سطتها تعين السرعة الراسية عند أي لحظة والعكس

$$v_y^2 = (v_0 sin\theta)^2 - 2gy$$

يمكن بواسطتها تعين السرعة الراسية بمعلومية الارتفاع (والعكس)

$$y = v_0 \sin\theta(t) - \frac{1}{2}gt^2$$

يمكن بواسطتها تعين الارتفاع بمعلومية الزمن والعكس

ملاحظات

1) عند اعلى نقطة في مسار المقذوف تكون مركبة السرعة الراسية v_y صفر

2) عندما يقذف جسم من الارض ويعود للأرض ويكمل حركته كما بالرسم الموضح في اعلى فان

a) زمن الوصول لأقصى ارتفاع $t = \frac{v_0 sin\theta}{g}$ بينما الزمن الكلي $t = \frac{2v_0 sin\theta}{g}$

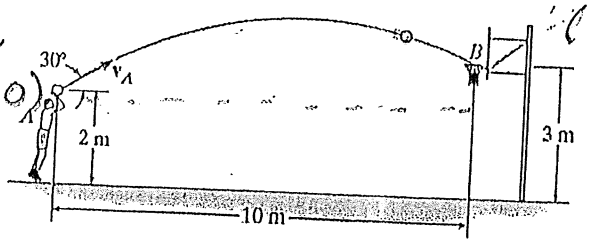
b) اقصى ارتفاع تصل اليه $y = \frac{(v_0 sin\theta)^2}{2g}$ بينما اقصى مدى $x = \frac{v_0^2 sin2\theta}{g}$

c) معادلة المقذوفات قطع مكافئ

$$y_1 = tan\theta x_1 - \frac{gx^2}{2(cos\theta)^2 v_0^2}$$

مثال/ مهملاً حجم الكرة اوجد السرعة الابتدائية v_A كذلك سرعة دخولها السلة

الحل/



من معادلة المسار $y = tan\theta x - \frac{gx^2}{2(cos\theta)^2 v_0^2}$ والتعويض

$1 = tan30(10) - \frac{9,81(10)^2}{2(cos30)^2 v_0^2}$ منها $v_0 = 11,705m/s$

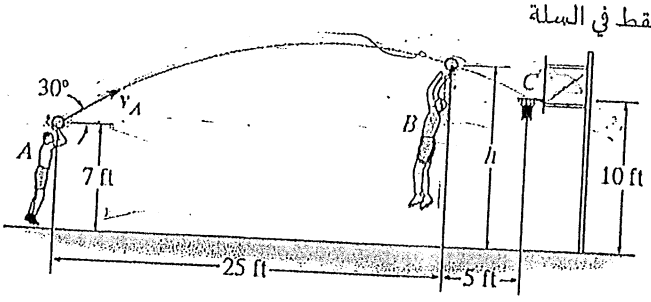
$v_y^2 = (v_0 cos\theta)^2 - 2gy$ بالتعويض $v_y^2 = (11,705sin30)^2 - 2(9,81)1$ منها

$v_x = v_0 cos\theta$ اذا $v_x = 11,705cos30 = 10,14m/s$ اما السرعة الافقية لا تتغير $v_y = 3,825m/s$

$v = \sqrt{10,14^2 + 3,825^2} = 10,83m/s$ ولها اتجاه $\theta = tan^{-1}\left(\frac{3,825}{10,14}\right) = 20,67°$

مثال/الكرة بالكاد مرت من فوق يدي اللاعب B لتسقط في السلة

اوجد السرعة الابتدائية والارتفاع h



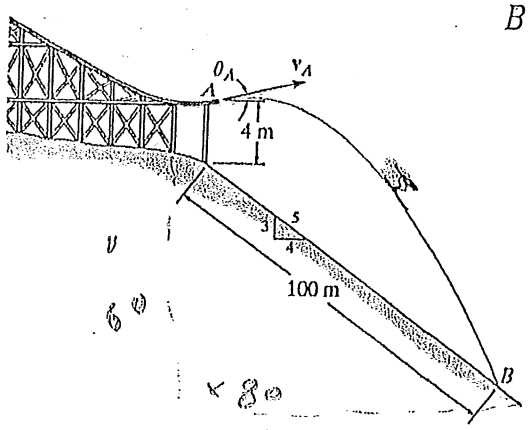
الحل

$y = tan\theta x - \frac{gx^2}{2(cos\theta)^2 v_0^2}$

$3 = tan30(30) - \frac{32,2(30)^2}{2(cos30)^2 v_0^2}$ منها $v_0 = 36,73ft/s$

$h - 7 = tan30(25) - \frac{32,2(25)^2}{2(cos30(36,73)^2}$ منها $h = 11,5ft$

مثال/ المتزلج غادر المنصة بزاوية $\theta_A = 25°$ليصطدم عند B



ماهي سرعته الابتدائية وكذلك عندما يصطدم بالأرض

الحل/

$$y = tan\theta x - \frac{gx^2}{2(cos\theta)^2 v_0^2}$$

$$-4 - 60 = tan25(80) - \frac{9{,}81(80)^2}{2(cos25)^2 v_0^2}$$ منها $v_0 = 19{,}42m/s$

$v_y^2 = (v_0 cos\theta)^2 - 2gh$بالتعويض

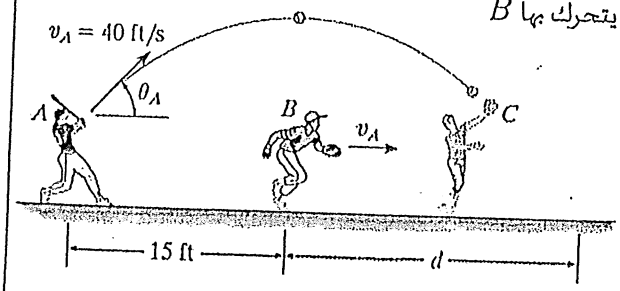
$$v_y^2 = (19{,}42sin25)^2 - 2(9{,}81)(-64)$$ منها

$v_y = 36{,}37m/s$ اما السرعة الافقية لا تتغير $v_x = v_0 cos\theta$ اذا $v_x = 19{,}42cos25 =$

$17{,}6m/s$

$v = \sqrt{17{,}6^2 + 36{,}37^2} = 40{,}4m/s$ ولها اتجاه $\theta = tan^{-1}\left(\frac{36{,}37}{19{,}42}\right) = 61{,}9°$

مثال / لاعب البياسبول A قذف الكرة بسرعة ابتدائية $40ft/s$ وزاوية $\theta_A = 60°$ لتمر فوق اللاعب B عندها بدأ في الحركة بسرعة ثابتة ماهي تلك السرعة التي يجب ان يتحرك بها B



لكي يمسك بها عند d في نفس مستوى القذف

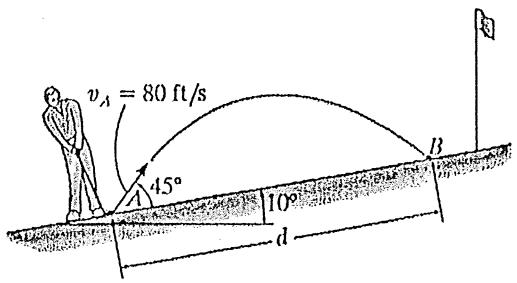
الحل/

$$y = tan\theta x - \frac{gx^2}{2(cos\theta)^2 v_0^2}$$

$$0 = tan60(15 + d) - \frac{32{,}2(15+d)^2}{2(cos60)^2 40^2}$$ بالحل $d = 28{,}03ft$

لكي يمسك بها عليه ان يتحرك بنفس السرعة الافقية للكرة$v_B = 40cos\,60 = 20ft/s$

مثال/ اوجد البعد d والسرعة التي تصطدم بها والزمن عند الاصطدام



$$y = tan\theta x - \frac{gx^2}{2(cos\theta)^2 v_0^2}$$

$$dsin10 = tan55(dcos10) - \frac{32{,}2(dcos10)^2}{2(cos55\times80)^2}$$

$$d = 166{,}23ft$$

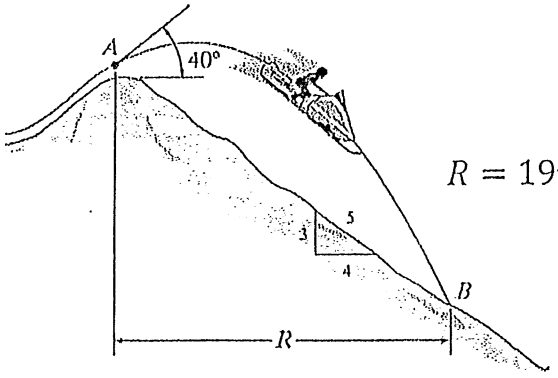
$t = \frac{166{,}23cos10}{80cos55} = 3{,}57s$ منها $x = v_0 cos\theta t$

$v_y = -49{,}4ft/s$ بذلك $v_y = 80sin55 - 32{,}2(3{,}57)$ منها $v_y = v_0 sin\theta - gt$

$v_x = 80cos55 = 45{,}886ft/s$ اذا $v_x = v_0 cos\theta$ اما السرعة الافقية لا تتغير

$\theta = tan^{-1}\left(\frac{49{,}4^2}{45{,}886}\right) = 47{,}1°$ ولها اتجاه $v = \sqrt{45{,}886^2 + 49{,}4^2} = 67{,}4ft/s$

مثال / دراجة التزلج تنطلق بسرعة ابتدائية عند A تساوي $10m/s$ اوجد زمن الطيران من A الى B والمدى R



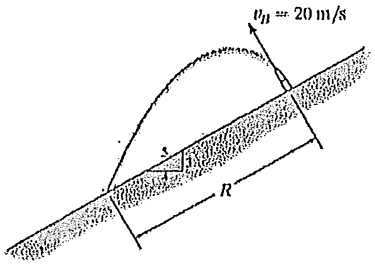
الحل/ $y = tan\theta x - \frac{gx^2}{2(cos\theta)^2 v_0^2}$

$-R\left(\frac{3}{4}\right) = tan40(R) - \frac{9{,}81R^2}{2(cos40)^2 100}$ منها $R = 19m$

$R = v_o cos\theta t$

$t = \frac{19}{10cos40} = 2{,}48s$

مثال/ الماء يخرج بسرعة $20m/s$ وبزاوية $90°$ مع السطح المائل اوجد R

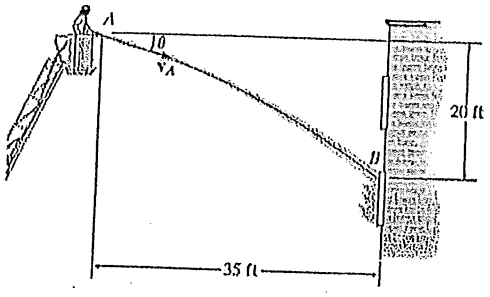


الحل/

$$y - y_0 = tan\theta x - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 cos^2\theta}$$

$-R\frac{3}{5} = \left[\frac{4}{3}\right]\left(R\frac{4}{5}\right) - \frac{1}{2}9{,}81\frac{\left(R\frac{4}{5}\right)^2}{400\left(\frac{3}{5}\right)^2}$ بذلك $R = 76{,}5m$

مثال/ اوجد زاويتي القذف لإخماد الحريق بسرعة إطلاق $80ft/s$



الحل:-

$$y = tan\theta x + \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2 cos^2\theta}$$

$$20 = 35tan\theta + 3{,}1(1 + tan^2\theta)$$

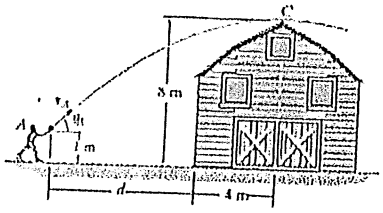
$$\theta = 24°, \theta = -85{,}2°$$

مثال / اللاعب Aيحاول رمي الكرة بسرعة ابتدائية

$15\ m/s$ فوق سطح المخزن ماهي الزاوية التي يجب

ان يقذف بها لكي تكون عند C اعلى نقطة ما هو

البعد d الذي يجب عليه ان يقف عنده ليحقق تلك الرمية



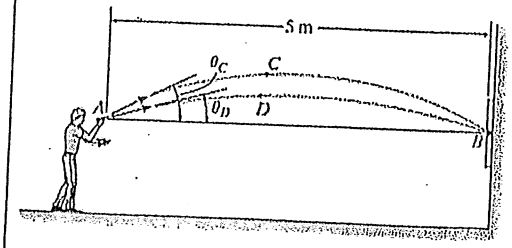
الحل /تكون سرعته الراسية صفر عند C عليه من القانون $v_y^2 = (v_0 sin\theta)^2 - 2gy$

عليه $sin\theta = \sqrt{\frac{2\times 9.81\times 7}{15^2}}$ منها $\theta = 51{,}4$

اما البعد$4 -$ $d = \frac{v_{0sin2\theta}^2}{2g}$ فتكون $d = \frac{15^2 sin102{,}8}{2(9{,}81)} - 4 = 7{,}18m$

مثال/ الرجل يرمي الكرتان في نفس اللحظة وبنفس السرعة$10m/s$ ليصل كل منهم

الى B في نفس المستوى للرمي ماهي زاويتي القذف $\theta_c > \theta_D$ والفرق الزمني للوصول



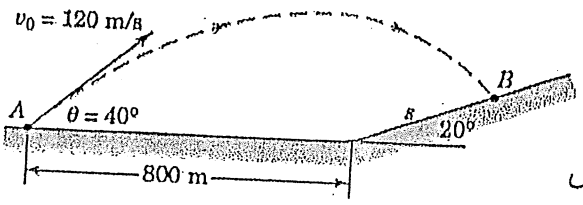
الحل:-

$$0 = 5tan\theta - \frac{4{,}905(25)}{100}(1 + (tan\theta)^2)$$

$$\theta_c = 75{,}3°, \theta_D = 14{,}7°$$

$$\Delta t = \frac{5}{10cos75{,}3} - \frac{5}{10cos14{,}7} = 1{,}45s$$

مثال/ اوجد المسافة S وزمن الطيران



بالتعويض $y - y_0 = tan\theta x - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 cos^2\theta}$

$$S\,sin20 = tan40(800 + Scos20) - 4{,}905\frac{(800+Scos20)^2}{120^2(cos40)^2}$$

$$4{,}905\frac{(800+Scos20)^2}{120^2(cos40)^2} = 671{,}28 + 0{,}45\,S$$

$$671{,}28 + 0{,}45\,S = 5{,}8 \times 10^{-4}(640000 + 1503{,}5S + 0{,}88S^2)$$

$$671{,}28 + 0{,}45\,S = 371{,}2 + 0{,}87S + 5{,}104 \times 10^{-4}S^2$$

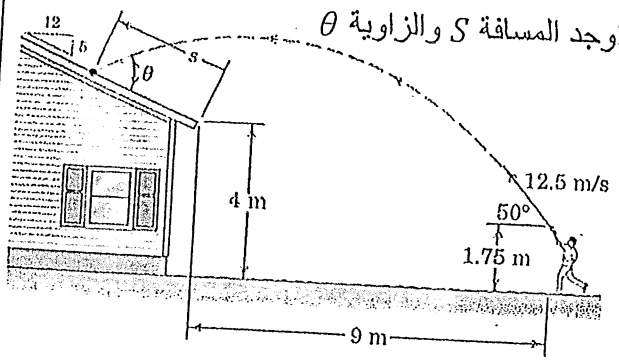
$$5{,}104 \times 10^{-4}S^2 + 0{,}42S - 300{,}1 = 0$$

$S = 459m$

454 m

منها $x = v_0 cos\theta t$ $t = \frac{800+459cos20}{120cos40} = 13{,}4s$

مثال/ الطفل رمي الكرة لتهبط على سطح المنزل اوجد المسافة S والزاوية θ



الحل:-

$$y = tan\theta x - \frac{gx^2}{2(cos\theta)^2 v_0^2}$$

$$2.25 + (s\frac{5}{13}) = tan50(9 + s\frac{12}{13}) - \frac{9.81(9+s\frac{12}{13})^2}{2(12.5cos50)^2}$$

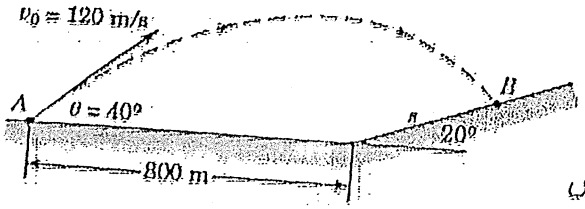
$$2.25 + (s\frac{5}{13}) = (9tan50 + s\frac{12}{13}tan50) - \frac{9.81(9+s\frac{12}{13})^2}{2(12.5cos50)^2}$$

$$2.25 + (s\frac{5}{13}) = (9tan50 + s\frac{12}{13}tan50) - 0.076(81 + s\frac{216}{13} + s^2\frac{144}{169}$$

$$0.076(\frac{144}{169})s^2 + 0.547s - 2.32 = 0$$

$$s = 3.1m$$

مثال/ اوجد المسافة S وزمن الطيران



بالتعويض $y - y_0 = tan\theta x - \frac{1}{2} g \frac{x^2}{v_0^2 cos^2\theta}$

$$S\,sin20 = tan40(800 + Scos20) - 4{,}905\frac{(800+Scos20)^2}{120^2(cos40)^2}$$

$$4{,}905\frac{(800+Scos20)^2}{120^2(cos40)^2} = 671{,}28 + 0{,}45\,S$$

$$671{,}28 + 0{,}45\,S = 5{,}8 \times 10^{-4}(640000 + 1503{,}5S + 0{,}88S^2)$$

$$671{,}28 + 0{,}45\,S = 371{,}2 + 0{,}87S + 5{,}104 \times 10^{-4}S^2$$

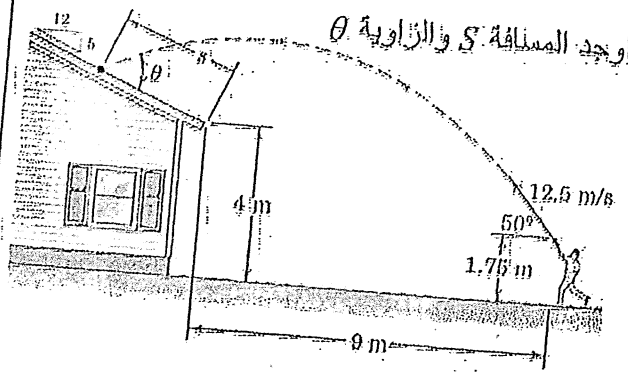
$$5{,}104 \times 10^{-4}S^2 + 0{,}42S - 300{,}1 = 0$$

$S = 459m$

459 m

$t = \frac{800+459cos20}{120cos40} = 13{,}4s$ منها $x = v_0 cos\theta t$

مثال/ الطفل رمى الكرة لتهبط على سطح المنزل اوجد المسافة S والزاوية θ



الحل:-

$$y = tan\theta x - \frac{gx^2}{2(cos\theta)^2 v_0^2}$$

$$2{,}25 + (s\frac{5}{13}) = tan50(9 + s\frac{12}{13}) - \frac{9{,}81(9+s\frac{12}{13})^2}{2(12{,}5cos50)^2}$$

$$2{,}25 + (s\frac{5}{13}) = (9tan50 + s\frac{12}{13}tan50) - \frac{9{,}81(9+s\frac{12}{13})^2}{2(12{,}5cos50)^2}$$

$$2{,}25 + (s\frac{5}{13}) = (9tan50 + s\frac{12}{13}tan50) - 0.076(81 + s\frac{216}{13} + s^2\frac{144}{169}$$

$$0{,}076(\frac{144}{169})s^2 + 0.547s - 2{,}32 = 0$$

$$s = 3{,}1m$$

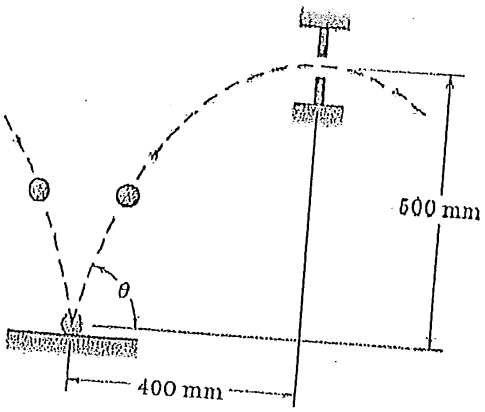
$$v_y^2 = (v_0 sin\alpha)^2 - 2gy$$

$$v_y^2 = (12.5sin50)^2 - 2(9{,}81)3.44$$

$\theta = 31.5 + 22.6 = 54.1°$ بينما $\alpha = 31.5°$ منها $tan\alpha \frac{4.92}{12.5cos50}$

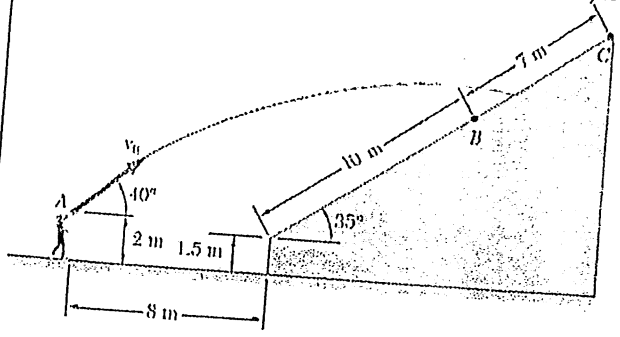
مثال / ماهي الزاوية θ التي ترتد بها الكرة لتمر عبر الفتحة في اعلى نقطة وسرعتها عند المرور

$(1{,}253m/s \ , \ \theta = 68{,}2°)$



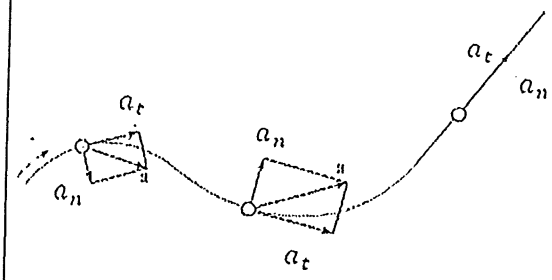
مثال / اوجد معدل السرعة v_0 لتسقط الكرة بين A, B

الحل$(16{,}2m/s \leq v_0 \leq 21m/s)$



الحركة على المسارات المنحنية

عندما يتحرك جسم على مسار منحني فان عند أي نقطة في المسار له سرعة مماسيه v_t وعجلة مماسيه a_t مسؤولة على معدل زيادة السرعة وفي اتجاه متعامد عليها نحو المركز يكون للجسم تعجيل مركزي a_n يكون اتجاهه نحو المركز دائما



$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

واذا كان المسار له معادلة $y = f(x)$ فان نصف قطر هذا القوس

$$\rho = \frac{(1+\dot{y}^2)^{\frac{3}{2}}}{|\ddot{y}|}$$

ويكون اتجاه السرعة عي أي لحظة

$$\frac{dy}{dx}$$

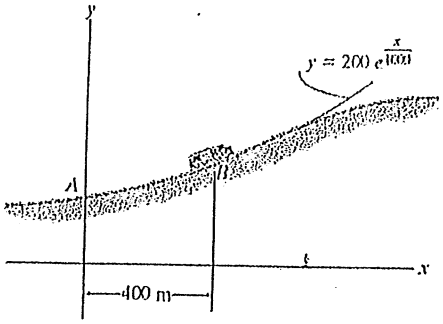
$$\tan\theta = \frac{dy}{dx}$$

$$F_t = ma_t$$

$$F_n = ma_n$$

مثال / القطار مر بالنقطة B بسرعة $20m/s$ التي تتناقص بمعدل $a_t = -0,5m/s^2$

اوجد التعجيل في تلك النقطة



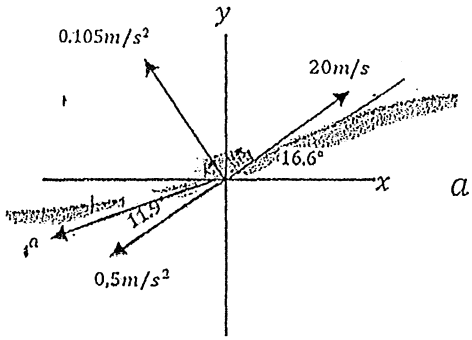
الحل:-

$$\frac{dy}{dx} = 0.2e^{\frac{x}{1000}} = 0.2984 \quad , \quad \frac{d^2y}{dx^2} = 0.2 \times 10^{-3} e^{\frac{x}{1000}} = 2.984 \times 10^{-4}$$

$$\rho = \frac{(1+\dot{y}^2)^{\frac{3}{2}}}{|\ddot{y}|} = \frac{(1+0.2984^2)^{\frac{3}{2}}}{|2.984\times10^{-4}|} = 3809m$$

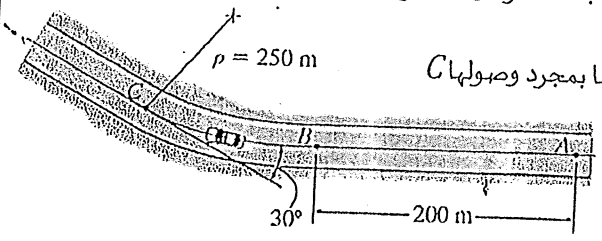
$$a_n = \frac{20^2}{3809} = 0.105m/s^2$$

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{0.5^2 + 0.105} = 0.511m/s^2$$



ads = v dv نستخدم القانون في الإزاحة والعجلة والسرعة

مثال/عندما السيارة وصلت A لها سرعة $25m/s$.اذا طبقت الفرامل لتتحرك بتعجيل $a_t = (0,001S - 1)m/s^2$ اوجد مقدار تعجيلها بمجرد وصولها C



$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$

الحل/ طول القوس $l = 250\left(30\frac{\pi}{180}\right) = 130,9m$

$$\int v dv = \int a ds$$

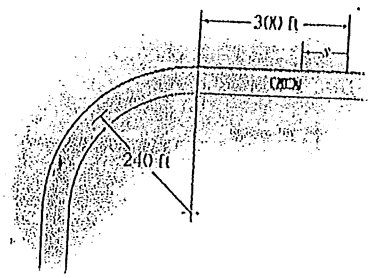
$$\int_{25}^{v_C} v dv = \int_0^{330,9} (0,001S - 1) ds$$ منها $v_C = 8,526m/s$

$$a_t = (0,001(330,9) - 1) = -0,6691m/s^2$$

$a_n = \frac{v_t^2}{\rho} = \frac{8,526^2}{250} = 0,291m/s^2$ بذلك $a = \sqrt{0,6691^2 + 0,291^2} = 0,73m/s^2$

مثال/ السيارة تبدأ من السكون عند $s = 0$ اذا كانت سرعتها تزداد بمعدل $\dot{v} = 0,05t^2 ft/s^2$

اوجد مقدار السرعة والعجلة عند $t = 18s$



الحل/ $\int dv = \int a dt$

$$\int_0^v dv = \int_0^t (0,05t^2) dt$$ نحصل على $v = \frac{0,05t^3}{3}$

يجب معرفة هل دخل المنعطف ام لا عند $t = 18s$

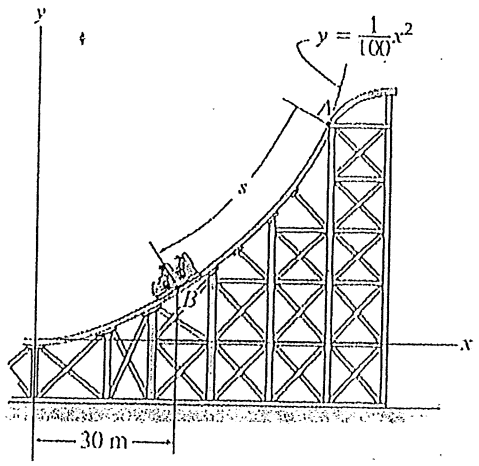
$$\int ds = \int v dt$$

$$\int_0^s ds = \int_0^t \left(\frac{0,05t^3}{3}\right) dt$$ عليه يكون $s = \left(\frac{0,05t^4}{12}\right)$ عند الزمن المعطى $s_{18} = \left(\frac{0,05(18^4)}{12}\right) = 437,4ft$

$v_t = \frac{0,05t^3}{3} = \left(\frac{0,05(18^3)}{3}\right) = 97,2ft/s$ أي ان السيارة دخلت المنعطف

$a_n = \frac{v_t^2}{\rho} = \frac{97,2^2}{240} = 39.4ft/s^2$ بذلك $a = \sqrt{16.2^2 + 39.4^2} = 42.6ft/s^2$

مثال/ العربة بدأت من السكون من A والسرعة تزداد بمعدل $a_t = (6 - 0,06S)m/s^2$



اوجد التعجيل عندما تصل B حيث $S_B = 40m$

الحل/

$$r = \frac{(1+(0,6)^2)^{\frac{3}{2}}}{|0,02|} = 79,3m$$

$$\int vdv = \int ads$$

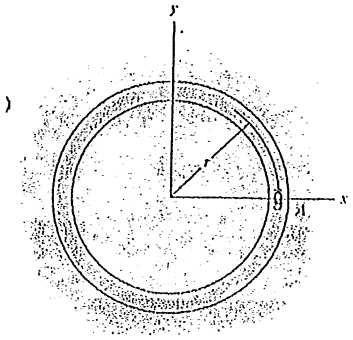
$$\int_0^{v_B} vdv = \int_0^{40} (6 - 0,06S)ds$$

$\frac{{v_B}^2}{2} = 192$ منها ${v_B}^2 = 384m^2/s^2$ اذا يمكن الحصول على

$a_n = \frac{v_t^2}{r}$ نحصل على $a_n = \frac{384}{79,3} = 4,842ft/s^2$

$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2}$ نحصل على $a = \sqrt{3,6^2 + 4,842^2} = 6,03ft/s^2$

مثال /السيارة تتحرك حول دائرة نصف قطرها $r = 500ft$ عند A سرعتها $2ft/s$ والتي تزداد بمعدل $\dot{v} = (0,002s)ft/s^2$



اوجد مقدار سرعته وعجلته عندما تقطع ثلاث ارباع المسافة

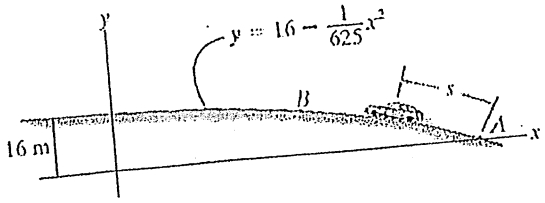
الحل

$\int vdv = \int ads$ بذلك $\int_2^v v_t dv = \int_0^{2356,2} (0,002S)dt$

$v = 105ft/s$ بذلك $a_n = \frac{(105)^2}{500} = 22,1ft/s^2$

$a = \sqrt{22,1^2 + 4;712^2} = 22.7ft/s^2$ ثم المحصلة $a_t = 4,712ft/s^2$

مثال / سرعة السيارة عند A $25m/s$ حيث السرعة معرفة بالمعادلة $v = (25 - 0,15s)m/s$ اوجد امقدار العجلة عند B



حيث $s = 51,5m, x = 50m$

الحل

$$\rho_B = \frac{(1+\dot{y}^2)^{\frac{3}{2}}}{|\ddot{y}|} = \frac{(1+0,16^2)^{\frac{3}{2}}}{|0,0032|} = 324,6ft$$

$$a = v\frac{dv}{ds}$$

$$a = (25 - 0,15s)(-0,15)$$

$$a_t = (25 - 0,15(51,5)(-0,15) = -2,59m/s^2$$

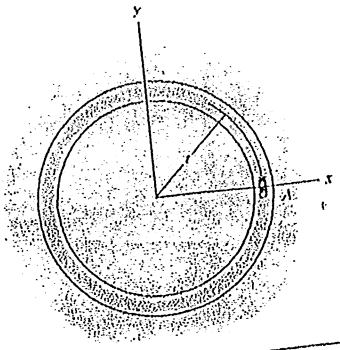
$$a_n = \frac{v_t^2}{\rho} = \frac{17,28^2}{324,6} = 0,92m/s^2$$

$$a = \sqrt{2,59^2 + 0,92^2} = 2,75ft/s^2$$

تمارين

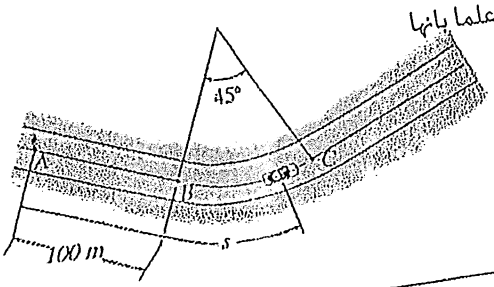
مثال / السيارة تتحرك حول دائرة نصف قطرها $r = 300ft$ عند A سرعتها $5ft/s$ والتي تزداد بمعدل $\dot{v} = (0,06t)ft/s^2$

اوجد السرعة والعجلة في قطع ثلث المسافة



الحل ($43m/s$ و $6,52ft/s^2$)

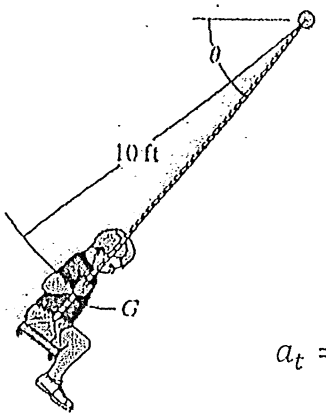
مثال /السيارة تتحرك بسرعة $30m/s$ عندما أطبق السائق على الفرامل لتتحرك بتعجيل $a_t\left[-\frac{1}{8}t\right]m/s^2$ اوجد تعجيل السيارة بمجرد وصولها C علما بانها استغرقت $15s$ من A الى C



مثال/عندما $\theta = 60°$ مركز ثقل الطفل G له سرعة لا سفل

اوجد معدل زيادة سرعة الطفل والشد في الحبل $v_G = 15ft/s$

علماً بان وزن الطفل $60Ib$ مهملاً وزن الكرسي والحبل



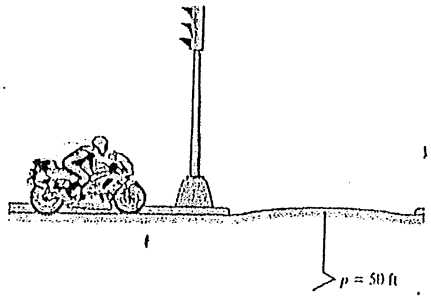
الحل

$$a_t = 16,1ft/s^2 \Leftarrow mgcos60 = ma_t \Leftarrow F_t = ma_t$$

$$2T - mgsin60 = m\frac{15^2}{10} \Leftarrow F_n = ma_n$$

$$T = 46,9Ib \Leftarrow 2T = \left(\frac{60}{32,2}\right)\frac{15^2}{10} + 60\sin 60$$

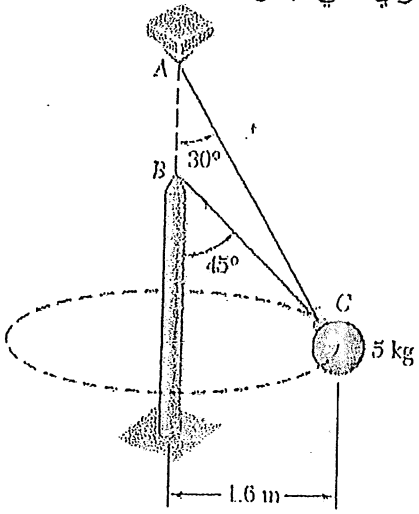
مثال ماهي اقصى سرعة يمكن ان يتحرك بها الدراج لكي يجتاز المطب دون ان يترك السطح اذا كان وزنه هو والدراجة



الحل/

$$mg = m\frac{v_t^2}{\rho} \quad \text{منها} \quad v = 40,125ft/s$$

مثال/ سلك وحيد ABC يمر عبر الحلقة عند C في مسار دائري افقي بسرعة ثابتة اوجد مقدار هذه السرعة



الحل /

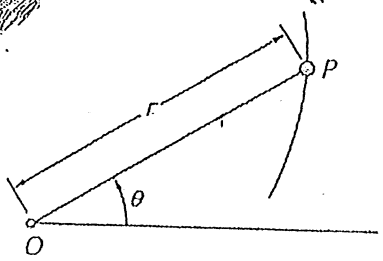
$$T\cos 30 + T\cos 45 = 5(9,81)$$

$$T = 31,18N$$

$$31,18\sin 30 + 31,18\sin 45 = m\frac{v^2}{R}$$

منها $v = 3,47m/s$

الحركة الدائرية بدلالة المحاور القطبية (r, θ)

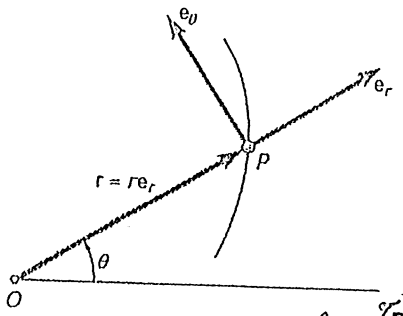


بنفس الكيفية التي درسنا بها الحركة على المسارات المنحنية اذا كان لدينا

جسم يتحرك على مسار منحني بحيث متجه موضعه هو $\vec{r}$ كما هو موضح

فيمكن كتابة متجه الوحدة في اتجاه المحور r هو e_r واخر في اتجاه

المحور θ هو e_θ حيث من الرسم متجه الوحدة في المحاور القطبية هم



$$e_r = Cos\theta i + sin\theta j \quad \text{و} \quad e_\theta = -sin\theta i + cos\theta j$$

فانه يمكن وصف المتجه بدلالة متجه الوحدة $\vec{r} = r_{er}$

اما سرعته الجسم تكتب $v = \dot{r}e_r + r\dot{\theta}e_\theta$

اما العجلة الجسم $a = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)e_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})e_\theta$

ويجب معرفة الاتي

1) اذا كان $r = constant$ فان السرعة في اتجاه e_r $\dot{r}e_r = 0$ والتي يطلق عليه مركبة السرعة العمودية وفي هذه الحالة الجسم يتحرك على دائرة ثابتة نصف القطر
2) $r\dot{\theta}\ e_\theta$ تسمى مركبة السرعة المماسية $v_t = r\dot{\theta}$
3) $\ddot{r}$ مركبة العجلة الخطية في اتجاه زيادة الموضع
4) $-r\dot{\theta}^2$ تسمى عجلة الجذب المركزي a_n . والاشارة السالبة تعني انها نحو المركز
5) $r\ddot{\theta}$ العجلة الزاوية $(\propto)$ وتعمل في اتجاه تغير الزاوية θ
6) $2\dot{r}\dot{\theta}$ عجلة كوريلس

الحركة الدائرية المنتظمة

عندما يتحرك جسم على محيط دائرة بحيث يكون نصف قطرها ثابت فان سرعته تكون ثابتة المقدار متغيرة الاتجاه ولكن مع مرور الزمن الزاوية θ هي التي تتغير فيمكن تسمي تغير الزاوية باسم السرعة الزاوية $\omega = \frac{d\theta}{dt} = \dot{\theta}$ وتقاس $\frac{rad}{s}$

وتكون العجلة الزاوية $\propto = \frac{d\omega}{dt} = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$

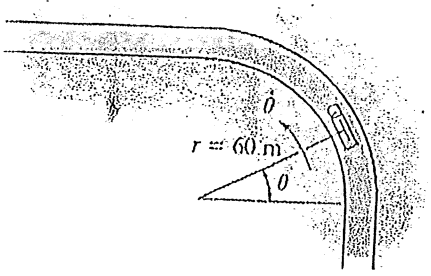
مما سبق لستنتج ان $a_n = \omega^2 r$ $\quad v_t = \omega r$ $\quad a_n = \frac{v_t^2}{r}$

وكما ذكرنا سابقا فان السرعة المماسية يمكن ايجادها من معادلات الحركة في خط مستقيم

وعندما يتحرك الجسم على محيط دائرة ثابتة نصف القطر وبعجلة زاوية ثابتة. فانه يمكن تطبيق معادلات الحركة بعجلة زاوية ثابتة وهي

$$\omega = \omega_0 + \propto t \qquad \omega^2 = \omega_0^2 + 2 \propto (\theta - \theta_0) \qquad \theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \propto t^2$$

مثال/ السيارة تتحرك على طول منحنى دائري افقي نصف قطره $r = 60m$



بسرعة $v = 20m/s$ التي تزداد بمعدل $3m/s^2$ اوجد

مركبتي تغير العجلة العجلة للسيارة

الحل:-

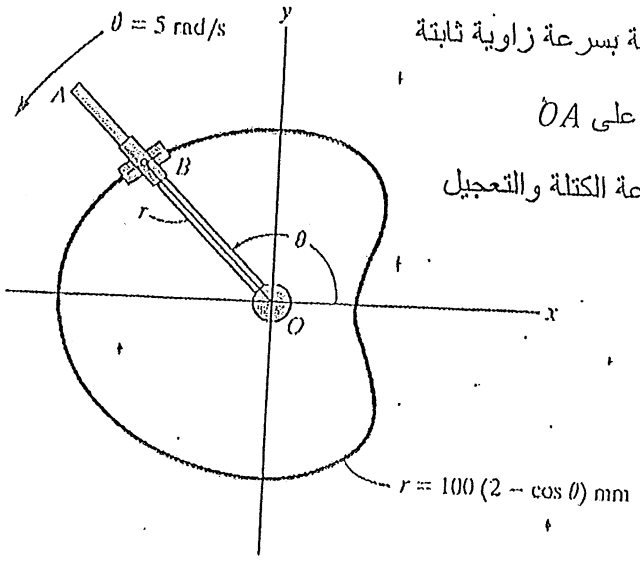
ومن معادلة العجلة $a_n = \frac{v_t^2}{r}$ بذلك $a_n = \frac{20}{3} rad/s$

$a_r = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)$ $\quad a_r = -a_n = -\frac{20}{3} m/s^2$ $\quad a_0 = a_t = 3$ $\quad a_\theta = a_t = 3m/s^2$

مثال/ العمود OA يدور ضد عقارب الساعة بسرعة زاوية ثابتة $\dot{\theta} = 5rad/s$. الكتلة B تتحرك بحرية على OA

$r = 100(2 - cos\theta)mm$ اوجد سرعة الكتلة والتعجيل

في اللحظة $\theta = 120°$



الحل/

$\dot{r} = 100\dot{\theta}sin\theta$

$v_r = \dot{r} = 433.013mm/s$

$v_\theta = r\dot{\theta}$

$v_\theta = 1250mm/s$

$v = \sqrt{433.013^2 + 1250^2} = 1.32m/s$ $\quad v = 1.32m/s$

$\ddot{r} = 100\dot{\theta}^2 cos\theta + 100\ddot{\theta}sin\theta$

$a_r = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)$

$a_r = 100 \times (25)cos120 - (200 - 100cos120)25 = -7500mm/s^2$

$a = 8.66m/s^2$

$a_\theta = (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\,\dot{\theta})$

$a_\theta = 2 \times 433.013 \times 5 = 4330.13mm/s^2$

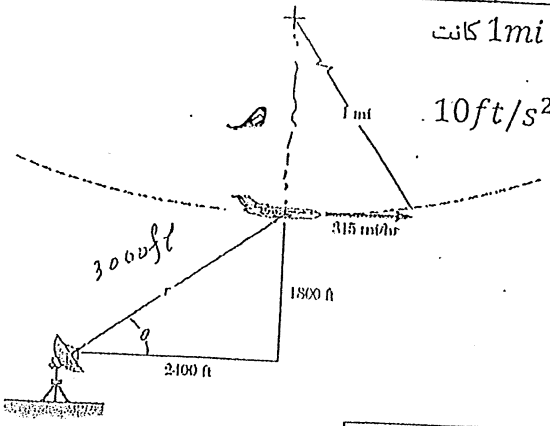
$a = \sqrt{4330.13^2 + 7500^2} = 8.66m/s^2$

الطيارة تتحرك كـ (حركة دائرية) أي لديها تسارع مماسي وتسارع ناظمي

مثال/ عند أسفل نقطة في المسار الراسي الذي نصف قطره $1mi$ كانت الطائرة لها سرعة افقية $315mi/hr$ التي تزداد بمعدل $10ft/s^2$.

يقوم رادار بتتبع الطائرة ماهي قيم $\ddot{\theta}$ ، $\dot{\theta}$, $\ddot{r}$ ، $\dot{r}$

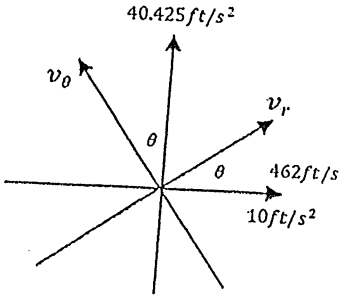
التي يسجلها الرادار في تلك اللحظة



الحل:-

$$v_r = \dot{r} = 462\left[\frac{8}{10}\right] = 370ft/s$$

$$\boxed{\dot{r} = 370ft/s}$$



$$-462\left[\frac{6}{10}\right] = 3000\dot{\theta}$$

$$\boxed{\dot{\theta} = -0.0924rad/s}$$

$$10\left[\frac{8}{10}\right] + 40.425\left[\frac{6}{10}\right] = \ddot{r} - 3000(0.0924)^2$$

$$\boxed{\ddot{r} = 57.9ft/s^2}$$

$$-10\left[\frac{6}{10}\right] + 40.425\left[\frac{8}{10}\right] = 3000\ddot{\theta} - 2 \times 370 \times 0.0924$$

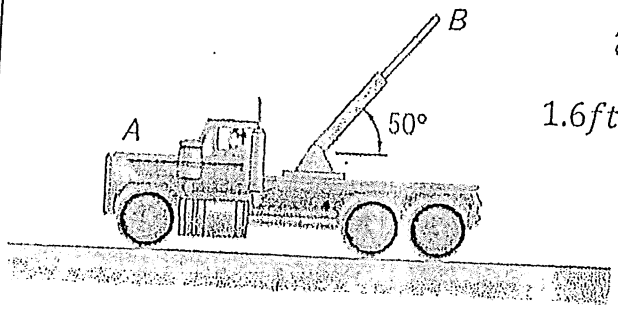
$$\boxed{\ddot{\theta} = 0.031572rad/s^2}$$

مثال/ الشاحنة تتحرك للخلف بتعجيل ثابت $4ft/s^2$

بينما الجزء B للعمود بدأ في التراجع بتعجيل ثابت $1.6ft/s^2$

بالنسبة للشاحنة اوجد 1) تعجيل الجزء B

2) سرعة الجزء B عندما $t = 2s$



الحل:-

$$a_A = 4i$$

$$a_{BA} = -1.028i - 1.23j$$

$$a_B = 2.97i - 1.23j$$

$$\boxed{\begin{array}{l} a_B = 3.214ft/s^2 \\ 22.4° \\ v_B = 6.43ft/s \end{array}}$$

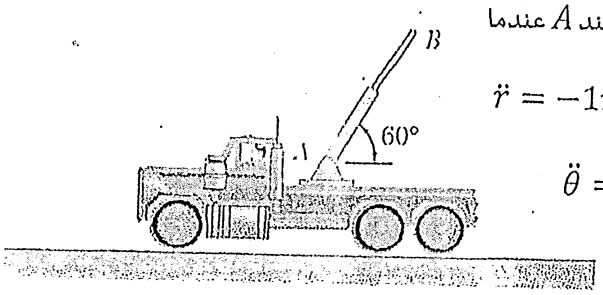
$$v_B = 0 + 3.214(2)$$

مثال/ العمود الذي نهايته B طوله الأصلي $5m$ مثبت عند A عندما

بدأ السائق سحب الذراع بعجلة شعاعية ثابتة $\ddot{r} = -1m/s^2$

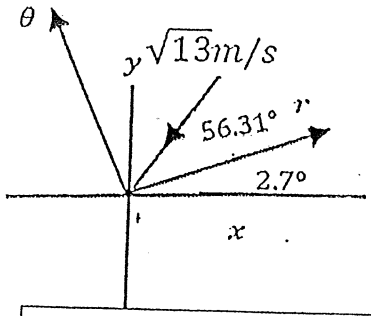
وكذلك يخفضه بعجلة زاوية ثابتة $\ddot{\theta} = -0.5rad/s^2$

عند $t = 2s$ اوجد



1) سرعة النقطة B 2) تعجيل النقطة B 3) نصف قطر المنحنى

الحل:-



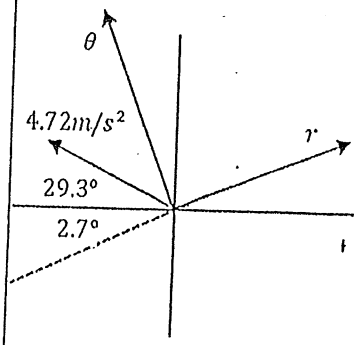
$$\dot{r} = 0 - 1(2) = -2m/s \quad \text{بذلك} \quad v_r = \dot{r} - 2m/s$$

$$\theta = 0 + \frac{1}{2}(-0.5)4 = -1rad$$

$$\dot{\theta} = -0.5(2) = -1rad/s$$

$$v_\theta = r\dot{\theta} = 3(-1) = -3m/s$$

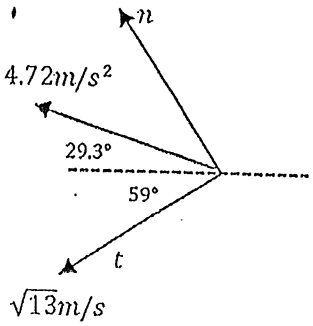
$$v_B = \sqrt{13}m/s \quad \overline{59°}$$



$$a_r = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) = -1 - 3(-1)^2 = -4m/s^2$$

$$a_\theta = (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\,\dot{\theta}) = 3(-0.5) + 2(-2)(-1) = 2.5m/s^2$$

$$a_B = 4.72m/s^2 \quad \overline{29.3°}$$



$$a_n = \frac{v_t^2}{\rho}$$

$$\rho = \frac{13}{4.72sin88.3}$$

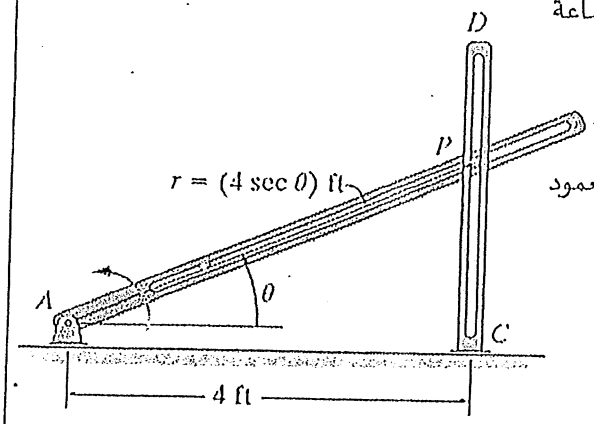
$$\rho = 2.76m$$

مثال/ إذا كان الذراع المشقوق يدور باتجاه عكس عقارب الساعة

بسرعة زاوية ثابتة $\dot{\theta} = 2rad/s$ اوجد سرعة و تسارع B

الوتد P عند الزاوية $\theta = 30°$ حيث يتحرك بحرية على العمود

المثبت CD و الذراع المشقوق AB



الحل:-

$$\dot{r} = 4\dot{\theta}sec\theta tan\theta$$

$$\ddot{r} = 4\dot{\theta}(\dot{\theta}sec^3\theta + \dot{\theta}sec\theta tan^2\theta) + 4\ddot{\theta}sec\theta tan\theta$$

$$v_r = 4(2)sec30tan30 = 5.33f/s$$

$$v_\theta = 9.24ft/s$$

$$v = 10.7ft/s$$

$$a_r = 16(sec^3 30 + sec30tan^2 30) + 0 - 16sec30 = 12.32ft/s^2$$

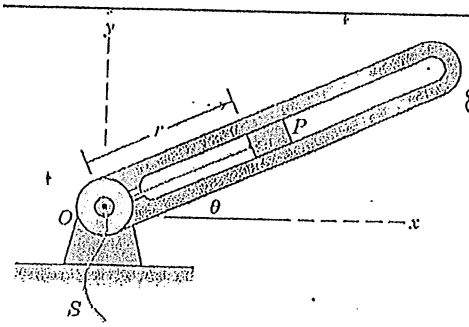
$$a_{\dot{\theta}} = 0 + 32sec30ta30 = 21.3ft/s^2$$

$$a = 24.6ft/s^2$$

مثال/ يمكن تحريك المنزلق P عن طريق السلسلة S بينما يدور الذراع

المشقوق حوا النقطة O يتم أعطا الوضع الزاوي بالعلاقة

$\theta = 0.8t - \frac{t^2}{20}$ إذا كانت $r = 1.6m$ عند $t = 0$ ثم يتم



سحب P للداخل بمعدل ثابت $0.2m/s$ احسب لسرعة والتسارع عند $t = 4s$ واتجاه التسارع α بالنسبة لمحور x

الحل:-

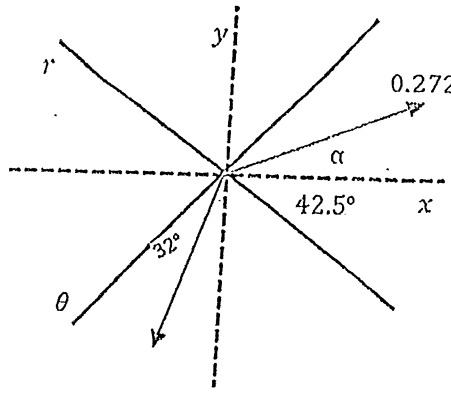
$$v_r = \dot{r} = -0.2m/s$$

بعد $4s$ يكون P في موقع $r_4 = 1.6 - 0{,}2(4) = 0.8m$

$$\dot{\theta} = 0.8 - \frac{t}{10}$$

$$v_\theta = 0.8(0.4) = 0.32m/s \quad \gamma = \tan^{-1}\frac{0.32}{-0.2} = 58°$$

$$v = 0.377m/s$$



$$a_r = 0 - 0.8(0.4)^2 = -0.128m/s^2$$

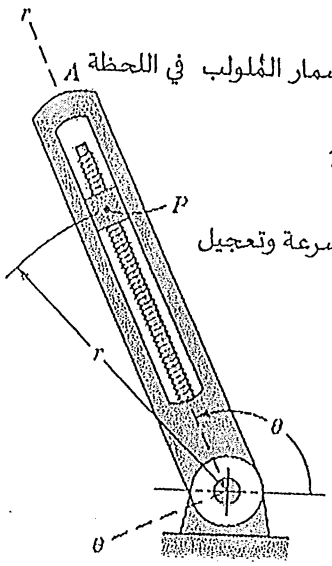
$$a_\theta = 0.8(-0.1) + 2(-0.2)(0.4) = -0.24m/s^2$$

$$\boxed{a = 0.272m/s^2}$$

$$\beta = \tan^{-1}\frac{-0.24}{-0.128} = 61.93°$$

$$\alpha = 61.93 - 42.5 = 19.43°$$

مثال/ حركة الكتلة المنزلقة P في السار الدوار ويمكن التحكم في الفتح بواسطة المسمار المُلولب في اللحظة A



التي تمثل $\dot{\theta} = 0.1rad/s$ ، $\ddot{\theta} = -0.04rad/s^2$ و $r = 300mm$

المسمار يلف بسرعة ثابتة $\dot{r} = 40mm/s$ من أجل تلك اللحظة اوجد مقدار سرعة وتعجيل P اذا كانت $\theta = 120°$

الحل:-

$$v_r = \dot{r} = 40\text{mm}/s$$

$$v_\theta = 300(0.1) = 30mm/s$$

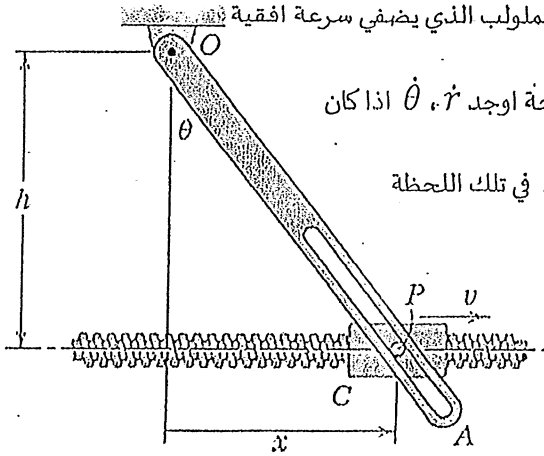
$$\boxed{v = 50mm/s}$$

$$a_r = 0 - 300(0.1)^2 = -3mm/s^2$$

$$a_\theta = 300(-0.04) + 2(40)(0.1) = -4mm/s^2$$

$$\boxed{a = 5mm/s^2}$$

مثال/ يتم التحكم في دوران القضيب OA بواسطة المسمار الملولب الذي يضفي سرعة افقية على الطوق C التي تسبب في انتقال الدبوس P على طول الفتحة اوجد $\dot{r}$ ، $\dot{\theta}$ اذا كان $h = 160mm, x = 120mm, v = 25mm/s$ في تلك اللحظة



الحل :-

$\dot{r} = 25\frac{[3]}{5} = 15mm/s$ $\quad \boxed{\dot{r} = 15mm/s}$

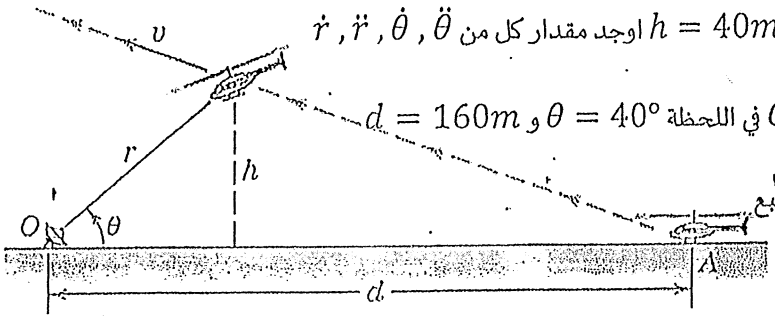
$r = 160sec\theta$

$15 = \dot{\theta}160\left[\frac{5}{4}\right]\left[\frac{3}{4}\right]$ $\quad \boxed{\dot{\theta} = 0.1rad/s}$

مثال/ المروحية تبدأ الحركة من السكون من النقطة A وتتحرك على طول الخط المستقيم تعجيل ثابت a إذا كانت السرعة $v = 28m/s$ والارتفاع $h = 40m$ اوجد مقدار كل من $\ddot{\theta}, \dot{\theta}, \ddot{r}, \dot{r}$

المقاسة بواسطة جهاز التتبع عند O في اللحظة $\theta = 40°$ و $d = 160m$

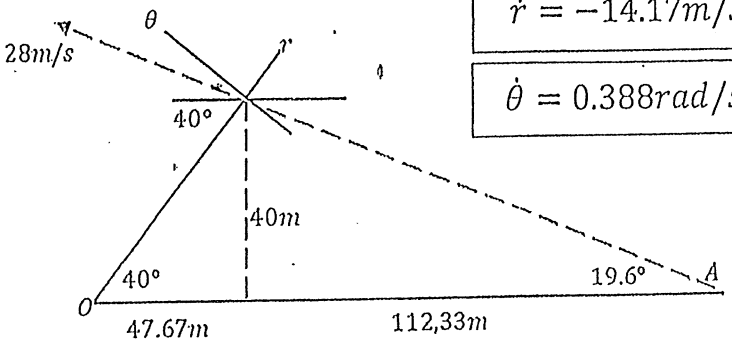
مع اهمال الارتفاع الصغير لجهاز التتبع



الحل:-

$\dot{r} = -28cos59.6$ $\quad \boxed{\dot{r} = -14.17m/s}$

$28sin59.6 = 62.23\dot{\theta}$ $\quad \boxed{\dot{\theta} = 0.388rad/s}$



$28^2 = 0 + 2a(119.24)$

$a = 3.29m/s^2$

$-3.29cos59.6 = \ddot{r} - 62.23(0.388)^2$ $\quad \boxed{\ddot{r} = 7.71m/s^2}$

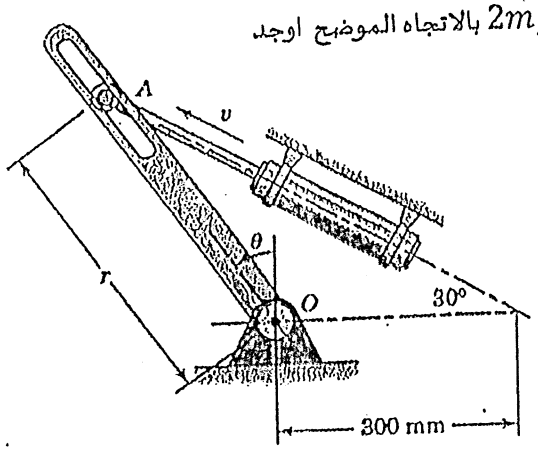
$3.29sin59.6 = 62.23\ddot{\theta} + 2(-14.17)(0.388)$ $\quad \boxed{\ddot{\theta} = 0.222rad/s^2}$

ميكانيكا هندسية 2

مراجعة

سرعة ثابتة

مثال/ المكبس الهيدروليكي يعطي المسمار عند A سرعة $2m/s$ بالاتجاه الموضح اوجد



$\dot{r}$ ، $\ddot{r}$ ، $\dot{\theta}$ ، $\ddot{\theta}$ عندما $\theta = 30°$

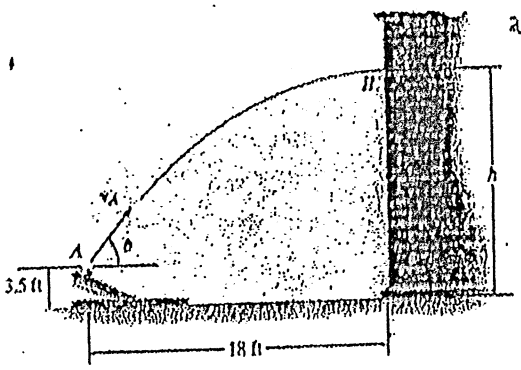
الحل($\dot{r} = 1.732\text{m/s}$ ، $\dot{\theta} = -3.33\text{rad/s}$

$\ddot{r} = 3.33m/s^2$ ، $\ddot{\theta} = 38.5rad/s^2$

تقذف الكرة بواسطة اللوح المرن الذي تغادره في اللحظة الموضحة

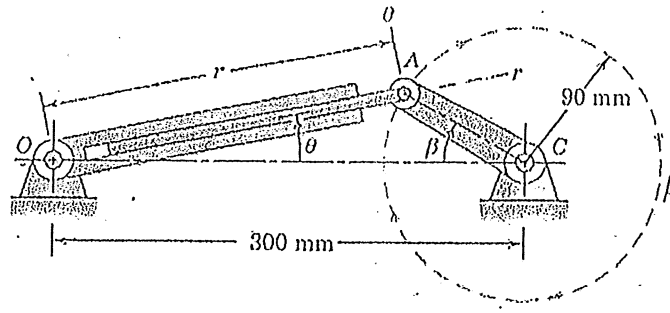
لتصطدم بالحائط في اعلى نقطة بعد $1.5s$

اوجد سرعة وزاوية التسديد والارتفاع h



$(h = 39.7ft\ ,\ v_A = 49.8ft/s,\ \theta = 76°)$

المسمار A يدور في دائرة نصف قطرها $90mm$



بسرعة زاوية ثابتة $\dot{\beta} = 60rad/s$. الدراع

OA يتحرك للداخل والخارج من اجل $\beta = 30°$

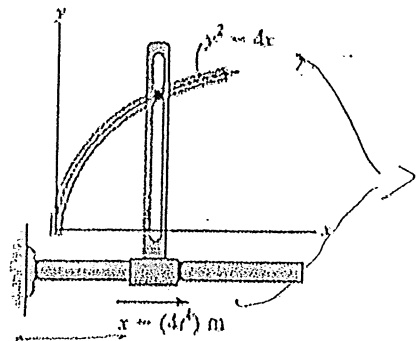
$\ddot{\theta}$ ، $\dot{\theta}$ ، $\ddot{r}$ ، $\dot{r}$

$\ddot{\theta} = -1512rad/s^2$ ، $\ddot{r} = 315m/s$ ، $\dot{\theta} = 17.86rad/s$ ، $\dot{r} = 3.58m/s$)

17.9

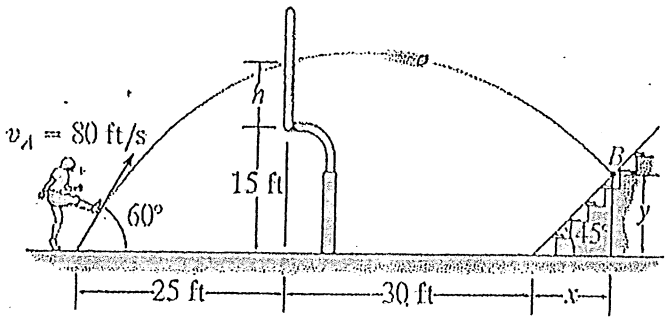
الجسيم يتحرك على طول المسار الموضح حيث $x = 4t^4$ ، $y = 4x$ الزمن الثانية والابعاد بالمتر اوجد وسرعة

وتعجيل الجسم عند $t = 2s$

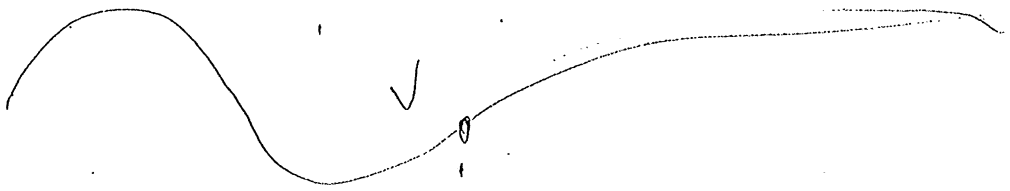


$(a = 14.42m/s^2 \ , \ v = 4.47m/s)$

اوجد الارتفاع h. واوجد الابعاد (x, y)



$x = y = 63.8ft$ ، $h = 22ft$)



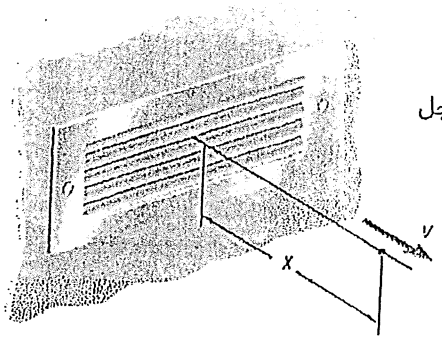
في التكييف الموضح تعطى سرعة التيار الهوائي $v = 0.18\, v_0/x$

حيث x بالمتر، v بوحدة m/s، v_0 السرعة الابتدائية يخرج منها

$v_o = 3.6m/s$ اوجد تعجيل الهواء عند $x = 2m$ والزمن المسجل

لانتقال الهواء من $x = 1m$ الى $x = 3m$

الحل $(\Delta t = 6.17s\,,\ a = -0.0525\, m/s^2)$

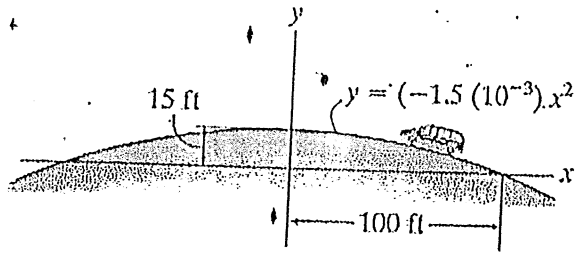


الحل في الخلف

السيارة تتحرك فوق الهضبة وتوصف حركتها

بالمعادلة الموضحة وتتحرك بسرعة

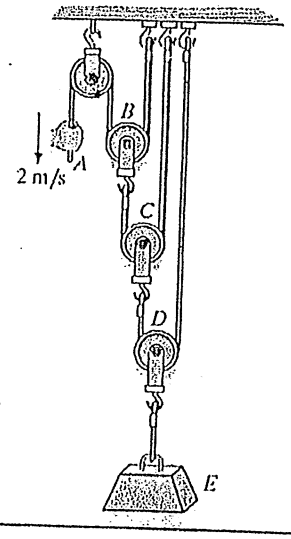
ثابتة $75ft/s$ اوجد مركبات السرعة



والتعجيل في اتجاه x, y عندما $x = 50ft$

$(a_x = 16.1ft/s^2,\ a_x = 2.42ft/s^2,\ v_x = 11.1ft/s\,,\ v_x = 74.2ft/s)$

مثال/ في الشكل الموضح اوجد سرعة الثقل E



$y_A + 2y_B = L1$ من هذه المعادلة $v_A + 2v_B = 0$

$v_B = 1m/s \uparrow$

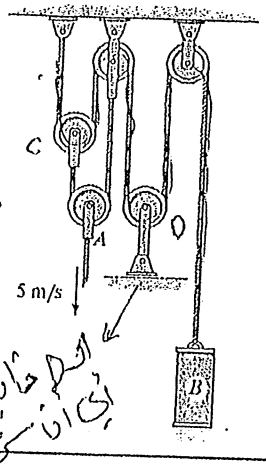
$2y_C - y_B = L2$ من هذه المعادلة $2v_C - v_B = 0$

$v_C = 0{,}5m/s \uparrow$

$2y_D - y_C = L3$ من هذه المعادلة

$2v_D - v_C = 0$ $\quad v_D = v_E = 0{,}25m/s \uparrow$

مثال/ اوجد سرعة الأسطوانة B



الحل :-

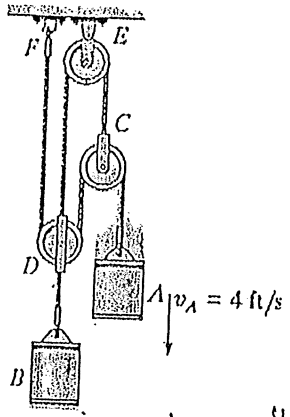
$2y_A - y_C = l$

$2v_A - v_C = 0$ عليه يكون $v_C = 10m/s \downarrow$

$2y_C + 2y_D + y_B = L$

بذلك $2v_C + 0 + v_B = 0$ عليه يكون $v_B = 20m/s \uparrow$

مثال/اوجد سرعة B عندما تهبط A بسرعة $4ft/s$



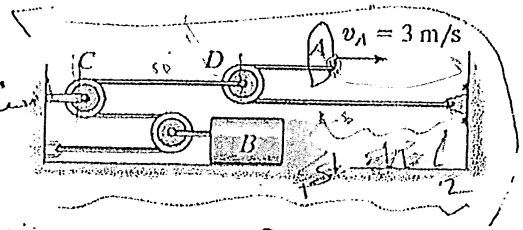
الحل/ $2y_B - y_c + y_A + -y_c = L$

$2v_B - 2v_c + 4 = 0$

$v_c = -v_B$ إذا $v_B + v_c = 0$ $\Leftarrow$ $y_B + y_c = l$

بحل المعادلتين $v_B = -1ft/s \uparrow$

مثال/ عند سحب الطرف A بسرعة $3m/s$ نحو اليمين ماهي سرعة B



$2x_B + x_D = L$ بذلك $2v_B = -v_D$

$0 - 2v_D + x - x_D + x_A - x_D = l$ بذلك

$0 = 3$ عليه يكون $v_D = 1.5m/s \rightarrow$

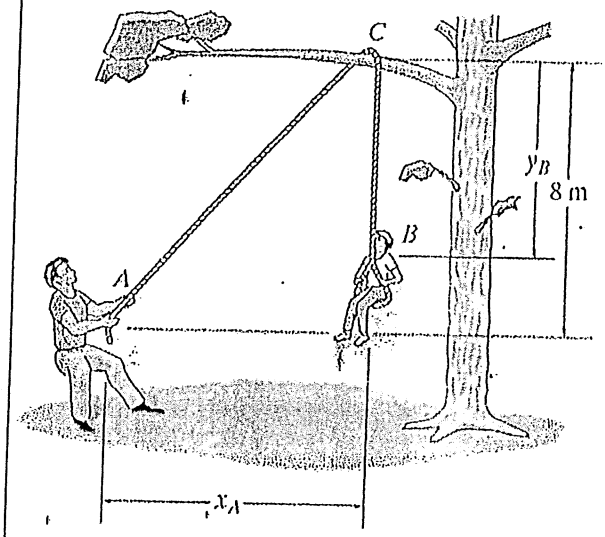
بالتعويض في اعلى $\leftarrow v_B = 0.75m/s$

مثال /الرجل يسحب الطفل وذلك بان يتحرك للخلف . حيث بدأ من السكون عند $x_A = 0$

وتحرك للخلف بعجلة ثابتة $a_A = 0.2m/s^2$ اوجد سرعة الطفل في لحظة $y_B = 4m$

مهملاً فرع الشجرة .وعندما $x_A = 0$ كانت $y_B = 8m$ أي ان طول الحبل $16m$.

الحل:-



$16 = L_{AC} + y_B$

$16 = [x_A^2 + 8^2]^{\frac{1}{2}} + y_B$

$y_B = 16 - [x_A^2 + 8^2]^{\frac{1}{2}}$

$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$

$\frac{dy_B}{dt} = -\frac{1}{2}[x_A^2 + 8^2]^{-\frac{1}{2}}(2x_A)\frac{dx_A}{dt}$

من المعادلة الأولى يمكن معرفة x_A عندما $y_B = 4m$

$v_B = \frac{-x_A}{[x_A^2+8^2]^{\frac{1}{2}}} v_A$

$x_A = 8.944m$ فتكون $4 = 16 - [x_A^2 + 8^2]^{\frac{1}{2}}$

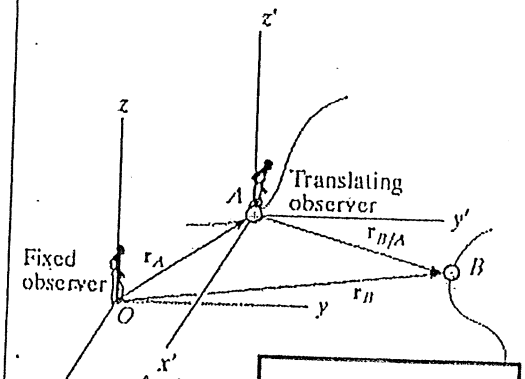
من معادلات الحركة بعجلة ثابتة يمكن معرفة v_A في اللحظة $y_B = 4m$ حيث $x_A = 8.944m$

الحركة النسبية

بفرض ان B , A كل منهم يتحرك على مسار عشوائي

بالنسبة لنقطة اسناد ثابتة O متجه الموضع لكل منهم

r_A ,r_B فان موضع B بالنسبة لـ A $r_{B/A}$ يمكن كتابته



$$r_{B/A} = r_B - r_A$$

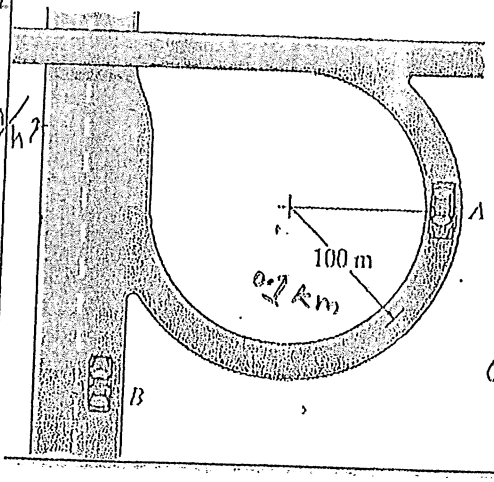
$$v_{B/A} = v_B - v_A$$

$$a_{B/A} = a_B - a_A$$

وهكذا نوجد السرعة والتسارع

مثال / السيارة A تتحرك بسرعة $20km/h$ وتزداد بمعدل $300km/h^2$ متجهة نجو طريق سريع حيث توجد سيارة أخرى B في تقاصير $250km/h^2$ وسرعة $100km/h$ تتحرك في الطريق

اوجدسرعة وتعجيل A بالنسبة الى B في الوضع الموضح



الحل/ حركة للاسفل ←

$V_A = 0i - 20j$

$a_A = -4000i - 300j$

$v_{A/B} = -120jkm/h \downarrow$ اذا $v_{A/B} = V_A - V_B$

اذا $a_{A/B} = a_A - a_B$

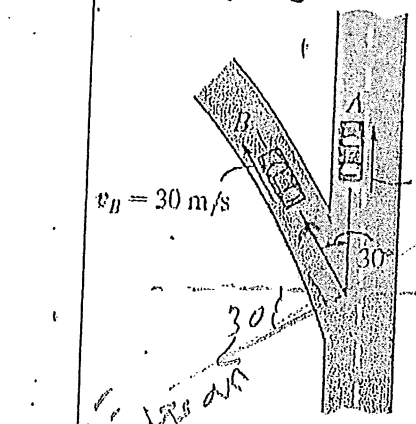
$V_B = 0i + 100j$ $a_{A/B} = -4000i - 50jkm/h^2$

تقاصير ← $a_B = 0i - 2,5aj$

مثال/ في الشكل الموضح تعجيل Bهو $2m/s^2$ وفي ازدياد وسرعة A ثابتة

اوجد سرعة وتعجيل B بالنسبة الى A في الوضع الموضح حيث نصف قطر مسار $200m$ B

الحل :



$a_A = 0i + 0j$ ثابتة

$V_A = 0i + 40j$

ثم المقدار والاتجاه $v_{B/A} = -15i - 14,02j$

ثم إيجاد المحصلة $a_{B/A} = -4,9i - 0,52$

$V_B = -30\sin 30\,i + 30\cos 30\,j$

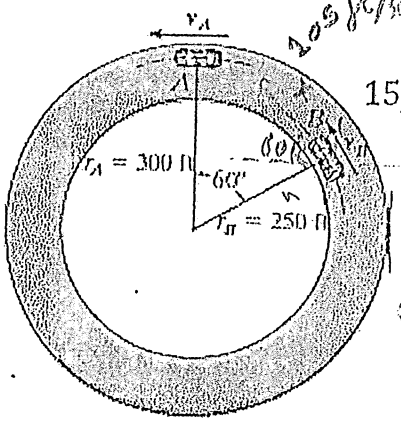
$a_B = -2\sin 30\,i + 2\cos 30\,j$

$a_B = -1\,i + \sqrt{3}\,j$

$a_n = -4.5\cos 30\,i - 4.5\sin 30\,j$ $a_{n_B} = \frac{37(30)^2}{200} = 4.5\,m/s^2$

$a_{n_B} = -2.25\sqrt{3}\,i - 2.25\,j$

$a_B = -4.89i - 0.52j$



في الشكل الموضح $v_A = 90ft/s$ تزداد السرعة بمعدل $15ft/s^2$
وسرعة $v_B = 105ft/s$ وتقل السرعة بمعدل $25ft/s^2$
اوجد سرعة وعجلة B بالنسبة الى A

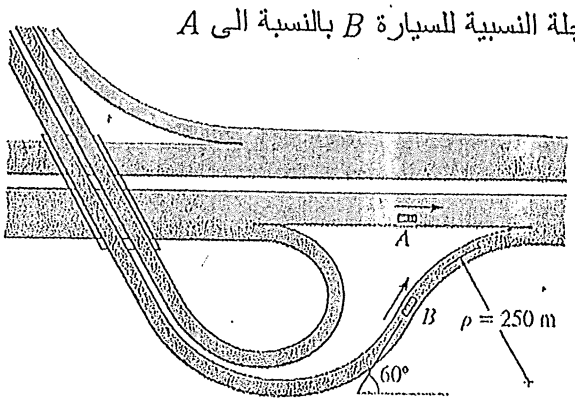
$$v_{B/A} = 37{,}5i + 90{,}9j \quad ، \quad v_{B/A} = V_B - V_A$$

ثم المحصلة $v_{B/A} = 98{,}3ft/s$ والزاوية $\theta = tan^{-1}\left(\frac{90{,}9}{-37{,}5}\right) = 67.6°$

$$a_{B/A} = -10{,}7i - 16{,}7j \quad ، \quad a_{B/A} = a_B - a_A$$

مثال/ في اللحظة التي يتحرك فيها السيارة A بسرعة $30m/s$ وتعجيل $2m/s^2$ على طول الطريق السريع في نفس اللحظة السيارة B في المنعطف الموضح لها سرعة $15m/s$
وتتناقص بمعدل $0.8m/s^2$ اوجد السرعة والعجلة النسبية للسيارة B بالنسبة الى A

الحل:-



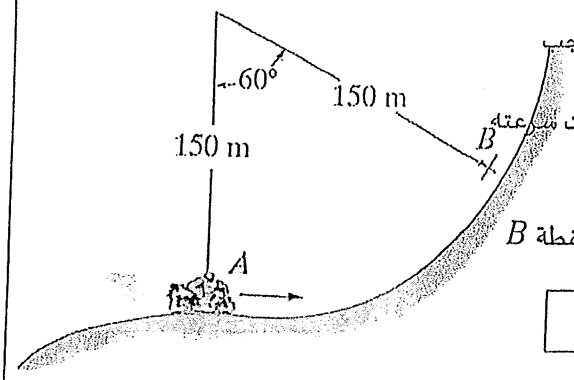
$$v_{B/A} = -22.5i + 13j \quad ، \quad v_{B/A} = V_B - V_A$$

ثم المحصلة $v_{B/A} = 15m/s$ والزاوية $\theta = tan^{-1}\left(\frac{13}{7{,}5}\right) = 60°$

$$a_{B/A} = -1{,}62i - 1.143j \quad ، \quad a_{B/A} = a_B - a_A$$

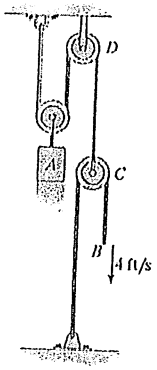
ثم المحصلة كمقدار واتجاه

تمارين واجب



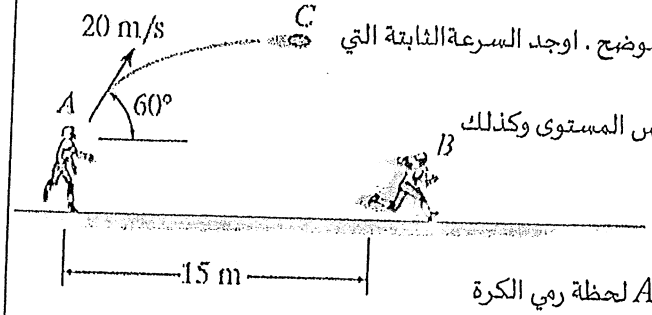
1) الدراج له سرعة $40m/s$ عندما يصل النقطة A اذا كانت سرعته تزداد بمعدل $\dot{v} = -(0.05\,S)m/s^2$ ماهي سرعته وعجلته عند النقطة B

$$\theta = 17.3°\ \ a = 8.22\,m/s^2 \quad ،\ v = 19.14m/s$$



مثال/ الكابل B سحب لاسفل $4ft/s$ وتزداد سرعتها بمعدل $2ft/s^2$ اوجد سرعة وتعجيل

$$\{a_A = 0.5ft/s^2 \downarrow\}\,.\,\{v_A = 1ft/s \uparrow\}$$

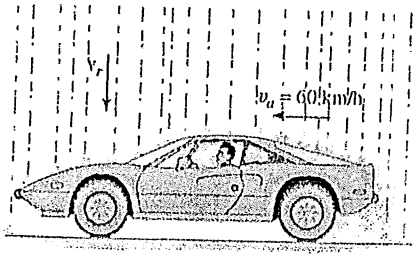


مثال / اللاعب A يرمي الكرة C بالسرعة والاتجاه الموضح . اوجد السرعةالثابتة التي يجب على اللاعب B ان يتحرك بها ليمسك بها على نفس المستوى وكذلك اوجدالسرعةوالعجلة النسبية للكرة بالنسبة الى B لحظ الإمساك علما بان B يبعد $15m$ من A لحظة رمي الكرة

$$a_{c/B} = \quad ،\ \{\theta = 76.2°\,, v_{c/B} = 71.8m/s^2,\}\,.\,\{v_B = 5.75m/s\}$$

مثال/ سائق السيارة يتحرك بسرعة $v_a = 60km/h$ كما موضح لاحظ ان المطر يسقط بزاوية مع الافقي $30°$

ماهي السرعة العموديةلسقوط المطر $(v_r = 34.6km/h)$



قانون نيوتن الثاني

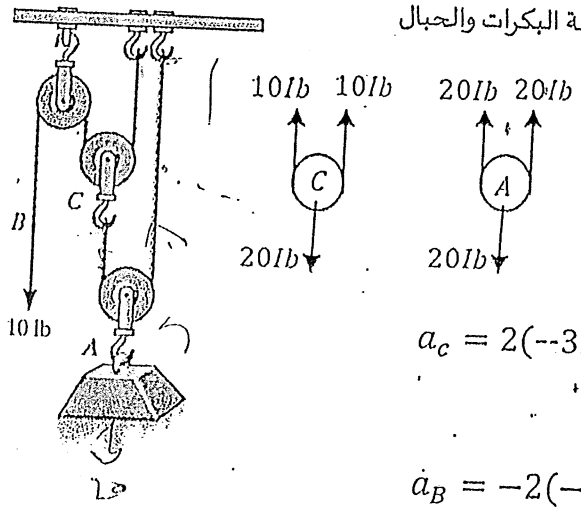
$\sum F = ma$ عندما تكون محصلة القوة المؤثرة على جسم لا تساوي صفر فان الجسم يتحرك بعجلة

ملاحظة

1) قوة الاحتكاك الحركي $f = \mu_k R$

2) قوة النابض $F = -k\Delta x$

مثال/ ما هو الوقت الذي تحتاجه البكرة لسحب الحبل عند B لا سفل مسافة $4ft$ من السكون عندما اثرت قوة $10lb$ على الحبل إذا علمت ان الكتلة A $20lb$ مهملاً كتلة البكرات والحبال



الحل/ $F = ma \Longrightarrow 20 - 40 = \frac{20}{32,2} a_A$

$a_A = -32,2f/s^2 \uparrow$

$2y_A - y_c = constant$

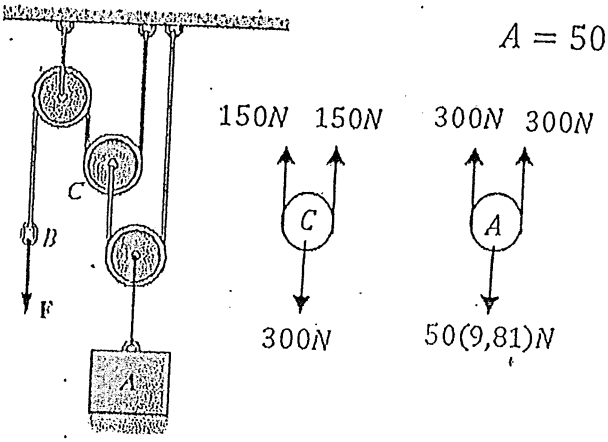
$a_c = 2(-32,2) = -64,4ft/s^2 \Longleftarrow 2a_A - a_c = 0$

$y_B + 2y_C = constant$

$a_B = -2(-64,4) = 128,8ft/s^2 \Longleftarrow a_B = -2a_C$

$t = 0,249s \Longleftarrow 4 = 0 + \frac{1}{2}(128,8)t^2 \Longleftarrow S = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

مثال/ اذا كانت $F = 150N$ اوجد سرعة الكتلة $A = 50kg$ بعد ان تصعد $3m$ من السكون



$50(9,81) - 600 = 50a_A$

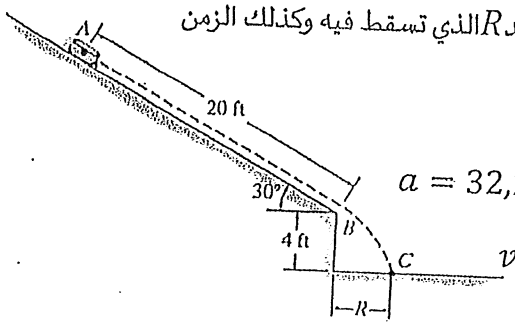
$a_A = 2,19m/s^2 \uparrow$

$v^2 = v_0^2 + 2as$

$v^2 = 0 - 2(2,19)(-3)$

$v = 3,625m/s$

مثال / الحقيبة تنزلق من السكون على السطح الاملس اوجد البعد R الذي تسقط فيه وكذلك الزمن



الحل /

$$a = 32,2sin30 = 16,1m/s^2 \Leftarrow mgsin\theta = ma$$

$$v^2 = 0 + 2(16,1)(20) \Leftarrow v^2 = v_0^2 + 2as$$

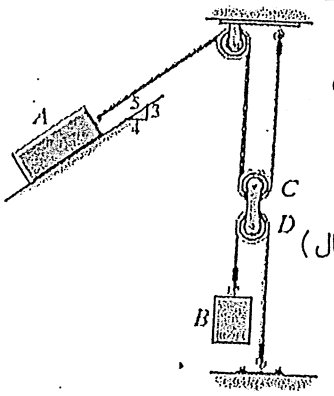
$$v = 25,4ft/s$$

$$t_1 = 1,58s \Leftarrow 25,4 = 0 + 16,1t \Leftarrow v = v_0 + at$$ زمن المرحلة الاولى

$$t_2 = 0,24s \Leftarrow 4 = 25,4sin30t + 16,1t^2 \Leftarrow y - y_0 = v_0 sin30t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = 1,58 + 0,24 = 1,82s$$

$$R = 25,4cos30(0,42) = 5,3ft \Leftarrow R = x = v_0 cos\theta t$$



مثال/ كتلة A هي $100Ib$ تتحرك لاسفل السطح بسرعة $5ft/s$ بينما تم تعليق $50Ib$ عند B اذا كان معامل الاحتكاك الحركي بين السطح والكتلة $\mu_k = 0,2$

اوجد تعجيل A والمسافة التي تقطعها قبل ان تتوقف (اهمل وزن البكرات و الحبال)

الحل :-

$$100\frac{3}{5} - 0,2(100)\frac{4}{5} - T_A = \frac{100}{32,2}a_A$$

$$[1] \leftarrow \frac{100}{32,2}a_A + T_A = 44$$

$$a_A = -2a_C \Leftarrow a_A + 2a_C = 0 \Leftarrow S_A + 2y_C = constant$$

$$2a_C = a_B \Leftarrow -2a_C + a_B = 0 \Leftarrow D - y_C + y_B - y_C = constant$$

$$T_A = T_B$$ من الرسم $a_A = -a_B$ إذا

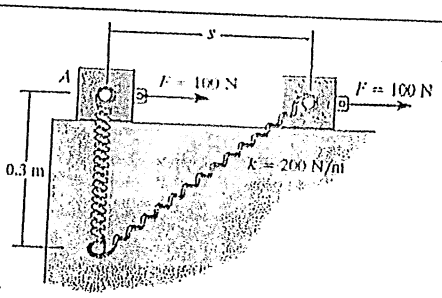
$$50 - T_B = \frac{50}{32,2}a_B$$

$$[2] \leftarrow \frac{-50}{32,2}a_A + T_A = 50$$

$$T_A = T_B = 48\text{lb} \ ، \ a_A = -1,288ft/s^2$$

$$S = 9,7ft \Leftarrow 0 = 25 - 2(1,288)s \Leftarrow v^2 = v_0^2 + 2as$$

مثال/ النابض في وضعه الطبيعي عند A وله ثابت $k = 200N/m$



عندما الكتلة $25kg$ سحبت مسافة S اوجد التعجيل عندما

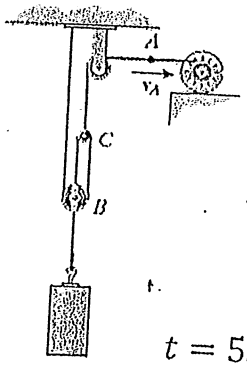
$S = 0,4m$ والسطح أملس

الحل

قوة النابض $F = k\Delta x = 200(0,5 - 0,3) = 40N$

$$a = 2.72m.s^{-2} \Leftarrow 100 - 40(\frac{0,4}{0,5}) = 25a \Leftarrow 100 - 4cos\theta = ma$$

مثال / احسب الزمن اللازم الذي يحتاجه الثقل B للوصول الى سرعة $10m/s$ مبتدئاً من السكون اذا كان المحرك يسحب بتعجيل $3m/s^2$



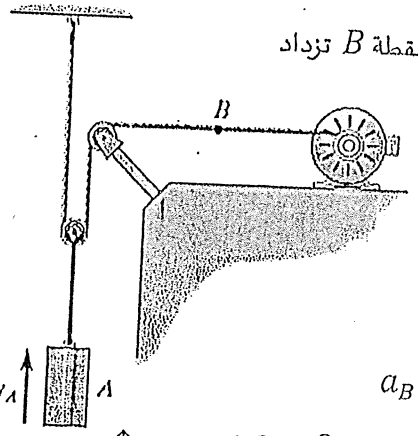
الحل /

$$a_C = 3m/s^2 \uparrow \text{بالتعويض} a_A + a_C = 0 \Leftarrow x_A + y_C = l_1$$

$$3a_B \neg 2a_C = 0 \Leftarrow 3y_B - 2y_C = l_2$$

$$t = 5s \text{ عليه } 10 = 0 - 2t \Leftarrow v = v_{0B} + a_B t \Leftarrow a_B = 2m/s^2 \uparrow$$

مثال/ كتلة الاسطوانة $400Ib\ A$ ترفع بواسطة الموتور. إذا كانت سرعة النقطة B تزداد بمعدل ثابت من السكون الى $v_B = 10ft/s$ في $5s$ اوجد الشد في الكابل المستخدم في الموتور



الحل /

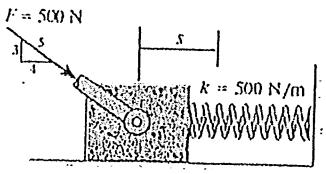
$$a_B = 2ft/s^2 \Leftarrow 10 = 0 + 5a_B \Leftarrow v_B = v_0 + a_B t$$

$$\uparrow a_A = 1ft/s^2 \Leftarrow 2a_A - 0 + 2 = 0 \Leftarrow 2y_A - D + S_B = constant$$

$$T = 206\ Ib \Leftarrow -2T + 400 = -\frac{400}{32,2}(1)$$

مثال/ النابض له ثابت $k = 500N/m$ يتصل بكتلة $10kg$ إذا دفعت الكتلة بقوة موضحة $500N$ كما موضح

اوجد السرعة عندما $S = 0,5m$ علما بان عندما عند $S = 0$ الكتلة في حالة سكون والنابض غير مضغوط



الحل/

$$\sum F = ma$$

$$500\left(\frac{4}{5}\right) - 500S = 10a$$

$$40 - 50S = a$$ من الواضح ان الكتلة تحركت تحت عجلة متغيرة مع المسافة

$$\int_{v_0}^{v} vdv = \int_{s_0}^{S} ads$$

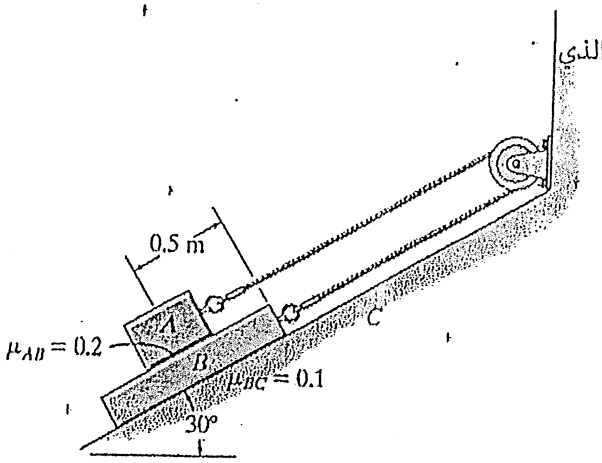
$$\int_{0}^{v} vdv = \int_{0}^{S} (40 - 50S)ds$$

$$\frac{v^2}{2} = 40S - 25S^2$$ منها $v = \sqrt{80(0,5) - 50(0,5)^2} = 5,24m/s$

مثال/ كتلة $A = 10kg$ موضوعة فوق صفيحة $B = 50kg$ مهملا وزن الحبل والبكرات ومستخدما

معاملات الاحتكاك الحركي التي على الرسم اوجد الزمن الذي

تحتاجه A الانزلاق $0,5m$ فوق B من السكون



الحل/

من القانون $\sum F = ma$

$$50(9,81)sin30 - 0,2 \times 10(9,81)cos30 - 0,1 \times 60(9,81)cos30 - T = 50a$$

$$10(9,81)sin30 + 0,2 \times 10(9,81)cos30 - T = -10a$$

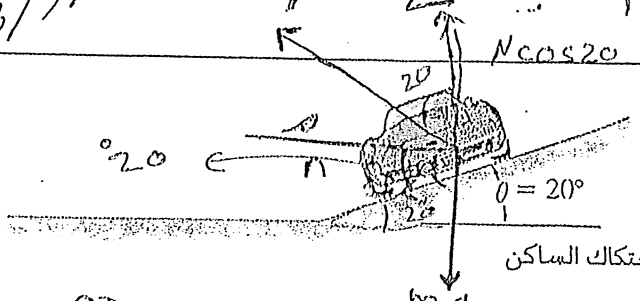
بحل المعادلتين $T = 84,6N$ ، $a = 1,854m/s^2$

$$0,25 = 0 + \frac{1}{2}(1,854)t^2 \Leftarrow S = v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \qquad t = 0,519s$$

2023/11/

مثال/ السيارة الرياضية الموضحة لها كتلة $1700kg$ تتحرك افقيا على مسار يميل بزاوية $\theta = 20°$ وله نصف قطر $100m$ اذا كان معامل الاحتكاك الساكن $\mu_s = 0.2$ اوجد اقصى سرعة واقل سرعة يمكن ان تتحرك بها دون حدوث انزلاق

(الحل $12.2m/s$, $24.4m/s$)



$\Sigma f_n = ma_n$

$\Sigma f_n = m\frac{v^2}{\rho}$

$\Sigma f_y = 0$

$N\cos 20 - f_s \sin 20 - mg = 0$

$N\cos 20 - 0.2N\sin 20 = 1700 * 9.81$

$N = 19.14 * 10^3\ N$

$\Sigma f_n = ma_n \rightarrow \frac{v^2}{\rho}$

$f_s \cos 20 + N\sin 20 = \frac{1700v^2}{100}$

$0.2\cos 20 * 19.14*10^3 + 19.14*10^3 \sin 20 = 17v^2$

$v_{min} = 12.2\ m/s$

$\Sigma f_y = 0$

$N\cos 20 + f_s \sin 20 - mg = 0$

$N\cos 20 + 0.2N\sin 20 = 1700 * 9.81$

$N(\cos 20 + 0.2\sin 20) = 1700 * 9.81$

$N = 16543\ N$

$\Sigma f_n = ma_n$

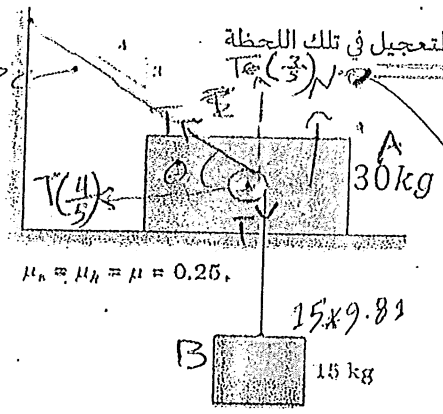
$f_s \cos 20 + N\sin 20 = \frac{mv^2}{\rho}$

$0.2 * 16543\cos 20 + 16543\sin 20 = \frac{1700v^2}{100}$

$v_{max} = 24.4\ m/s$

الجسم ساكن في هذه الحالة فقط اي كان ما المكن وجود تعجيل

المجموعة في حالة سكون من الوضع الوضح اوجد الشد في الحبل والتعجيل في تلك اللحظة



وتعجيل الكتلة $30kg$

$137.9N, 0.766\ m/s^2$)

$f_s = \mu N$

$= 0.25(353.16)$

$= 88.29\ N$

$\Sigma f = ma_A$

$T(\frac{4}{5}) - (0.25)(N) = 30a_A$

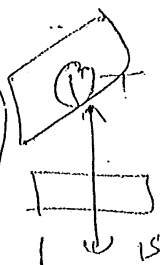
$\Sigma f = ma_B$

$15 * 9.81 - T = 15a_B$

$\Sigma f_y = 0$

$\frac{3}{5}T - T - 30 * 9.81 = 0$

$0.4T + 294.3$



$15 * 9.81$

$T = 147.15\ N$

$\Sigma f = 0$

$T(\frac{4}{5}) = f_s$

$147.15(\frac{4}{5}) = f_s = 117.72\ N$

$\Sigma f_y = 0$

$N = -147.15(\frac{3}{5}) + 147.15 + 30 * 9.81$

$N = 353.16\ N$

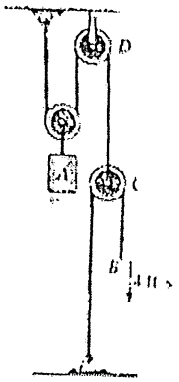
تمارين واجب

2

مثال/ رجل يتحرك بسرعة $5km/h$ في نفس اتجاه رياح سرعتها $20km/h$ سرعة سقوط المطر عموديا في الهواء الساكن $7km/h$ ماهي سرعة واتجاه سقوط المطر بالنسبة للرجل

$\{\theta = 25°, v_{r/m} = 16.6km/h\}$

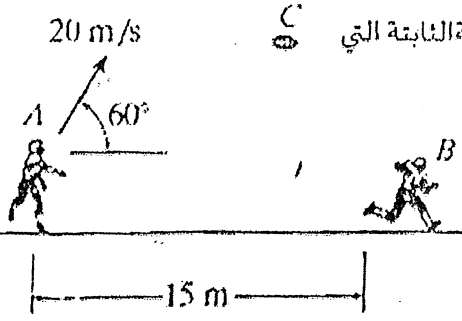
مثال/ الكابل B سحب لاسفل $4ft/s$ وتزداد سرعتها بمعدل $2ft/s^2$ اوجد سرعة وتعجيل



$\{a_A = 0.5ft/s^2 \downarrow\}, \{v_A = 1ft/s \uparrow\}$

3

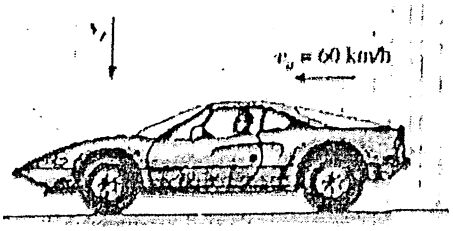
مثال / اللاعب A يرمي الكرة C بالسرعة والاتجاه الموضح . اوجد السرعة الثابتة التي يجب على اللاعب B ان يتحرك بها ليمسك بها على نفس المستوى وكذلك اوجد السرعة والعجلة النسبية للكرة بالنسبة للرجل الى B لحظة الإمساك علما بان B يبعد $15m$ من A لحظة رمي الكرة



$a_{c/B} = 9.81m/s^2 \downarrow \quad \{\theta = 76.2°, v_{c/B} = 71.8m/s\}, \{v_B = 5.75m/s\}$

1

مثال/ سائق السيارة يتحرك بسرعة $v_a = 60km/h$ كما موضح لاحظ ان المطر يسقط بزاوية مع الافقي $30°$ ماهي السرعة العمودية لسقوط المطر $(v_r = 34.6km/h)$



قانون نيوتن الثاني

$$\sum F = ma$$

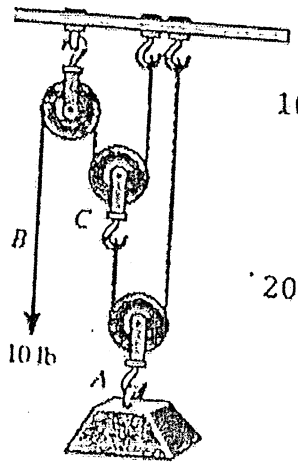
عندما تكون محصلة القوة المؤثرة على جسم لا تساوي صفر فان الجسم يتحرك بعجلة

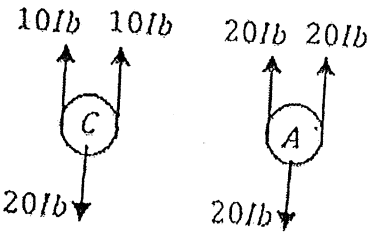
ملاحظة

1) قوة الاحتكاك الحركي $f = \mu_k R$

2) قوة النابض $F = -k\Delta x$

مثال/ ما هو الوقت الذي تحتاجه البكرة لسحب الحبل عند B لا سفل مسافة $4ft$ من السكون عندما اثرت قوة $10lb$ على الحبل إذا علمت ان الكتلة A $20lb$ مهملاً كتلة البكرات والحبال





الحل/ $20 - 40 = \frac{20}{32,2} a_A \Leftarrow F = ma$

$a_A = -32,2 f/s^2 \uparrow$

$2y_A - y_c = constant$

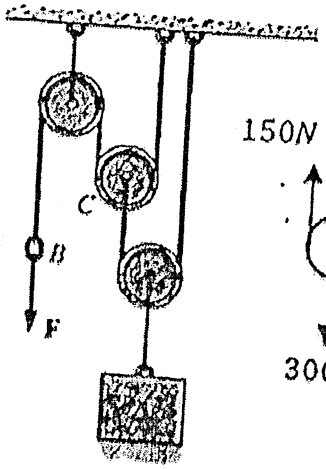
$a_c = 2(-32,2) = -64,4 ft/s^2 \Leftarrow 2a_A - a_c = 0$

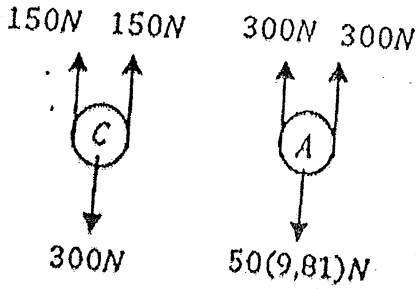
$y_B + 2y_C = constant$

$a_B = -2(-64,4) = 128,8 ft/s^2 \Leftarrow a_B = -2a_c$

$t = 0,249s \Leftarrow 4 = 0 + \frac{1}{2}(128,8)t^2 \Leftarrow S = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$

مثال/ اذا كانت $F = 150N$ اوجد سرعة الكتلة $A = 50kg$ بعد ان تصعد $3m$ من السكون





$50(9,81) - 600 = 50a_A$

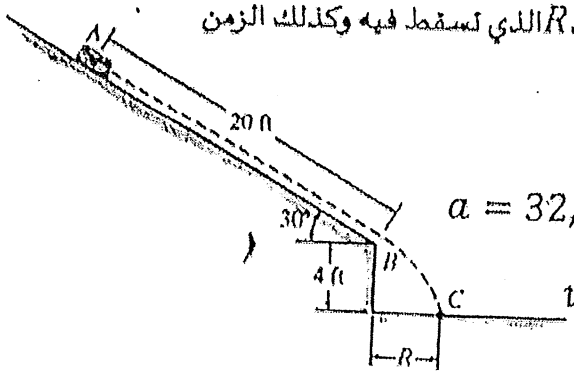
$a_A = 2,19 m/s^2 \uparrow$

$v^2 = v_0^2 + 2as$

$v^2 = 0 - 2(2,19)(-3)$

$v = 3,625 m/s$

مثال / الحقيبة تنزلق من السكون على السطح الاملس اوجد البعد R الذي تسقط فيه وكذلك الزمن



الحل /

$$a = 32,2sin30 = 16,1m/s^2 \Leftarrow mgsin\theta = ma$$

$$v^2 = 0 + 2(16,1)(20) \Leftarrow v^2 = v_0^2 + 2as$$

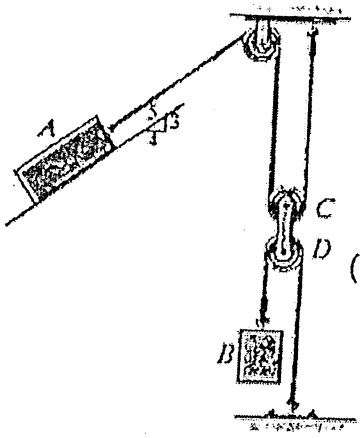
$$v = 25,4ft/s$$

$$t_1 = 1,58s \Leftarrow 25,4 = 0 + 16,1t \Leftarrow v = v_0 + at$$ زمن المرحلة الاولى

$$t_2 = 0,24s \Leftarrow 4 = 25,4sin30t + 16,1t^2 \Leftarrow y - y_0 = v_0sin30t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = 1,58 + 0,24 = 1,82s$$

$$R = 25,4cos30(0,42) = 5,3ft \Leftarrow R = x = v_0cos\theta t$$



مثال/ كتلة A هي $100lb$ تتحرك لاسفل السطح بسرعة $5ft/s$ بينما تم تعليق

$50lb$ عند B اذا كان معامل الاحتكاك الحركي بين السطح والكتلة $\mu_k = 0,2$

اوجد تعجيل A والمسافة التي تقطعها قبل ان تتوقف (اهمل وزن البكرات و الحبال)

الحل :-

$$100\frac{3}{5} - 0,2(100)\frac{4}{5} - T_A = \frac{100}{32,2}a_A$$

$$[1] \leftarrow \frac{100}{32,2}a_A + T_A = 44$$

$$a_A = -2a_C \Leftarrow a_A + 2a_C = 0 \Leftarrow S_A + 2y_C = constant$$

$$2a_C = a_B \Leftarrow -2a_C + a_B = 0 \Leftarrow D - y_C + y_B - y_C = constant$$

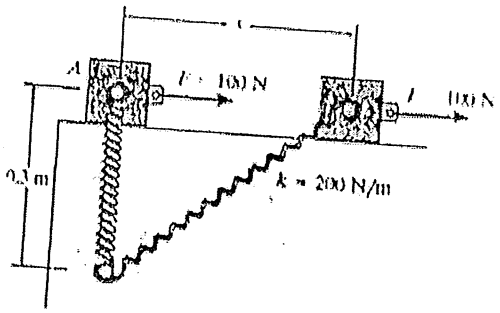
$T_A = T_B$ من الرسم $a_A = -a_B$ إذا

$$50 - T_B = \frac{50}{32,2}a_B$$

$$[2] \leftarrow \frac{-50}{32,2}a_A + T_A = 50$$

$$T_A = T_B = 48lb \ , \ a_A = -1,288ft/s^2$$

$S = 9,7ft \Leftarrow 0 = 25 - 2(1,288)s \Leftarrow v^2 = v_0^2 + 2as$



مثال/ النابض في وضعه الطبيعي عند A وله ثابت $k = 200N/m$

عندما الكتلة $25kg$ سحبت مسافة S اوجد التعجيل عندما

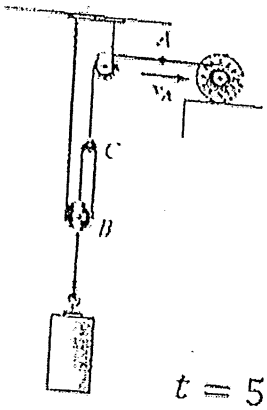
$S = 0,4m$ والسطح أملس

الحل

قوة النابض $F = k\Delta x = 200(0,5 - 0,3) = 40N$

$a = 2,72m.s^{-2} \Leftarrow 100 - 40(\frac{0,4}{0,5}) = 25a \Leftarrow 100 - 4cos\theta = ma$

مثال / احسب الزمن اللازم الذي يحتاجه الثقل B للوصول الى سرعة $10m/s$ مبتدئاً من السكون اذا كان المحرك يسحب بتعجيل $3m/s^2$



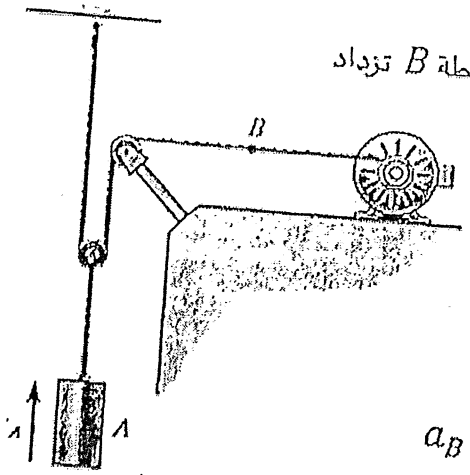
الحل /

$a_C = 3m/s^2 \uparrow$ بالتعويض $a_A + a_C = 0 \quad x_A + y_C = l_1 \Leftarrow$

$3a_B - 2a_C = 0 \Leftarrow 3y_B - 2y_C = l_2$

$t = 5s$ عليه $10 = 0 - 2t \Leftarrow v = v_{0B} + a_B t \Leftarrow a_B = 2m/s^2 \uparrow$

مثال/ كتلة الاسطوانة $400lb\ A$ ترفع بواسطة الموتور. إذا كانت سرعة النقطة B تزداد بمعدل ثابت من السكون الى $v_B = 10ft/s$ في $5s$ اوجد الشد في الكابل المستخدم في الموتور



الحل /

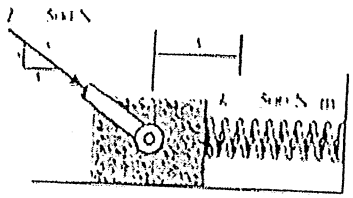
$a_B = 2ft/s^2 \Leftarrow 10 = 0 + 5a_B \Leftarrow v_B = v_0 + a_B t$

$\uparrow a_A = 1ft/s^2 \Leftarrow 2a_A - 0 + 2 = 0 \Leftarrow 2y_A - D + S_B = constant$

$T = 206\ lb \Leftarrow -2T + 400 = -\frac{400}{32,2}(1)$

مثال/ النابض له ثابت $k = 500N/m$ يتصل بكتلة $10kg$ إذا دفعت الكتلة بقوة موضحة $500N$ كما موضح

اوجد السرعة عندما $S = 0,5m$ علما بان عندما عند $S = 0$ الكتلة في حالة سكون والنابض غير مضغوط



الحل/

$$\sum F = ma$$

$$500\left(\frac{4}{5}\right) - 500S = 10a$$

$40 - 50S = a$ من الواضح ان الكتلة تحركت تحت عجلة متغيرة مع المسافة

$$\int_{v_0}^{v} vdv = \int_{s_0}^{S} ads$$

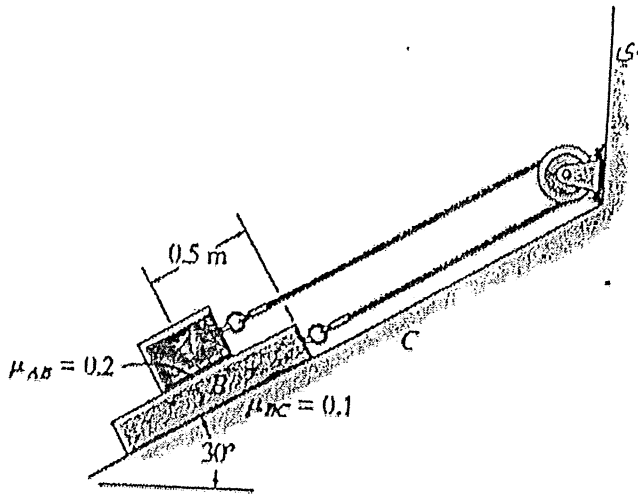
$$\int_{0}^{v} vdv = \int_{0}^{S} (40 - 50S)ds$$

$v = \sqrt{80(0,5) - 50(0,5)^2} = 5,24m/s$ منها $\frac{v^2}{2} = 40S - 25S^2$

مثال/ كتلة $A = 10kg$ موضوعة فوق صفيحة $B = 50kg$ مهملا وزن الحبل والبكرات ومستخدما

معاملات الاحتكاك الحركي التي على الرسم اوجد الزمن الذي

تحتاجه A الانزلاق $0,5m$ فوق B من السكون



الحل /

من القانون $\sum F = ma$

$$50(9,81)sin30 - 0,2 \times 10(9,81)cos30 - 0,1 \times 60(9,81)cos30 - T = 50a$$

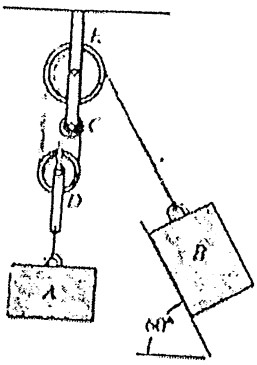
$$10(9,81)sin30 + 0,2 \times 10(9,81)cos30 - T = -10a$$

بحل المعادلتين $a = 1,854m/s^2$, $T = 84,6N$

$$t = 0,51 \qquad 0,25 = 0 + \frac{1}{2}(1,854)t^2 \Leftarrow S = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

مثال/ اوجد مقدار الكتلة A التي اذا اطلقت من السكون فأن الكتلة $B = 5kg$ تصعد

مسافة $0.75m$ لاعلى سطح المائل الاملس في زمن $2s$



الحل

$$x_B + 3y_D - 2y_D = l$$

$$a_B + 3a_D = 0$$

$$0.75 = -\frac{1}{2}a_B(4) \quad \text{منها} \quad a_B = -0.375m/s^2$$

$$5(9.81)sin60 - T = 5(-0.375) \quad \text{منها} \quad T = 44.35N$$

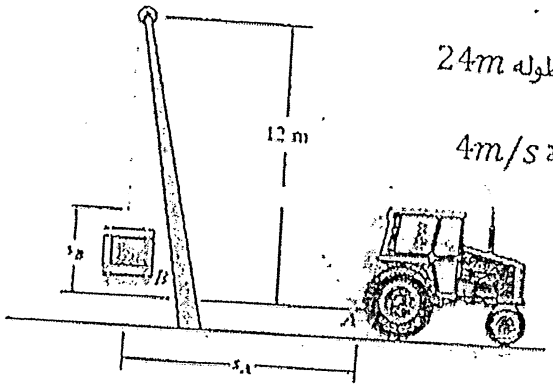
$$-3(44.35) + m_A(9.81) = m_A(0.125) \quad \text{بذلك} \quad m_A = 13.7kg$$

مثال/ الجرار يستخدم في رفع الحمولة $B = 150kg$ بحبل طوله $24m$

اذا كان الجرار يتحرك نحو اليمين بتعجيل $3m/s^2$ وله سرعة $4m/s$

عنداللحظة $S_A = 5m$ ماهو الشد في الحبل في تلك الحظة

علما بان عندما $S_B = 0, S_A = 0$



الحل/

$$24 = [S_A^2 + 12^2]^{\frac{1}{2}} + 12 - S_B$$

$$S_B + 12 = [S_A^2 + 12^2]^{\frac{1}{2}}$$

$$v_B = [S_A^2 + 12^2]^{-\frac{1}{2}} S_A v_A$$

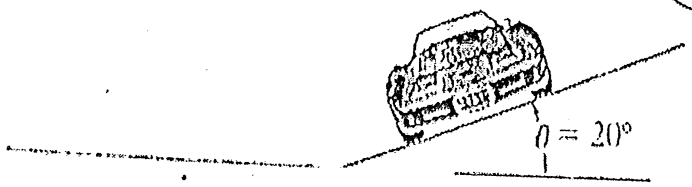
$$a_B = [S_A^2 + 12^2]^{-\frac{1}{2}} S_A a_A + v_A \left| [S_A^2 + 12^2]^{-\frac{1}{2}} v_A - v_A S_A^2 [S_A^2 + 12^2]^{-\frac{3}{2}} \right|$$

$$a_B = 2.2025m/s^2$$

$$T - 150(9.81) = 150(2.2025)$$

$$T = 1802N$$

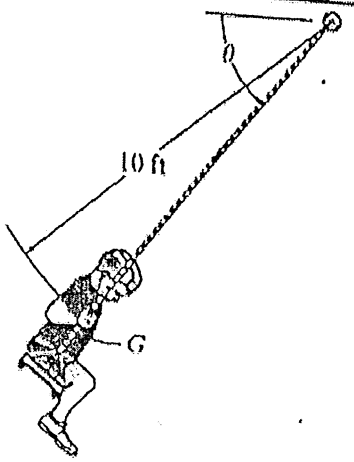
مثال/ السيارة الرياضية الموضحة لها كتلة



$1700kg$ تتحرك افقيا على مسار يميل بزاوية $20°$ وله نصف قطر $100m$ إذا كان معامل الاحتكاك الساكن $\mu_s = 0.2$

ماهي أكبر سرعة واقل سرعة لا تسبب انزلاق السيارة للأسفل او للأعلى

$$\left(v_{max} = \frac{24.4m}{s}, v_{min} = 12.2m/s\right)$$



مثال/عندما $\theta = 60°$ مركز ثقل الطفل G له سرعة لا سفل

$v_G = 15ft/s$ اوجد معدل زيادة سرعة الطفل والشد في الحبل

علماً بان وزن الطفل $60lb$ مهملاً وزن الكرسي والحبل

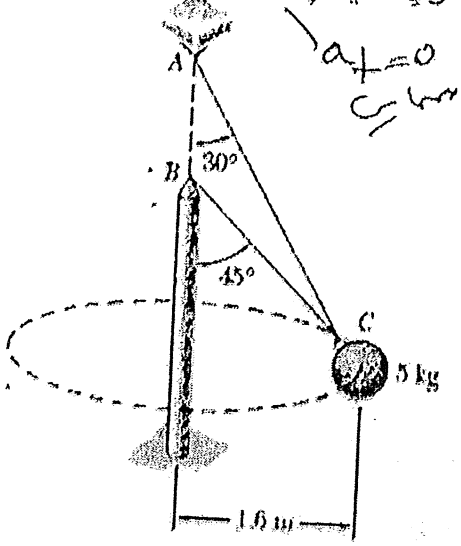
الحل

$$a_t = 16,1ft/s^2 \Leftarrow mgcos60 = ma_t \Leftarrow F_t = ma_t$$

$$2T - mgsin60 = m\frac{15^2}{10} \Leftarrow F_n = ma_n$$

$$T = 46,9lb \Leftarrow 2T = \left(\frac{60}{32,2}\right)\frac{15^2}{10} + 60\sin60$$

مثال/ سلك وحيد ABC يمر عبر الحلقة عند C في مسار دائري افقي بسرعة ثابتة اوجد مقدار هذه السرعة



الحل /

$$T\cos30 + T\cos45 = 5(9,81)$$

$$T = 31,18N$$

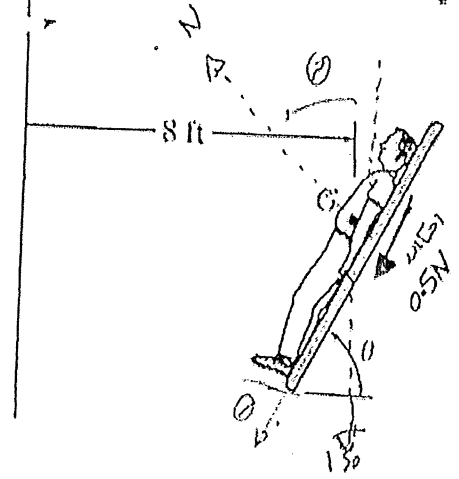
$$31,18\sin30 + 31,18\sin45 = m\frac{v^2}{R}$$

ومنها $v = 3,47m/s$

مثال/ يستلقي الرجل الذي وزنه $150lb$ التي معامل احتكاها الساكن $\mu_s = 0.5$

وكان يدور حول محور z بسرعة ثابتة $v = 30ft/s$ ماهي اصغر زاوية θ

يبدا عنده بالانزلاق $(\theta = 47.5°)$



$$\sum F_n = m a_n = m\frac{v^2}{\rho}$$

$$N\sin\theta + 0.5N\cos\theta = \frac{150}{32.2}\times\frac{900}{8}$$

$$\sum F_y = 0$$

$$N\cos\theta - 0.5N\sin\theta = 150$$

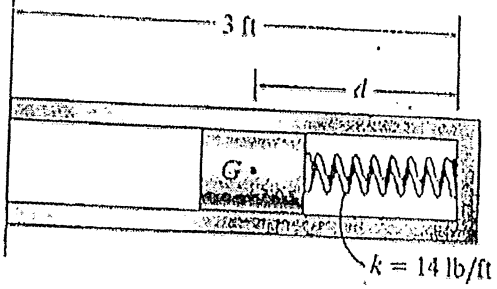
$$N = \frac{150}{\cos\theta - 0.5\sin\theta}$$

مثال/ تزن الأسطوانة $2lb$ وهي حرة الحركة داخل الانبوبة الملساء والنابض له ثابت $k = 14lb/ft$

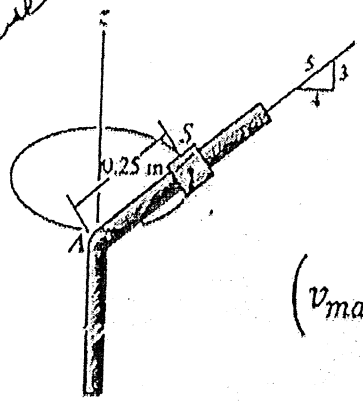
عندما لا تحدث حركة تكون $d = 0.5ft$ ماهي القوة المؤثرة من الزنبرك على السدادة عندما يحدث

دوران حول المحور الراسي بسرعة $15ft/s$

$(F_k = 4.9lb)$

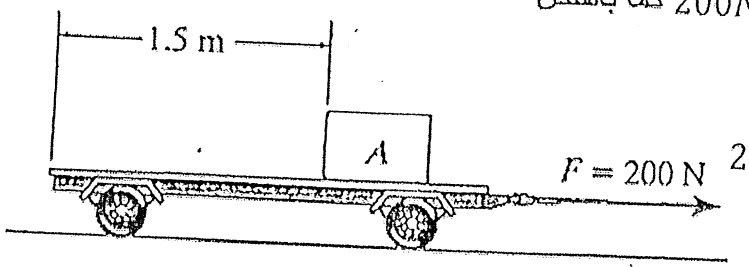


مثال/الطوق له كتلة $2kg$ ومعامل الاحتكاك الساكن بينه وبين العمود $\mu_s = 0.2$ ويدور بالوضع الموضح ماهي اقل واكبر سرعة لا تسبب انزلاق الطوق



$$\left(v_{max} = \frac{1.48m}{s}, v_{min} = 0.969m/s\right)$$

مثال/العربة كتلتها $30kg$ سحبت بقوة $200N$ كما بالشكل



تحمل صندوق قابل للانزلاق كتلته $20kg$

إذا انزلق الصندوق على العربة من

السكون كم من الوقت يحتاجه لقطع

مسافة $1.5m$ إذا علمت ان معامل الاحتكاك الساكن والحركي بين سطح

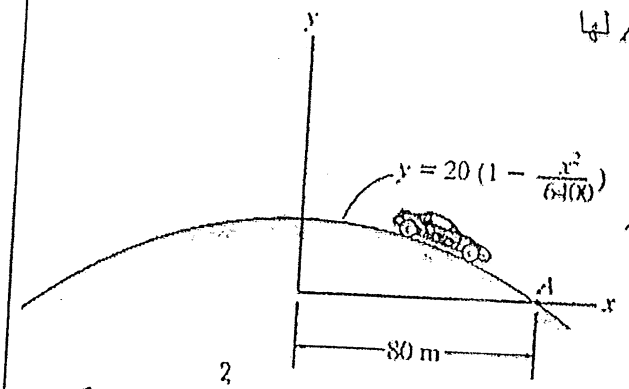
العربة والصندوق $\mu_s = 0.3$,$\mu_k = 0.25$ $(1.08s)$

مثال/ السيارة كتلتها $0.8Mg$ عنما كانت عند النقطة A لها

سرعة $9m/s$ وتزداد بمعدل $3m/s^2$ اوجد

قوة الإتصال العمودي وقوة الاحتكاك فيتلك اللحظة

$(1.11KN, 6.73KN)$

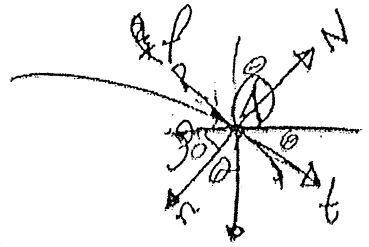


$y = 20\left(1 - \frac{x^2}{6400}\right)$

$y' = \frac{-x}{160} = \frac{-1}{2}$

$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{2}\right) = -26.56^\circ$

$\rho = \frac{\left[1 + (y')^2\right]^{\frac{3}{2}}}{\left|\frac{1}{160}\right|} = 223.6$



7848

$\Sigma F_t = m a_t$

$7848 \sin 26.565 - f_k = 800 * 3$

$f_k = 1109N \approx 1.1kN$

$\Sigma F_n = m a_n$

$7848 \cos 26.56 - N = 800 * \frac{9^2}{223}$

$N = 6730N$

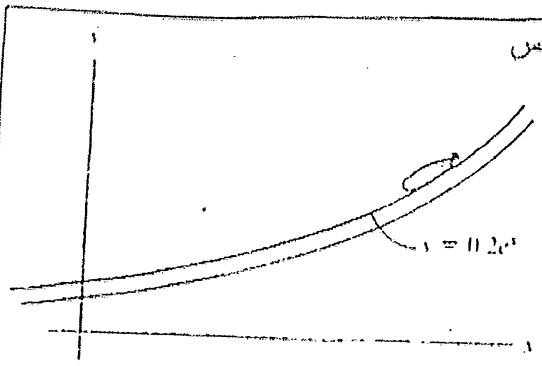
$N = 6.73kN$

(1) مثال/الكيس له كتلة $8kg$ ينزلق اسفل المسار المائل الاملس

إذا كان له سرعة $1.5m/s$ عندما $y = 0.2m$ اوجد

رد فعل المسار ومعدل زيادة السرعة في تلك اللحظة

الحل $(N = 80.4N,\ a_t = 1.92m/s^2)$



$\sum F_t = ma_t$

$5\cos\theta = 5$

$\int v\,dv = \int 32.2\cos 20\,d\theta$

$V = 21\ ft/s$

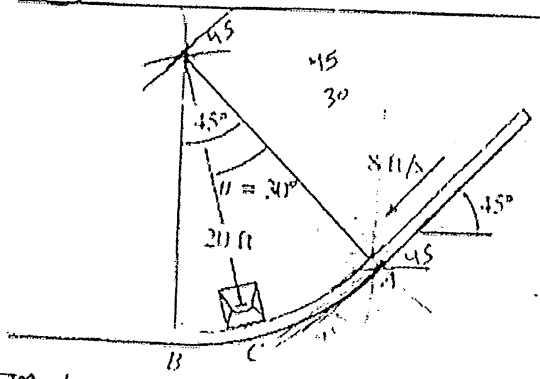
(2) مثال/ الحمولة لها كتلة $5lb$ تنزلق أسفل المنحني لها

لها سرعة $8m/s$ عندما $\theta = 0$ ماهي سرعتها

ورد الفعل عند C حيث $\theta = 30°$ وكذلك سرعتها

عندما تصل الخط الافقي عند B

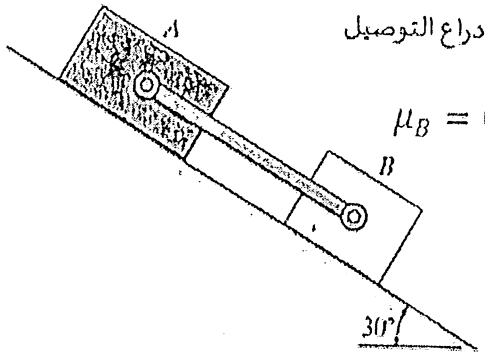
$(v_B = 21ft/s,\ N_c = 7,91lb,\ v_C = 19,9ft/s)$



(3) مثال/ اذا كانت الكتلتان $A = 10kg,\ B = 6kg$ اوجد القوة في دراع التوصيل

اذا كان معامل الاحتكاك الحركي بين الكتل والسطح $\mu_A = 0,1,\ \mu_B = 0,3$

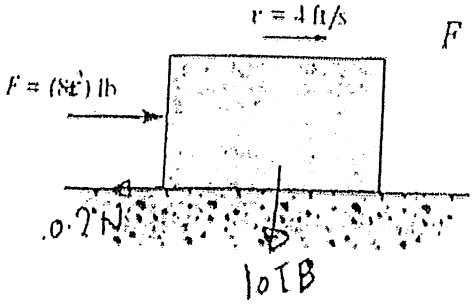
مهملا كتلة دراع التوصيل $(T = 6,37N)$



(4) مثال/ الحمولة $10lb$ لها سرعة $4ft/s$ عندما كانت $F = 8t^2$

ماهي سرعتها عند $t = 2s$ علما بان $\mu_k = 0.2$

$(v = 59.8ft/s$



$\sum F = ma$

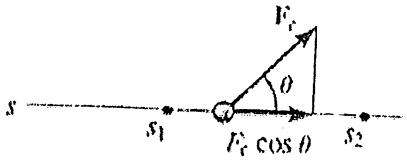
$8t^2 - 0.2N = \frac{10}{32.2}(a) \rightarrow a = 25.76t^2 - 6.44$

$\int_4^v dv = \int_0^t a\,dt$

$V = \frac{25.76t^3}{3} - 6.44t - 59.$

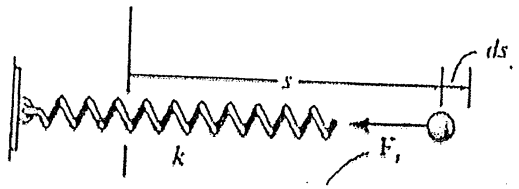
يعرف الشغل بانه حاص ضرب القوة في لتجاه الازاحة

الشغل بواسطة قوة خارجية $U_{1-2} = Fcos\theta(S_2 - S_1)$ والذي يمكن كتابته $U_{1-2} = W = \vec{F}.\vec{S}$



- شغل الوزن $\pm W_y = mgh$
- طاقة الحركة $T = \frac{1}{2}mv^2$
- القوة العمودية على الازاحة شغلها صفر

الشغل المبذول بواسطة نابض



إذا كان لدينا نابض وتم ضغطه من وضعه الطبيعي

نتيجة قوة فان الشغل $U_{SP} = \int_{S_1}^{S_2} Fds = \int_{S_1}^{S_2} -kSds$

وهو شغل سالب لأنه القوة هي قوة مقاومة بالنسبة للنابض $U_{SP} = -(\frac{1}{2}ks_2^2 - \frac{1}{2}ks_1^2)$

- عنما يُضغط النابض من الوضع الطبيعي $S_1 = 0$ فيصبح $U_{SP} = -\frac{1}{2}ks_2^2$
- عندما يكون النابض في الاصل مضغوط مسافة S_1عن وضعه الطبيعي قبل تأثير القوة ثم الى مسافة S_2 بعد تأثير القوة فان $U_{1-2} = (\frac{1}{2}k(s_2 + s_1)^2 - \frac{1}{2}ks_1^2)$

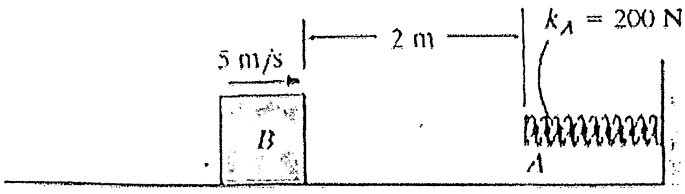
شغل الطبيعة على النابض

- عندما يكون النابض مضغوط او مسحوب ثم يفلت فان شغله موجب $U_{SP} = \frac{1}{2}ks^2$
- يكوم مبدأ الشغل والطاقة $\sum T_1 \pm \sum U_{1-2} \pm U_{SP} \pm w_{mg} = \sum T_2$

$\frac{1}{2}mV^2$

* $\sum U_{1-2} = \sum \vec{F}.\vec{S}$ بواسطة القوة الخارجية أي القوة المحركة $(+)$ اما المقاومة $(-)$
* $w_{mg} = mgh$ شغل الوزن تحت الاسناد $(+)$ فوق الاسناد $(-)$
* $T = \frac{1}{2}mv^2$ طاقة الحركة دائما موجب
* $U_{SP} = \frac{1}{2}ks^2$ شغل النابض دائما سالب الا عندما يفلت موجب لانه يصبح قوة خارجية تبدل في شغل

مثال/ الكتلة $8kg$ تتحرك بسرعة ابتدائية



$5m/s$ اذا كان معامل الاحتكاك بين الكتلة والسطح

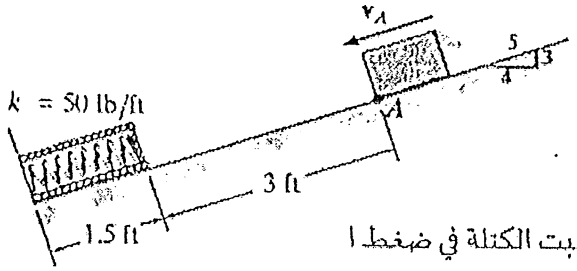
$\mu_k = 0,25$ اوجد اقصى مسافة يمكن ان يضغط

بها النابض.

الحل/ $\sum T_1 + \sum U_{1-2} \pm U_{SP} = \sum T_2$

$$\frac{1}{2}8(5)^2 - 0,25(8 \times 9,81)(2+x) - \frac{1}{2}200x^2 = 0 \quad \Leftarrow \quad x = 0,6875m$$

مثال/ في الشكل الموضح النابض له طول اصلي



$2ft$ داخل صفيحة تضغطه ليصبح طوله $1,5ft$.

الكتلة $4\ lb$ لها سرعة v_A عند A ماهي هذه السرعة اذا تسببت الكتلة في ضغط ا

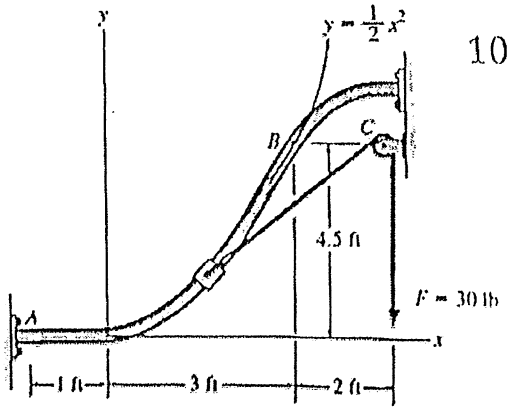
لنابض مسافة $0,25ft$ عند اصطدامه بالنابض علما بان معامل الاحتكاك الحركي للسطح $\mu_k = 0,2$

الحل/ $\sum T_1 + \sum U_{1-2} \pm U_{SP} = \sum T_2$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{4}{32,2}\right)v_A^2 + \left[4\left(\frac{3}{5}\right) - 0,2\left(4\frac{4}{5}\right)\right](3,25) - \frac{1}{2}50[(0,75)^2 - (0,5)^2] = 0$$

$$v_A = 5,8ft/s$$

مثال/ اثرت قوة ثابتة $F = 30lb$ على الطوق الاملس الذي وزنها $10lb$



من السكون عند A اوجد سرعة الطوق عند B

الحل / المسافة التي تقطعها القوة في اتجاه الحبل

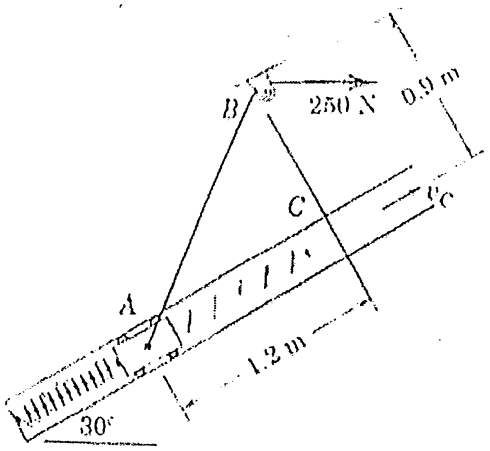
$$d = \sqrt{6^2 + 4,5^2} - 2 = 5,5ft$$

$$\sum T_1 + \sum U_{1-2} \pm W_y = \sum T_2$$

$$v = 27,8ft/s \quad \Leftarrow \quad 0 + 30(5,5) - 10(4,5) = \frac{1}{2}\left(\frac{10}{32,2}\right)v^2$$

مثال/ يتحرك الجسم من السكون عند A تحت تأثير قوة شد $250N$ وكتلة الجسم $10kg$ وثابت النابض $60N/m$ واستطالة النابض عند البداية $0,6m$ اوجد

1) الشغل بواسطة الشد في السلك من A الى C
2) سرعة الجسم عند C



الحل:-

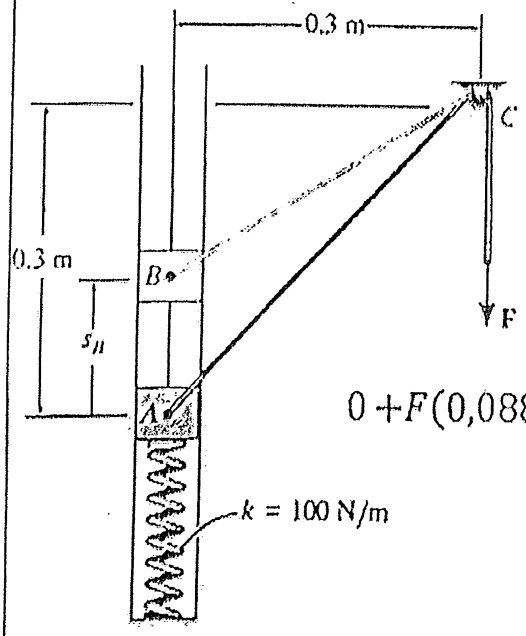
شغل الخيط $w = 250\left(\sqrt{1,2^2 + 0,9^2} - 0,9\right) = 150j$

$$\sum T_1 + \sum U_{1-2} \pm W_y = \sum T_2$$

$$0 + 150 - 10 \times 9.81\sin30(1.2) - \frac{1}{2}60[(1,8)^2 - (0,6)^2] = \frac{1}{2}(10)v_A^2$$

$$v_c = 0,974m/s$$

مثال/الكتلة مقدارها $0,5kg$ مزودة بنابض تتحرك من السكون بدون احتكاك من الموضع A حيث النابض في الوضع الطبيعي اوجد القوة العمودية F لتكون السرعة عند B هي $2,5m/s$ و $S_B = 0,15m$



الحل / المسافة في اتجاه القوة

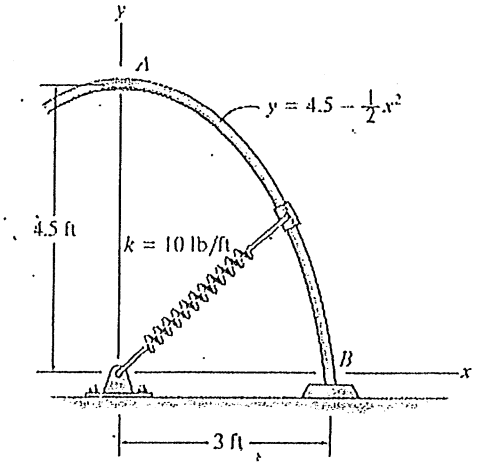
$$S = \sqrt{0,3^2 + 0,3^2} - \sqrt{0,3^2 + 0,15^2} = 0,0889m$$

$$\sum T_1 + \sum U_{1-2} \pm U_{SP} = \sum T_2$$

$$0 + F(0,0889) - 0,5(9,81)0,15 - 50(0,15)^2 = 0,25(2,5)^2$$

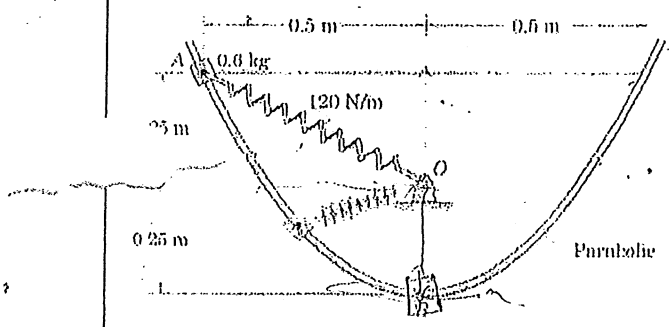
$$F = 38,5N$$

مثال/ الطوق وزنه $2Ib$ وسرعة $5ft/s$ عند A والنابض له طول اصلي $2ft$ اوجد سرعتها ورد الفعل ومعدل زيادة السرعة عند B



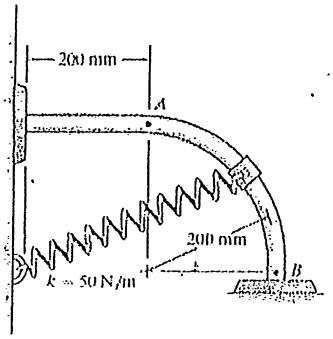
$(N = 7,83\ Ib\ ,\ v_B = 34,1ft/s\ ,\ a_t = -20,3ft/s^2)$

مثال/ الطوق كتلته $0,6kg$ يبدا الحركة من السكون من A وله طول اصلي $200mm$ ماهي سرعته ورد الفعل عند B



$(83,4N\ ,\ 5,9m/s)$

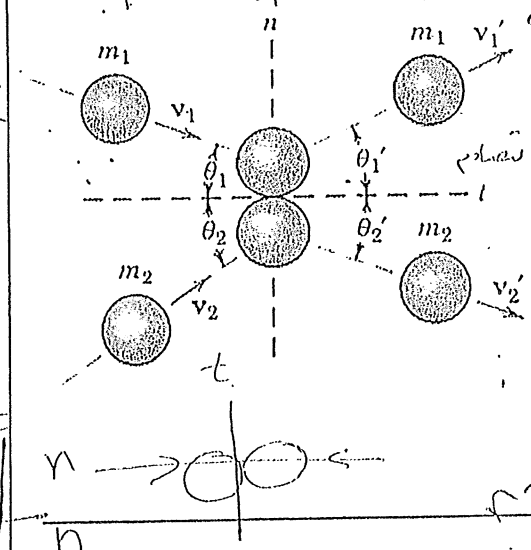
الطوق له سرعة $5m/s$ عند A وكتلة $5kg$ ماهي سرعته ورد الفعل عندنهاية المنحنى B علما النابض بدون تشوه $100mm$



$(N = 694N\ ,\ v_B = 5,325m/s)$

كمية الحركة

- مجوع كمية الحركة للاجسام قبل التصادم تساوي مجوع كمية الحركة للاجسام بعد التصادم



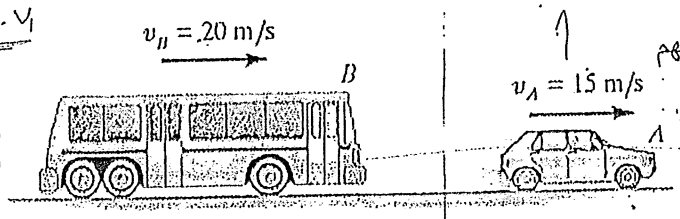
$$m_1(v_1)_n + m_2(v_2)_n = m_1(v_1')_n + m_2(v_2')_n$$

$$m_1(v_1)_t = m_1(v_1')_t$$

$$m_2(v_2)_t = m_2(v_2')_t$$

$$e = \frac{(v_2')_n - (v_1')_n}{(v_1)_n - (v_2)_n}$$

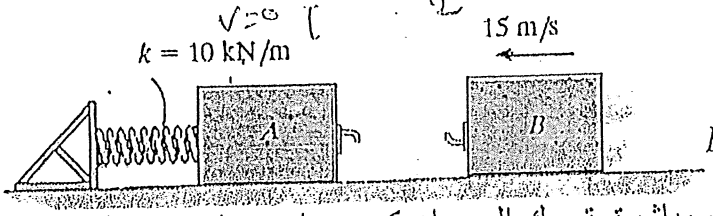
مثال / حافلة B كتلتها هي $5Mg$ وسيارة A كتلتها $2Mg$ يتحركان كما الشكل حدث تصادم بينهم حيث التحم الجسمان وتحركا كجسم واحد ماهي السرعة بعد التصادم



الحل/ $\sum mv_1 = \sum mv_2 \Leftarrow (m_1v_1 + m_2v_2) = (m_1 + m_2)v$

$$\sum mv_1 = \sum mv_2 \Leftarrow m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v$$

$$5 \times 10^3(20) + 2 \times 10^3(15) = (5 \times 10^3 + 2 \times 10^3)v \Leftarrow v = 18{,}57m/s \rightarrow$$

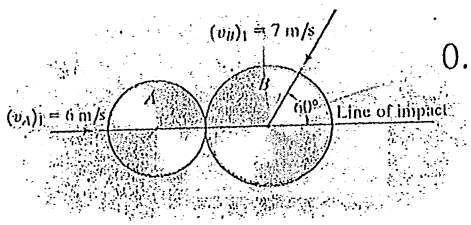


مثال/ كتلة $A = 15Kg$ و $B = 10Kg$ A ساكنة و $v_B = 15m/s$ عند التصادم مباشرة تحرك الجسمان كجسم واحد ماهي مسافة انضغاط النابض

الحل / من $\sum mv_1 = \sum mv_2 \Leftarrow 15(0) + 150 = (25)v \Leftarrow v = 6m/s$

$$T_1 + U_{SP} = T_2 \Leftarrow \frac{1}{2}25(36) - \frac{1}{2}10^4x^2 = 0 \Leftarrow x = 0{,}3m$$

مثال/ الكرتان $B = 5kg, A = 3kg$ يتحركان على سطح ناعم افقي



كما بالشكل ماهي سرعة كل منهم بعد التصادم اذا كان معامل الارتداد 0.65

الحل:-

$$3(6) + 5(-7cos60) = 3(v_{Ax})_2 + 5(v_{Bx})_2$$

$$0.65 = \frac{(v_{Bx})_2 - (v_{Ax})_2}{6 - (-7cos60)}$$ من حل المعادلتين $(v_{Bx})_2 = 2.378m/s$ ، $(v_{Ax})_2 = -3.8m/s$

من قانون حفظ كمية الحركة الجسم الواحد

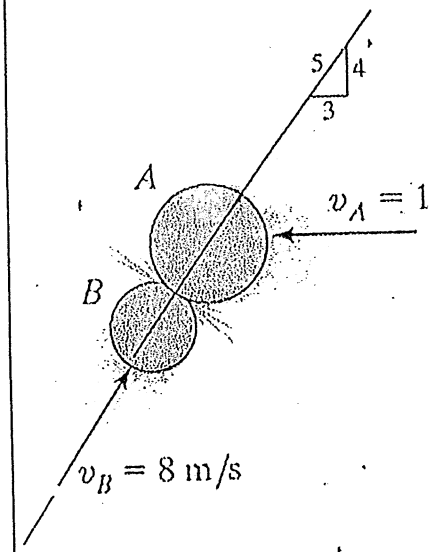
$$3(v_{Ay})_1 = 3(v_{Ay})_2$$ عليه $(v_{Ay})_2 = 0$

$$5(7sin60)_2 = 5(v_{By})_2$$ عليه $(v_{By})_2 = -6.06m/s \downarrow$

$$v_A = \sqrt{(-3.8)^2 + 0} = -3.8m/s \leftarrow$$

$$v_B = \sqrt{(2.378)^2 + (-6.06)^2} = 6.51m/s$$ ولها اتجاه $\theta = \tan^{-1}\frac{6.06}{2.378} = 68.5°$ 69.64°

مثال/ الكرتان $B = 2kg, A = 4kg$ يتحركان على سطح ناعم افقي

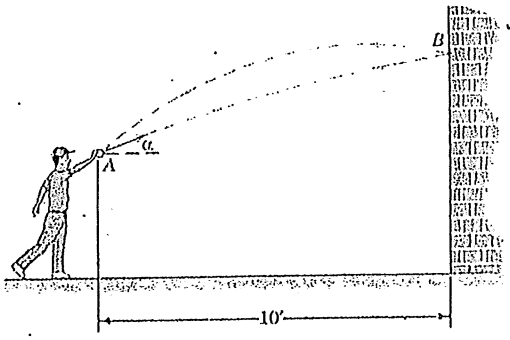


كما بالشكل ماهي سرعة كل منهم بعد التصادم اذا كان معامل الارتداد 0.8

الحل) $(v_{Bx})_2 = 12.4m/s \swarrow$ ، $(v_{Ax})_2 = 1.2m/s \nearrow$

$(v_{By})_2 = 0$ ، $(v_{Ay})_2 = 12m/s \nwarrow$

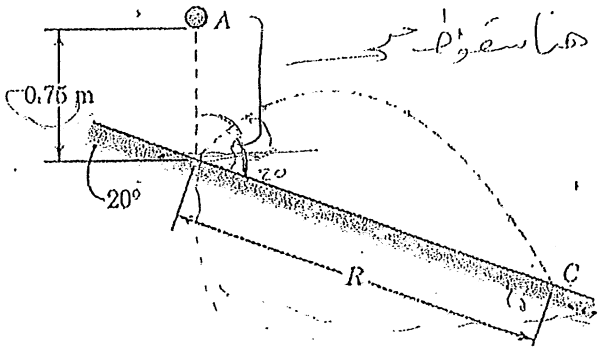
الطفل يقذف الكرة من A بسرعة $50 ft/s$ لتصطدم بالحائط عند B لترجع له حالا عند A اوجد الزاوية α اذا علمت ان معامل الارتداد للحائط 0.5



(11.3°, 78.6°)

مثال/ الكرة اطلقت من الموضع A ارتفاعه $0.75m$ اذا كان معامل الارتداد $e = 0.85$

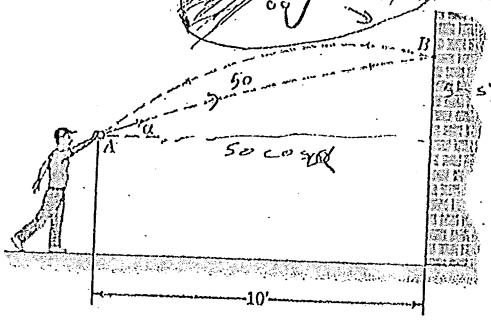
لوجد المدى R



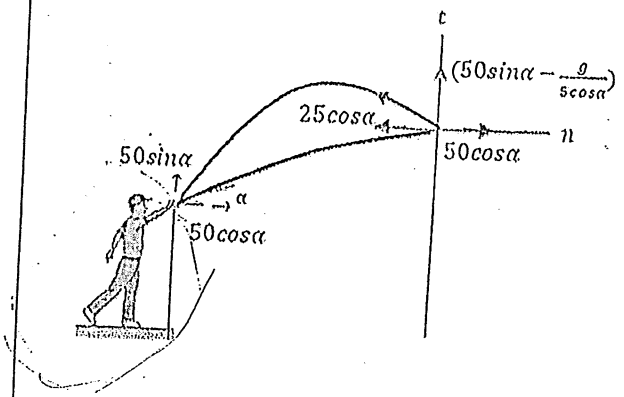
$(R = 1.6m)$

$R = 1.62 m$

الطفل يقذف الكرة من A بسرعة $50ft/s$ لتصطدم بالحائط عند B لترجع له حالا عند A اوجد الزاوية α اذا علمت ان معامل الارتداد للحائط 0.5



الحل/



$$0.5 = \frac{0-\bar{v}_x}{50cos\alpha-0} \quad \text{عليه} \quad \bar{v}_x = -25cos\alpha$$

$$t = \frac{10}{50cos\alpha} = \frac{1}{5cos\alpha}$$

عليه قبل التصادم $v_y = 50sin\alpha - \frac{g}{5cos\alpha}$

وهي مركبة السرعة الابتدائية العمودية بعد التصادم $m(50sin\alpha - \frac{g}{5cos\alpha}) = m\bar{v}_y$

$$\bar{t} = \frac{10}{25cos\alpha} = \frac{2}{5cos\alpha}$$

$$y = 50sin\alpha\left[\frac{1}{5cos\alpha}\right] - \frac{g}{2(5cos\alpha)^2}$$

$$-\bar{y} = \left(50sin\alpha - \frac{g}{5cos\alpha}\right)\left[\frac{2}{5cos\alpha}\right] - \frac{4\ g}{50(cos\alpha)^2}$$

$$-\bar{y} = \left(20tan - \frac{2g}{25(cos\alpha)^2}\right) - \frac{g4}{50(cos\alpha)^2}$$

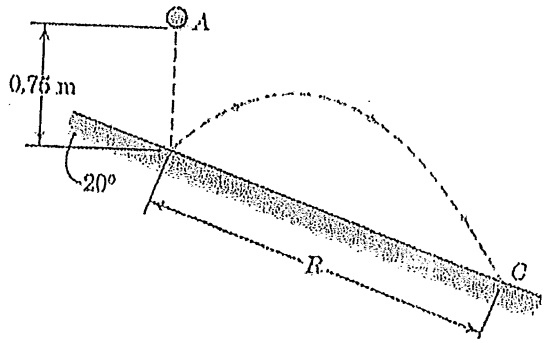
$$0 = \left(30tan - \frac{9g}{50(cos\alpha)^2}\right)$$

$$-0.18gtan^2\alpha + 30tan\alpha - 0.18g = 0 \quad \text{عليه} \quad \alpha = 78.6°\ ،\ \alpha = 11.31°$$

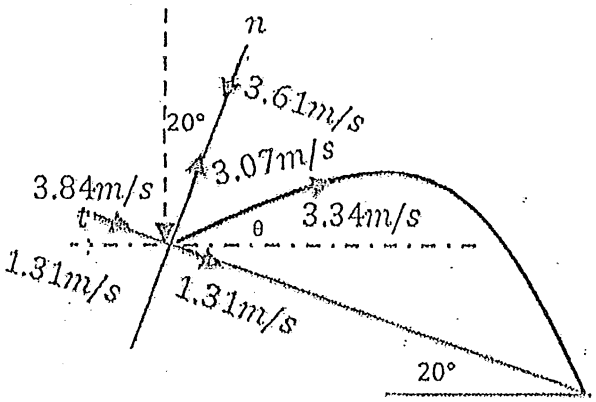
$$y = 10tan\alpha - \frac{g}{50(cos\alpha)^2}$$

مثال/ الكرة اطلقت من الموضع A ارتفاعه $0.75m$

اذا كان معامل الارتداد $e = 0.85$ اوجد المدى R



$v\sqrt{2(9.81)(0.75)} = 3.84m/s$ عليه $v^2 = {v_0}^2 + 2gh$



$v_n = -3.84cos20 = -3.61m/s$

$v_t = 3.84sin20 = 1.31m/s$

$0.85 = \frac{0-\bar{v}_n}{-3.61-0}$ عليه $\bar{v}_n = 3.07m/s$

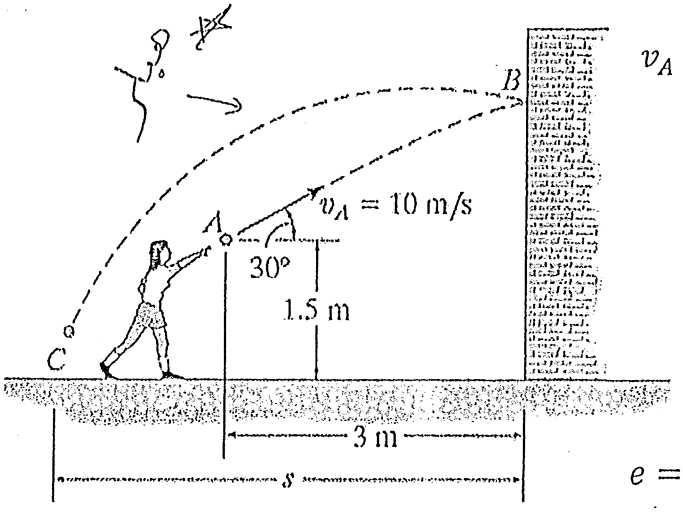
$m(1.31) = m\bar{v}_t$ عليه $\bar{v}_t = 1.31m/s$

$\bar{v} = \sqrt{3.07^2 + 1.31^2} = 3.34m/s$

$\alpha = \tan^{-1}\frac{3.07}{1.31} = 66.9°$

$\theta = 66.9° - 20 = 46.9°$

$-Rsin20 = Rcos20tan46.9 - \frac{gR^2(cos20)^2}{2(3.34cos46.9)^2}$ منها $R = 1.62m$



تقدف البنت كرة $0.5kg$ بسرعة $v_A = 10m/s$

اوجد

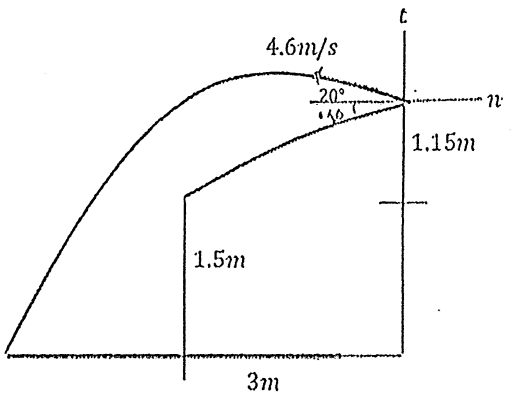
1) سرعة الكرة لحظة الاصدام

2) وبعد الاصدام مباشرة

3) المسافة S من الحائط عتى الاصطدام بالأرض

عند C علما بان معامل الارتداد مع الحائط $e = 0.5$

الحل :/



$t = 0.35s$ منها $3 = 10cos30t$

$v_x = 10cos30 = 8.66m/s$

$v_y = 10sin30 - g(0.35) = 1.57m/s$

$v = \sqrt{8.66^2 + 1.57^2} = 8.8m/s$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{1.57}{8.66} = 10.4°$$

$$0.5 = \frac{0-\bar{v}_x}{10cos30-0}$$ عليه $$\bar{v}_x = -4.33m/s$$

$$m(1.57) = m\bar{v}_y$$ عليه $$\bar{v} = \sqrt{4.33^2 + 1.57^2} = 4.6m/s$$

$$\bar{\alpha} = \tan^{-1}\frac{1.57}{4.33} = 20°$$

$$y = 10sin30[0.35] - \frac{g}{2}[0.35]^2 = 1.15m$$

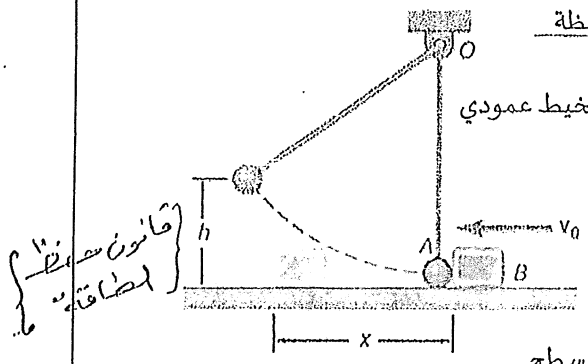
$$-(1.5 + 1.15) = 4.6sin20[\bar{t}] - \frac{g}{2}[\bar{t}]^2$$ فيكون زمن الارتداد فقط $\bar{t}$=0.913

$$S = 4.6cos20(0.913) = 3.95m$$

مثال/ الكتلة $B = 1kg$ تتحرك بسرعة $v_0 = 2m/s$ عند لحظة اصطدامها بكرة $A = 0.5kg$ التي في حالة سكون عندما يكون الخيط عمودي

اذا علمت ان معامل احتكاك الكتلة B والسطح $\mu_k = 0.6$

ومعامل الارتداد بين الكتلة والكرة $e = 0.8$



اوجد 1) اقصى ارتفاع للكرة h 2) المسافة x التي تقطعها B على السطح

الحل/

$$1(2) + 0.5(0) = 1(\bar{v}_1) + 0.5(\bar{v}_2)$$

$$0.8 = \frac{\bar{v}_2 - \bar{v}_1}{2}$$ بحل المعادلتين $$\bar{v}_2 = 2.4m/s \ ، \ \bar{v}_1 = 0.8m/s$$

$$\frac{1}{2}m\bar{v}_2{}^2 = mgh$$ بالنسبة للبندول (كرة)

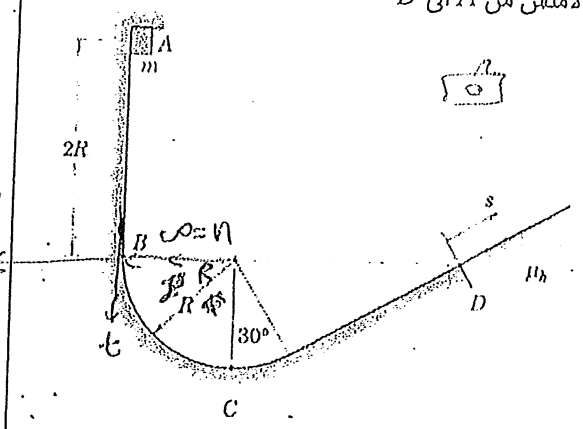
$$\frac{1}{2}2.4^2 = 9.81h$$ عليه $$h = 0.294m$$

$$0 = -f_k(s) + \frac{1}{2}m\bar{v}_1{}^2$$ اما الكتلة الافقية

$$0.6(1)(9.81)(x) = +\frac{1}{2}(1)(0.8)^2$$ عليه $$x = 54.4mm$$

$x = 0.0544m$

مثال/ تبدأ الكتلة m الانزلاق من السكون من A على المسار الاملس من A الى D



ثم المسار الخشن بعد D اوجد

1) رد الفعل بمجرد عبور B
2) رد الفعل بمجرد عبورها C
3) المسافة التي تقطعها بعد D حتى التوقف

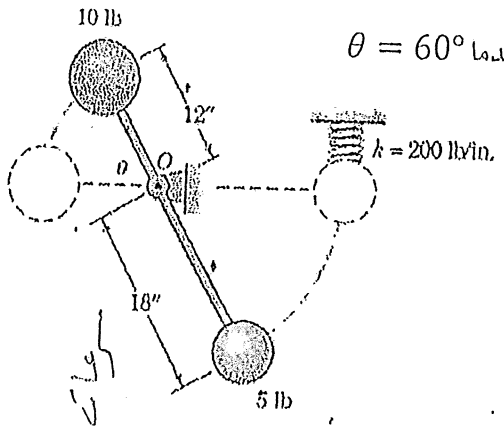
$$\left(\frac{4R}{1+\sqrt{3}\mu},\ 7mg,\ 4mg\right)$$

مثال / العمود الخفيف يتحرك بحرية عند O اطلق من السكون عندما $\theta = 60°$

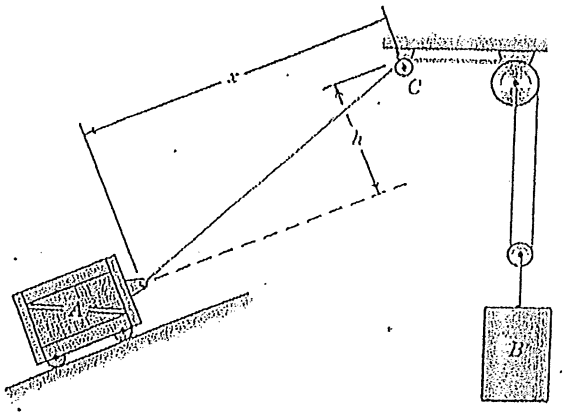
ماهي سرعة الكرة $5lb$ قبل الاصطدام بالزنبرك مباشرة

كذلك اقصى مسافة ضغط للزنبرك بفرض انها صغيرة جدا لدرجة يمكن اعتبار العمود مازال افقيا

$$(0.510in\ \ 3.84ft/s)$$



مثال(مهم) اوجد تعبير لسرعة الصندوق A الذي يهبط بدلالة سرعة الكتلة B التي تهبط

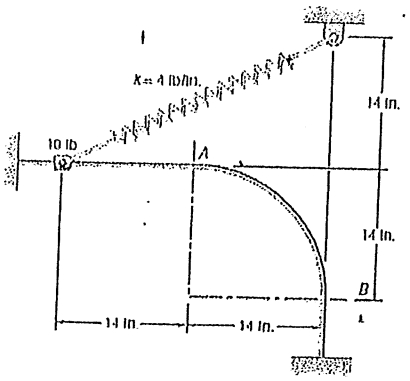


$$l = [h^2 + x^2{}_A]^{\frac{1}{2}} + 2y$$

$$-2v_B = \frac{1}{2}[h^2 + x^2]^{-\frac{1}{2}}(2xv_A)$$

$$v_A = \frac{2\sqrt{[h^2+x^2]}}{x} v_B$$

مثال / الطوق $10Ib$ يتصل بزنبرك له طول بدون تشوه $14in$ وثابت $4\frac{Ib}{in}$



وبدا الطوق الحركة من السكون بالوضع الموضح اوجد القوة من العمود على

الطوق عند A و B

الحل

$$V_{es1} + T_1 = 2V_{esA} + T_A$$

$$\frac{1}{2}4(12)(\frac{17,3}{12})^2 + 0 = \frac{1}{2}4(12)(\frac{5,8}{12})^2 + \frac{1}{2}\frac{10}{32,2}v_A^2$$ منها $v_A^2 = 285,131ft^2/s^2$

$$N + 10 - 4(12)\left(\frac{5,8}{12}\right)sin45 = \frac{10}{32,2}(\frac{12\times285,131)}{14}$$ منها $N_A = 82,3Ib$

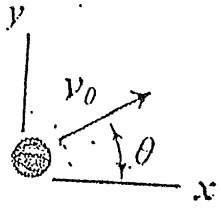
بالمثل $V_{es1} + T_1 = 2V_{esB} + T_B$ $N_B = 49,5I$

اذا كانت سرعة جسيم معرفة بالعلاقة $v(t)=2t^3-12t^2$ حيث t بالثواني و v بـ m/s أوجد:
أ- عجلة الجسيم بعد 2 ثانية ب- سرعة الجسيم عندما عجلته تساوي صفر

$$a=\frac{dv}{dt}$$

$a=6t^2-24t$ عليه $a=6(4)-24(2)=-24m/s^2$

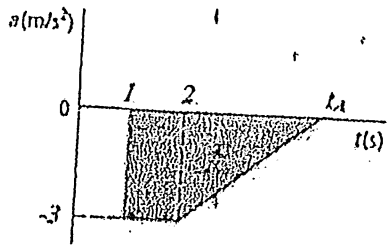
$0=6t^2-24t$ اذا $t=4s$ عليه $v=2(4)^3-12(4)^2=-64m/s$



$v_x=v_0cos\theta$ عليه $15=v_0cos60$ منها $v_0=30m/s$

$v_y^2=(v_0sin\theta)^2-2gy$ منها $0=(30sin60)^2-2(9.81)y$

$y=34.4m$



العشرة الثانية بتس معاونة

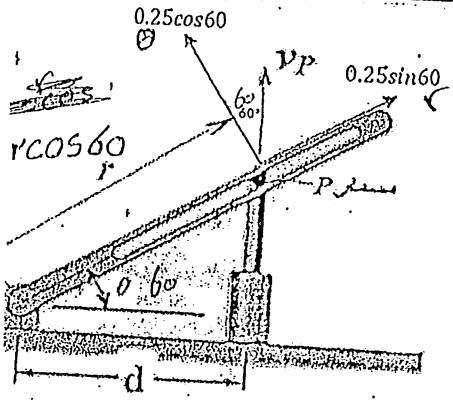
$A_1+A_2=-10$

$(1)(-3)+\frac{1}{2}(t_A-2)(-3)=-10$

$(-3)-1.5t_A+3=-10$ منها $t_A=\frac{20}{3}s$

المسافة المقطوعة $x=x_1+x_2$

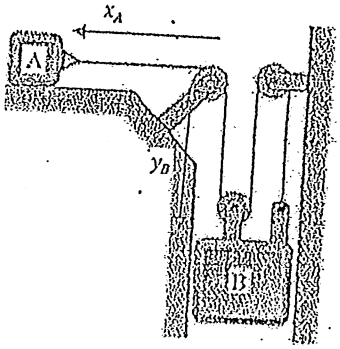
$x=20(1)+20-3(2)=34m$



$r=2.8m$ اذا $1,4=rcos60$

$v=\dot{r}e_r+r\dot{\theta}\ e_\theta$ منها $\dot{r}=0.25sin60=0.22m/s$

$2.8\dot{\theta}=0,25cos60$ منها $\dot{\theta}=0.0446rad/s$



$3a_B+a_A=0$ ، $3v_B+v_A=0$ ، $3y_B+x_A=l$

$81=0-2a_A(11)$ من المعادلة $v^2=v_0^2+2as$

$a_B=1.23m/s\downarrow$ اذا $a_A=3.68m/s\rightarrow$

$v_B=0+1.23(5)=6.15m/s$ من المعادلة $v=v_0+at$

يمكن إيجاد العجلة المماسية $v^2 = v_0^2 + 2as$ عليه $49 = 16 + 2a_t(30)$

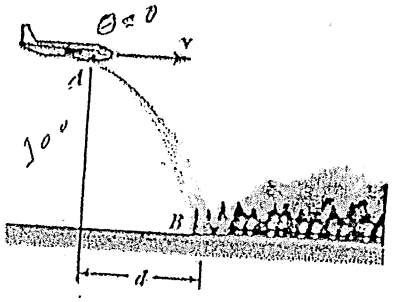
$$a_t = 0.55m/s^2$$

يمكن حساب السرعة بعد $2s$ من بدء زيادة السرعة $v = v_0 + a(t)$

$$v = 4 + 0.55(2) = 5.1m/s$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{5.1^2}{70} = 0.372m/s^2$$

محصلة العجلة $a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2} = \sqrt{0.55^2 + 0.372^2} = 0.664m/s^2$



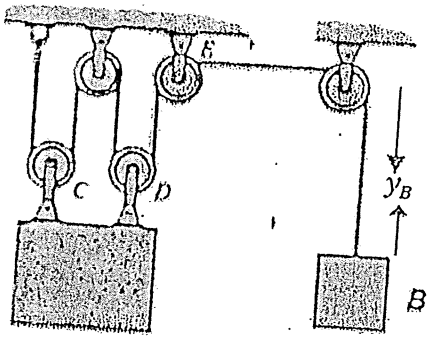
$$y = v_0 sin\theta t + \frac{1}{2}gt^2$$

$$100 = 80sin0(t) + \frac{1}{2}9.81t^2$$

$$t^2 = 20.387s$$

$$d = v_0 cos\theta t$$

عليه $d = 80cos0(20.387) = 1630.96m$



$$4y_A + y_B = l$$

$4v_A + v_B = 0$ منها $-4v_A = v_B$

$4a_A + a_B = 0$ منها $-4a_A = a_B$

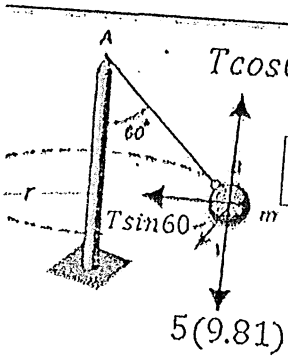
من المعادلة $v^2 = v_0^2 + 2a_A(s)$ اذا $8^2 = 4^2 + 2a_A(12)$

$$a_A = 2m/s^2 \downarrow$$

$$a_B = 8m/s^2 \uparrow$$

منها $-4(2) = a_B$

من المعادلة $v = v_0 + a_B(t)$ اذا $v = -16 - 8(3) = 40m \uparrow$



$$v = 5.21m/s$$

منها $Tcos60 = 5(9.81)$ $T = 98.1N$

منها $Tsin60 = m\frac{v^2}{\rho}$ $98.1sin60 = 5\frac{v^2}{1.6}$

$\Sigma F_y = 0$