Subject:

قوانين رياضة 3

★ كرامر ← غير المتجانسة:

$\Delta \neq 0 \rightarrow$ حل وحيد $\rightarrow x=\frac{\Delta x}{\Delta}, y=\frac{\Delta y}{\Delta}, z=\frac{\Delta z}{\Delta}$

$\Delta = 0 \rightarrow \Delta x = \Delta y = \Delta z = 0 \rightarrow$ عدد لانهائي $\rightarrow \therefore z=k$ ← الحل العام.

$\rightarrow \Delta x$ or Δy or $\Delta z \neq 0 \rightarrow$ لا يوجد حل

المتجانسة: $(0,0,0)$

$\Delta \neq 0 \rightarrow$ حل وحيد $\rightarrow x=y=z=0$

← الحل الصفري أو التافه

$\Delta = 0 \rightarrow$ عدد لانهائي $\rightarrow z=k$

← الحل العام

★ جاوس:

$\begin{bmatrix} & & \vdots & \\ & & \vdots & \\ & & \vdots & \\ & & \vdots & \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} & & \vdots & \\ & & \vdots & \\ & & \vdots & \\ & & \vdots & \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} & & \vdots & \\ & & \vdots & \\ & & \vdots & \\ & & \vdots & \end{bmatrix}$

عدد ⋮ عدد — عدد ⋮ 0 — 0 ⋮ 0

حل وحيد — لا يوجد حل — عدد لانهائي $\rightarrow z=k$

← نوصله للصف المميز

$\begin{bmatrix} \square & \square & \square \\ 0 & \square & \square \\ 0 & 0 & \square \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Subject: / /

* جاوس جوردن [المصفوفة المختزلة]

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & | & a \\ 0 & 1 & 0 & | & b \\ 0 & 0 & 1 & | & c \end{bmatrix} \leftarrow [I|B]$$ ← توصلها لمصفوفة الوحدة

تركيبة خطية توصلها للصف المميز $W = k_1V_1 + k_2V_2 + k_nV_n$

المولدات الخطية توصلها لمصفوفة الوحدة $W = k_1V_1 + k_2V_2 + k_3V_3$

$W = (x, y, z)$

$k_1V_1 + k_2V_2 + k_3V_3 \neq (x, y, z)$

الاستقلال الخطي:

- $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ ← مستقلة خطياً (مرتبطة)
- k_1 or k_2 or $k_3 \neq 0$ ← غير مستقلة خطياً

توصلها للشكل الصفي المميز أو:

- $\Delta \neq 0$ ← مستقلة خطياً
- $\Delta = 0$ ← مرتبطة خطياً (غير مستقلة)

أساس الفضاء:

1. مستقل خطياً ← $\Delta \neq 0$ or $k_1 = k_2 = k_3 = 0$
2. مولدة للفضاء ← $W = k_1V_1 + k_2V_2 + k_3V_3 = x, y, z$ ← مصفوفة الوحدة

Subject: / /

بُعد الفضاء ذي حقي مميز

أساسية فضاء الصف ← حقي مميز

$R(A)$ ← الصف

$C(A)$ ← العمود

الضرب الداخلي $\langle u, v \rangle = u_1v_1 + u_2v_2 + u_nv_n$

الطول $\|u\| = \sqrt{\langle u, u \rangle} = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + u_n^2}$

المسافة $d(u, v) = \|u - v\| = \sqrt{(u_1 - v_1)^2 + (u_2 - v_2)^2 + (u_n - v_n)^2}$

الزاوية $\cos\theta = \frac{\langle u, v \rangle}{\|u\| \, \|v\|}$

يسمى تحويل خطي عندما:

$T(u + v) = T(u) + T(v)$ ← (يحافظ على الجمع)

$T(ku) = k \cdot T(u)$ ← (يحافظ على الضرب)

أحادي: $\vec{v} \neq 0 \Rightarrow \nu(A)$ عدد الأعمدة ← رتبة المصفوفة

فوقي: $\nu(A)$ = عدد الصفوف

Subject: / /

الأعداد المركبة

جمع / طرح الأعداد المركبة ← نجمع / نطرح الحدود المتشابهة

الضرب ← نضرب بالطريقة العادية ونجمع الحدود المتشابهة

المرافق ← $x+iy \leftarrow x-iy$

القسمة :- نضرب في مرافق المقام.

(1) عدد زوجي
- يقبل القسمة على 4 = (1)
- لا يقبل = (-1)

(i) عدد فردي
- $n-1$ تقبل القسمة على 4 = (i)
- $n-1$ لا تقبل = $(-i)$

التحويل للصورة القطبية

$$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$$

$$r = \sqrt{x^2+y^2} \quad , \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) \Rightarrow \theta > 360 = \theta - 360$$

حالات خاصة :

1) $r(\sin\theta - i\cos\theta)$
- $\theta = 90 - \theta \leftarrow r(\cos\theta + i\sin\theta)$
- $-\theta \leftarrow r(\cos -\theta + i\sin -\theta) \leftarrow \theta = -\theta + 360$

2) $ri(\cos\theta + i\sin\theta) \leftarrow r = \sqrt{(ri)^2}, i=-1 \leftarrow r = \sqrt{(-r)^2} = r$

Subject: ..... / /

الضرب:

$$z = r_A \cdot r_B \left(\cos(\theta_A + \theta_B) + i\sin(\theta_A + \theta_B) \right)$$

القسمة:

$$z = \frac{r_A}{r_B} \left(\cos(\theta_A - \theta_B) + i\sin(\theta_A - \theta_B) \right)$$

المعكوس الضربي:

$$z^{-1} = \frac{1}{r} \left(\cos\theta - i\sin\theta \right)$$

نظرية ديموفر:

$$r^n (\cos\theta + i\sin\theta)^n$$

$$r^n \left(\cos(n\cdot\theta) + i\sin(n\cdot\theta) \right)$$

الجذور النونية:

نأخذ $\frac{1}{n}$ حيث n عدد الجذور المطلوبة ونطبق نظرية ديموفر والناتج يكون هو الجذر الأول.

نضيف $\frac{2\pi}{n}$ للزاوية (للجذر الأول) والسعة θ.

$$r\left(\cos\left(\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \theta \right) + i\sin\left(\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \theta \right) \right)$$

والناتج هو الجذر الثاني وهكذا في كل مرة نضيف $\frac{2\pi}{n}$ إلى أن نصل لعدد مرات n