أجب عن جميع الأسئلة التالية

السؤال الأول

أ) ثلاث متجهات يمكن تمثيلها بالمعادلات الآتية:

$\vec{P} = 2\overrightarrow{a_x} - \overrightarrow{a_z}$ ، $\vec{Q} = 2\overrightarrow{a_x} - \overrightarrow{a_y} + 2\overrightarrow{a_z}$ ، $\vec{R} = 2\overrightarrow{a_x} - 3\overrightarrow{a_y} + \overrightarrow{a_z}$ أوجد:

1. $(\vec{P} + \vec{Q}) \times (\vec{P} - \vec{Q})$
2. $\vec{Q}.(\vec{R} \times \vec{P})$
3. متجه الوحدة العمودي على كلا المتجهين $\vec{Q}$ و $\vec{R}$.
4. مركبة المتجه $\vec{P}$ على طول المتجه $\vec{Q}$.
5. قيم k التي تجعل $|k\vec{P}| = 2$.

ب) إذا كانت النقاط التالية $P_1(1,2,3)$ ، $P_2(-5,2,0)$ ، $P_3(2,7,-3)$ تمثل رؤوس مثلث في الفراغ. احسب مساحة هذا المثلث.

السؤال الثاني

أ) حوّل المتجهين التاليين إلى الصورة الكرتيزية:

1. $\vec{C} = z\,sin\phi\,\overrightarrow{a_\rho} - \rho\,cos\varphi\,\overrightarrow{a_\phi} + 2\rho z\,\overrightarrow{a_z}$
2. $\vec{D} = \frac{sin\theta}{r^2}\,\overrightarrow{a_r} + \frac{cos\theta}{r^2}\,\overrightarrow{a_\theta}$

ب) عبّر عن المتجه التالي بالإحداثيات الكروية:

$$\vec{G} = \frac{xcos\phi}{\rho}\overrightarrow{a_x} + \frac{2yz}{\rho^2}\overrightarrow{a_y} + (1 - \frac{x^2}{\rho^2})\overrightarrow{a_z}$$

السؤال الثالث

أ) أثبت أن $\nabla\phi = \nabla \times (\frac{r\nabla\theta}{\sin\theta})$.

ب) احسب الدفق الكلي للمتجه $\vec{F}$ خلال اسطوانة مجوفة معرفة بالمتباينتين $2 \le \rho \le 3$ ، $0 \le z \le 5$. ومن ثمّ حقق نظرية الانفراج.

$$\vec{F} = \rho^2\,sin\phi\,\overrightarrow{a_\rho} - z\,cos\varphi\,\overrightarrow{a_\phi} + \rho z\,\overrightarrow{a_z}$$

تمنياتي للجميع بالتوفيق