فصل الخريف 21/2020	كلية الهندسة – جامعة مصراتة	قسم الهندسة الكهربائية والالكترونية
الامتحان النهائي لمقرر معالجة الإشارة الرقمية- هـ كه 402		الزمن: ثلاث ساعات
التاريخ: 2020/4/26		أستاذ المقرر: د. جلال عبد السيد

المجموع النهائي: 100

السؤال الأول: (20 درجة)

إذا كانت $x(n)$ متسلسلة طولها 8 معرفة في الفترة $0 \le n \le 7$ والمعطاة بالقيم التالية:

$$x(n) = [1, \quad 1-j, \quad 0.5, \quad 0.5+j, \quad 2-j3, \quad 0.5-j2,0, \quad 4+j]$$

وإذا اجرينا عملية تقطيع لتحويل فوريير $X(\omega)$ ليصبح $X(k)$ ولمرتين:

أ) الاولى: باستخدام 12 نقطة

ب) والثانية: باستخدام 5 نقاط

ثم استرجعت المتسلسلة في كلا الحالتين عن طريق اجراء معكوس تحويل فوريير IDFT وبنفس عدد النقاط في (أ) و (ب) لنتحصل على $y(n)$.

أوجد $y(n)$ ثم علق على النتائج.

==========

السؤال الثاني:(20 درجة)

صمم مرشح HPF-IIR رقمي مواصفاته المطلوبة كالتالي (استخدم مرشح Butterworth) باستخدام طريقة Bilinear:

$$\mathrm{F}_p = 1050Hz\,, \quad \mathrm{F}_s = 600\ Hz\,, \alpha_p = 1\ dB\,, \quad \alpha_s = 50\ dB, \quad \mathrm{F}_T = 3.5\ kHz$$

اتبع نفس الخطوات في المنهج. ارسم الاستجابة الترددية بالديسبل للمرشح المصمم. ارسم استجابة الطور وعلق على النتيجة. أكتب معاملات المرشح في المجال الترددي.

==========

السؤال الثالث:(20 درجة)

صمم مرشح BPF-FIR (طريقة النوافذ) باستخدام الخصائص التالية:

عرض الحزمة الانتقالية (transition band) في كلا الجهتين يساوي $100\ Hz$. التردد المنصف لهذه الحزمة للجهتين $300\ Hz$ و $500\ Hz$. $F_T = 2\ kHz$. اقصى توهين في منطقة الامرار يساوي $1\ dB$، وأقل توهين في منطقة التوقف $40\ dB$.

اختار النافذة المناسبة واذكر سبب الاختيار ثم اكتب معاملات دالة التحويل $h(n)$ وأخيرا ارسم الاستجابة الترددية بالدسيبل. استخدم: $\omega_c = \frac{\omega_p + \omega_s}{2}$

==========

السؤال الرابع:(8+8 درجات)

إذا كانت $G(k)$ و $H(k)$ هما تحويل فوريير لعدد 8 نقاط للمتسلسلتين $g(n)$ و $h(n)$ على التوالي حيث ان:

$$G(k) = [2.6 + j4.1,\ 3 - j2.7, -4.2 + j1.4,\ 3.5 - j2.6,\ 0.5,\ 1.3 + j4.4,\ 2.4 - j1.6, -3 + j1.6]$$

أ) بدون القيام بعملية حساب الـDFT من $h(n)$ اوجد $H(k)$ بحيث تكون $h(n) = g(\langle n-5\rangle_8)$

ب) اوجد الحدين المتماثل والغير متماثل للمتسلسلة $G(k)$

==========

السؤال الخامس:(8 + 16 درجة)

أ) أوجد *4-point DFT* للمتسلسلة التالية:

$$x(n) = 4 + cos^2\left(\frac{2\pi n}{N}\right), \qquad n = 0, 1, \dots\dots, N-1$$

ب) افرض وجود المتسلسلة $x(n)$ معرفة من خلال العلاقة:

$x(n) = 4\delta(n) + 3\delta(n-1) + 2\delta(n-2) + \delta(n-3)$ ،

أفرض أن $X(k)$ هي 6 point-DFT للمتسلسلة $x(n)$. أوجد:

a) المتسلسلة $y(n)$ والتي ترتبط بالمتسلسلة $x(n)$ من خلال العلاقة: $Y(k) = W_6^{4k}X(k)$

b) المتسلسلة $q(n)$ والتي ترتبط بالمتسلسلة $x(n)$ من خلال العلاقة: $Q(k) = Re\{X(k)\},$

==========

تمنياتي بالتوفيق للجميع

الجداول المرفقة

المتسلسلات المتماثلة واللامتماثلة	
النوع الاول	$H(\omega) = e^{-j\frac{N-1}{2}\omega}\left\{h\left(\frac{N-1}{2}\right) + 2\sum_{n=1}^{\frac{N-1}{2}-1} h(n)\cos(\omega\left[n - \frac{N-1}{2}\right])\right\}$
النوع الثاني	$H(\omega) = e^{-j\frac{N-1}{2}\omega}\left\{2\sum_{n=1}^{N/2} h(\frac{N}{2} - n)\cos(\omega\left[n - \frac{1}{2}\right])\right\}$
النوع الثالث	$H(\omega) = je^{-j\frac{N-1}{2}\omega}\left\{2\sum_{n=0}^{\frac{N-1}{2}-1} h(n)\sin(\omega\left[\frac{N-1}{2} - n\right])\right\}$
النوع الرابع	$H(\omega) = je^{-j\frac{N-1}{2}\omega}\left\{2\sum_{n=0}^{\frac{N}{2}-1} h(n)\sin(\omega\left[\frac{N-1}{2} - n\right])\right\}$

أ) بالنسبة لمرشحات IIR :

$$\widehat{\Omega}_o = \sqrt{\widehat{\Omega}_{p1}\widehat{\Omega}_{p2}} \quad - \quad \Omega = \frac{2}{T}tan\left(\frac{\omega}{2}\right) \; - \; S = \frac{2}{T}\left(\frac{1-Z^{-1}}{1+Z^{-1}}\right)$$

جدول (7-1) تحويلات مرشح LPF التماثلي النموذجي في المجال الترددي		
نوع التحويل	التحويل $Bw = \widehat{\Omega}_{p2} - \widehat{\Omega}_{p1}$	ترددات القطع للمرشح LPF النموذجي
LPF $\Longrightarrow$ HPF	$S \rightarrow \frac{\Omega_p \widehat{\Omega}_p}{S}$	$\Omega = \frac{\Omega_p \widehat{\Omega}_p}{\widehat{\Omega}}$
LPF $\Longrightarrow$ BPF	$S \rightarrow \frac{S^2 + \widehat{\Omega}_o^{\,2}}{SBw}$	$\Omega_p = 1, \quad \Omega_s = \frac{\widehat{\Omega}_{s2} - \widehat{\Omega}_{s1}}{\mathrm{Bw}}$
LPF $\Longrightarrow$ BSF	$S \rightarrow \frac{SBw}{S^2 + \widehat{\Omega}_o^{\,2}}$	$\Omega_s = 1\,, \quad \Omega_p = \frac{\widehat{\Omega}_{s2} - \widehat{\Omega}_{s1}}{\mathrm{Bw}}$

برنامج الماتلاب الخاص بتصميم مرشحات IIR:

Butterworth	**Elliptic**

`[N,Wn] = buttord(Wp, Ws, αp, αs,'s');`
`[b,a] = butter(N,Wn,'s');`
$[BT, AT] = \mathrm{lp2bp}(B, A, \widehat{\Omega}_o, BW)$
$[num, den] = \mathrm{bilinear}(BT, AT, 0.5)$
	`[N,Wn] = ellipord(Wp, Ws, αp, αs,'s');`
	`[b,a] = ellip(N, αp, αs, Wn,'s');`
	$[BT, AT] = \mathrm{lp2hp}(B, A, Ws)$
	$[num, den] = \mathrm{bilinear}(BT, AT, 0.5)$

	Chebyshev 1
	`[N,Wn] = cheb1ord(Wp, Ws, αp, αs,'s');`
	`[B,A] = cheby1(N,Wn,'s');`
	$[BT, AT] = \mathrm{lp2bs}(B, A, \widehat{\Omega}_o, BW)$
	$[num, den] = \mathrm{bilinear}(BT, AT, 0.5)$

ب) بالنسبة لمرشحات FIR

$$\alpha_p = -20log_{10}(1-\delta_p) \qquad \alpha_s = -20log_{10}(\delta_s)$$

$$\alpha_{max} = 20log_{10}\left(\sqrt{1+\epsilon^2}\right) \qquad \alpha_{min} = 20log_{10}(A)$$

جدول (6-3) خواص بعض النوافذ الثابتة عند استخدام $N = 256\,,\ \omega_c = 0.4\pi$					
نوع النافذة	عرض الفص الرئيسي Δ_{ML}	الفرق بين الفص الرئيس والفص الجانبي، dB	$\alpha_s\,, dB$	$\alpha_p\,, dB$	عرض حزمة الانتقال $(\Delta\omega)$
مستطيلة Rect.	$4\pi/N$	13.3	20.9	0.7416	$1.84\pi/N$
هانينج Hanning	$8\pi/N$	31.5	43.9	0.0546	$6.2\pi/N$
هامينج Hamming	$8\pi/N$	42.7	54.5	0.0194	$6.6\pi/N$
بلاكمان Blackman	$12\pi/N$	58.1	75.3	0.0017	$11\pi/N$
بارلت Barlet	$8\pi/(N+1)$	26.5	25	0.45	$6.1\pi/N$

$\omega_c = {(\omega_p + \omega_s)}/{2}$ جدول (6-4) الاستجابة الترددية للمرشحات	
$0 \le n \le N-1, \quad \tau = (N-1)/2 \quad h(n) =$ Type 1 linear phase,	نوع المرشح
$({\omega_c}/{\pi})Sinc\left(\omega_c \frac{n-\tau}{\pi}\right)$	LPF
$sinc(n-\tau) - ({\omega_c}/{\pi})Sinc\left(\omega_c \frac{n-\tau}{\pi}\right)$	HPF
$({\omega_{c2}}/{\pi})Sinc\left(\omega_{c2} \frac{n-\tau}{\pi}\right) - ({\omega_{c1}}/{\pi})Sinc\left(\omega_{c1} \frac{n-\tau}{\pi}\right)$	BPF
$({\omega_{c1}}/{\pi})Sinc\left(\omega_{c1} \frac{n-\tau}{\pi}\right) - ({\omega_{c2}}/{\pi})Sinc\left(\omega_{c2} \frac{n-\tau}{\pi}\right)$	BRF
$\sum_{k=1}^{K}\left[(A_k - A_{k+1})\frac{sin(\omega_k(n-\tau))}{\pi(n-\tau)}\right], \quad \|H_{ML}(\omega)\| = A_k,$ $\omega_{k-1} \le \omega \le \omega_k, \quad k = 1,2,3,\dots K-1$	مرشح متعدد المستويات

جدول (6-1) بعض النوافذ الشائعة الاستخدام	
$\mathbf{w(n)}, \quad \mathbf{0 \le n \le N-1}$ معادلة النافذة في المجال الزمني	أسم النافذة
$1 - \frac{2\left\|n - \frac{N-1}{2}\right\|}{N-1}$	النافذة المثلثية (نافذة بارتلت) Bartlett (triangular)
$0.42 - 0.5\cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right) + 0.08\cos\left(\frac{4\pi n}{N-1}\right)$	نافذة بلاكمان Blackman
$0.54 - 0.46\cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)$	نافذة هامينج Hamming (Raised Cosine)
$0.5\left(1 - \cos\left(\frac{2\pi n}{N-1}\right)\right)$	نافذة هانينج Hanning

Table 5.2: Symmetry properties of the DFT of a length-N real sequence.

Length-N Sequence	N-point DFT
$x[n] = x_{ev}[n] + x_{od}[n]$	$X[k] = X_{re}[k] + jX_{im}[k]$
$x_{ev}[n]$	$X_{re}[k]$
$x_{od}[n]$	$jX_{im}[k]$
Symmetry relations	$X[k] = X^*[\langle -k\rangle_N]$
	$X_{re}[k] = X_{re}[\langle -k\rangle_N]$
	$X_{im}[k] = -X_{im}[\langle -k\rangle_N]$
	$\|X[k]\| = \|X[\langle -k\rangle_N]\|$
	$\arg X[k] = -\arg X[\langle -k\rangle_N]$

Table 5.1: Symmetry properties of the DFT of a complex sequence.

Length-N Sequence	N-point DFT
$x[n] = x_{re}[n] + jx_{im}[n]$	$X[k] = X_{re}[k] + jX_{im}[k]$
$x^*[n]$	$X^*[\langle -k\rangle_N]$
$x^*[\langle -n\rangle_N]$	$X^*[k]$
$x_{re}[n]$	$X_{cs}[k] = \frac{1}{2}\{X[k] + X^*[\langle -k\rangle_N]\}$
$jx_{im}[n]$	$X_{ca}[k] = \frac{1}{2}\{X[k] - X^*[\langle -k\rangle_N]\}$
$x_{cs}[n]$	$X_{re}[k]$
$x_{ca}[n]$	$jX_{im}[k]$

TABLE 3.1 Symmetry Properties of the Discrete-Time Fourier Transform

Sequence	DTFT
$x(n)$	$X(\omega)$
$x^*(n)$	$X^*(-\omega)$
$x^*(-n)$	$X^*(\omega)$
$x_R(n)$	$X_e(\omega) = \frac{1}{2}[X(\omega) + X^*(-\omega)]$
$jx_I(n)$	$X_o(\omega) = \frac{1}{2}[X(\omega) - X^*(-\omega)]$
$x_e(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x^*(-n)]$	$X_R(\omega)$
$x_o(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x^*(-n)]$	$X_I(\omega)$
Real Signals	
Any real signal $x(n)$	$X(\omega) = X^*(-\omega)$ $X_R(\omega) = X_R(-\omega)$ $X_I(\omega) = X_I(-\omega)$ $\lvert X(\omega)\rvert = \lvert X(-\omega)\rvert$ $\measuredangle X(\omega) = -\measuredangle X(-\omega)$
$x_e(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x(-n)]$ (real and even)	$X_R(\omega)$ (real and even)
$x_o(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x(-n)]$ (real and odd)	$jX_I(\omega)$ (imaginary and odd)

Table 5.3: DFT Theorems.

Theorem	Length-N Sequence	N-point DFT
	$g[n]$ $h[n]$	$G[k]$ $H[k]$
Linearity	$\alpha g[n] + \beta h[n]$	$\alpha G[k] + \beta H[k]$
Circular time-shifting	$g[\langle n - n_o\rangle_N]$	$W_N^{kn_o} G[k]$
Circular frequency-shifting	$W_N^{-k_o n} g[n]$	$G[\langle k - k_o\rangle_N]$
Duality	$G[n]$	$Ng[\langle -k\rangle_N]$
N-point circular convolution	$\sum_{m=0}^{N-1} g[m]h[\langle n - m\rangle_N]$	$G[k]H[k]$
Modulation	$g[n]h[n]$	$\frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1} G[m]H[\langle k - m\rangle_N]$
Parseval's theorem	$\sum_{n=0}^{N-1} \lvert g[n]\rvert^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} \lvert G[k]\rvert^2$	

فصل الخريف 21/2020	الإجابة النموذجية للامتحان النهائي لمقرر معالجة الإشارة الرقمية
التاريخ: 2021/4/26	أستاذ المقرر: د. جلال عبد السيد

الاجابة النموذجية

السؤال الاول: (20 درجة)

أ) في هذه الحالة تم اجراء التقطيع باستخدام 12 نقطة، عليه ستكون $y(n)$ تساوي:

يمكن ايجاد $y(n)$ لثلاثة حدود فقط لانها كافية. أي أن: $y(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(n+mN)\,,\quad N = 12$

$$y(n) = x(n-12) + x(n) + x(n+12)$$

$$x(n) = [1,\quad 1-j,\quad 0.5,\quad 0.5+j,\quad 2-j3,\quad 0.5-j2,\quad 0,\quad 4+j,\quad 0,\quad 0,\quad 0,\quad 0]$$

$$x(n-12) = [0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0]$$

$$x(n+12) = [0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0]$$

$$\therefore y(n) = [1, 1-j, 0.5, 0.5+j, 2-j3, 0.5-j2, 0, 4+j, 0, 0, 0, 0]$$

لاحظ انه امكننا الحصول على الاشارة الاصلية $x(n)$ عند استخدام عدد عينات ترددية اكبر او يساوي N

ب) في هذه الحالة تم اجراء التقطيع باستخدام 5 نقطة، عليه ستكون $y(n)$ تساوي:

$$y(n) = x(n-5) + x(n) + x(n+5)$$

$$x(n) = [1,\quad 1-j,\quad 0.5,\quad 0.5+j,\quad 2-j3],\quad 0 \le n \le 4$$

$$x(n-5) = [\,0,\ \ 0,\ \ 0,\ \ 0,\ \ 0]$$

$$x(n+5) = [0.5-j2,\ \ 0,\ \ 4+j,\ \ 0,\ \ 0]$$

$$\therefore y(n) = [1.5-j2,\quad 1-j,\quad 4.5+j,\quad 0.5+j,\quad 2-j3]$$

في هذه الحالة لاحظ انه حدث تداخلا في المجال الزمني مما سبب تشوه في اشارة الخرج. اي أن الاشارة ضاعت بالكامل.

==========

السؤال الثاني: (20 درجة)

1) نكتب الترددات في الصورة الرقمية:

$$\omega_p = \frac{2\pi 1050}{3500} = 0.6\pi\ rad/sample$$

بالمثل لباقي الترددات:

$$\omega_s = \frac{2\pi 600}{3500} = \frac{12}{35}\pi = 0.343\pi\ rad/sample$$

3) نقوم بعملية التشويه لهذه الترددات لنتحصل على الترددات التماثلية باستخدام العلاقة - $\widehat{\Omega} = tan\left(\frac{\omega}{2}\right)$

$\therefore \widehat{\Omega}_p = 1.3764\ \ rad/sec\ ,\qquad \widehat{\Omega}_s = 0.5975\ rad/sec$

4) الان نحسب مواصفات مرشح LPF النموذجي:

$$\Omega_p = 1$$

From table (7-1): $\Omega_s = \Omega_p \frac{\widehat{\Omega}_p}{\widehat{\Omega}_s} = \frac{1.3764}{0.5975} = 2.3036$

$\alpha_s = 50\ dB\quad ,\quad \alpha_p = 1\ dB$

6) الان نستخدم الامر التالي لايجاد N وتردد القطع ω_n:

$$N, \omega_n = signal.buttord(\Omega_p/2,\ \Omega_s/2, \alpha_p, \alpha_s, analog = True)$$

عليه $N = 3, \omega_n = 0.544\ rad/sec$

7) أخيرا باستخدام البرمجيات يمكننا إيجاد معاملات مرشح LPF النموذجي التماثلي ومنها نقوم بتحويله الى HPF التماثلي ثم نقوم بتحويله الى مرشح HPF رقمي:

$$B, A = signal.butter(N, \omega_n, 'low', True)$$
$$B_T, A_T = signal.lp2hp(B, A, \widehat{\Omega}_s)$$
$$B_Z, A_Z = signal.bilinear(B_T, A_T, 0.5)$$

للحصول على معاملات H و ω للمرشح التماثلي استخدم: $\omega, H = signal.freqs(B_T, A_T, 512)$

وللحصول على معاملات H_Z و ω_Z للمرشح الرقمي استخدم: $\omega_Z, H_Z = signal.freqz(B_Z, A_Z, 512)$

معادلة المعاملات تكون على الصورة:

$$H_Z(z) = \frac{b_0 + b_1 Z^{-1} + b_2 Z^{-2} + \ldots . b_M Z^{-M}}{a_0 + a_1 Z^{-1} + a_2 Z^{-2} + \ldots . + a_N Z^{-N}}$$

تعطى معاملات المرشح في المجال الترددي من خلال معاملات البسط والمقام للـ H_Z أي ان:

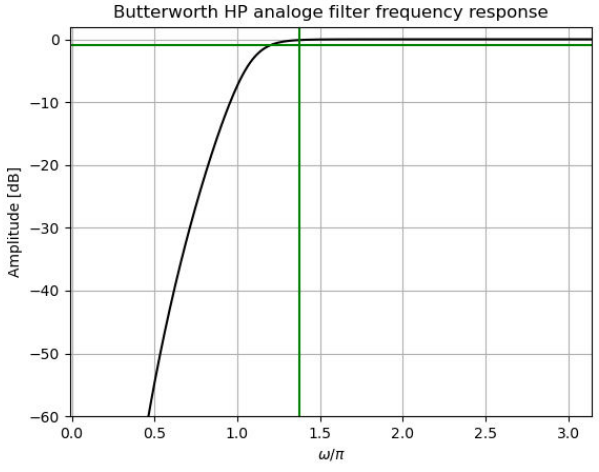
$$H(z) = \frac{B(z)}{A(z)}$$

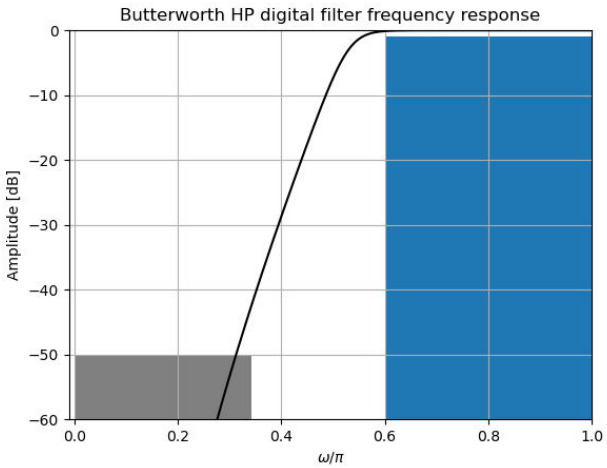
حيث أن:

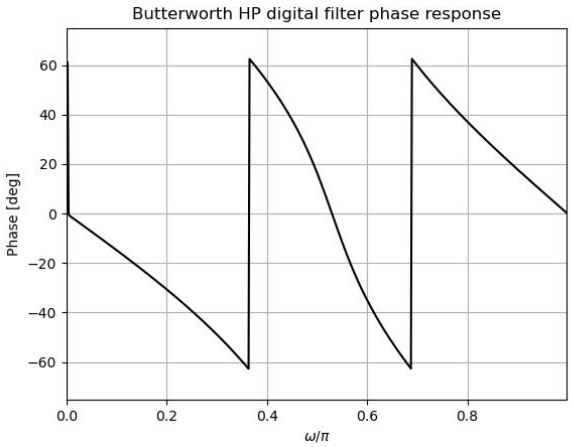
$$B(z) = 0.006302 - 0.050413Z^{-1} + 0.176445Z^{-2} - 0.352891Z^{-3} + 0.441114Z^{-4} - 0.352891Z^{-5} + 0.176445Z^{-6} - 0.050413Z^{-7} + 0.0063Z^{-8}$$

$$A(z) = 1 + 0.473275Z^{-1} + 1.151354Z^{-2} + 0.361212Z^{-3} + 0.336401Z^{-4} + 0.063006Z^{-5} + 0.024841Z^{-6} + 0.002105Z^{-6} + 0.024841Z^{-7} + 0.000217Z^{-8}$$

الاشكال التالية هي للاستجابات الترددية بالترتيب:







البرنامج بالكامل بلغة البايثن كالتالي:

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy import signal
import math
from math import pi
plt.close('all')

FT = 3500
Fp = 1050
Fs = 600

# pass band freq in radian
wp = 2*pi*Fp/FT
# stop band freq in radian
ws = 2*pi*Fs/FT

# pass band ripple
Alpha_p=1
# stop band attenuation
Alpha_s=50

# Conversion to prewrapped analog frequency
omega_hp = np.tan(wp/2)
omega_hs = np.tan(ws/2)

# Design of the Prototype LPF
Omega_p=1
Omega_s=Omega_p*omega_hp/omega_hs
N, Wn = signal.buttord(Omega_p/2, Omega_s/2, 1,
          50, analog=True)
B, A = signal.butter(N, Wn, 'low', True)
# Conversion from analog Prototype LPF to analog
HPF
BT, AT=signal.lp2hp (B, A,omega_hs)
w, H = signal.freqs(BT, AT, 512)
# Conversion from analog analog HPF to digital HPF
using bilinear
Bz,Az=signal.bilinear(BT, AT,0.5)
wz, Hz = signal.freqz(Bz, Az,512)
```

```
# Magnitude Response
plt.plot(w,20*np.log10(abs(H)),'k',label='HPF')
plt.title('Butterworth HP analoge filter frequency
response')
plt.xlabel(r'$ \omega/\pi $')
plt.ylabel('Amplitude [dB]')
plt.axis([-0.01, pi, -60, 2])
plt.margins(0, 0.1)
plt.grid(which='both', axis='both')
plt.axvline(1.3764, color='green')
plt.axhline(-1, color='green')
plt.show()

plt.figure()
plt.plot(wz/pi,20*np.log10(abs(Hz)),'k',label='HPF')
plt.axis([-0.01, 1, -60, 0.1])
plt.title('Butterworth HP digital filter frequency
response')
plt.xlabel(r'$ \omega/\pi $')
plt.ylabel('Amplitude [dB]')
plt.margins(0, 0.1)
plt.grid(which='both', axis='both')
plt.show()

plt.fill([0.6, 0.6, 1, 1], [-60, -1, -1,  -60], '1', lw=0)
plt.fill([0, 0, 12/35, 12/35], [-60, -50, -50,  -60], '0.5',
lw=0)

plt.figure()
plt.plot(wz/pi,20*np.angle(Hz),'k',label='HPF')
plt.title('Butterworth HP digital filter phase
response')
plt.xlabel(r'$ \omega/\pi $')
plt.ylabel('Phase [deg]')
plt.margins(0, 0.1)
plt.grid(which='both', axis='both')
plt.show()
```

==========

السؤال الثالث: (20 درجة)

من خلال المعطيات:

$$F_{s1} = 300 - 50 = 250Hz, \qquad F_{p1} = 300 + 50 = 350Hz$$
$$F_{s2} = 500 + 50 = 550Hz, \qquad F_{p2} = 500 - 50 = 450Hz$$

أولا نحسب قيم الترددات الرقمية:

$$\omega_{p1} = \frac{350 \times 2\pi}{2000} = 0.35\pi \left(\frac{rad}{sample}\right), \qquad \omega_{s1} = \frac{250 \times 2\pi}{2000} = 0.25\pi \left(\frac{rad}{sample}\right)$$
$$\omega_{p2} = \frac{450 \times 2\pi}{2000} = 0.45\pi \left(\frac{rad}{sample}\right), \qquad \omega_{s2} = \frac{550 \times 2\pi}{2000} = 0.55\pi \left(\frac{rad}{sample}\right)$$

$$\Delta\omega = \frac{100 \times 2\pi}{2000} = 0.1\pi \; rad/sample$$

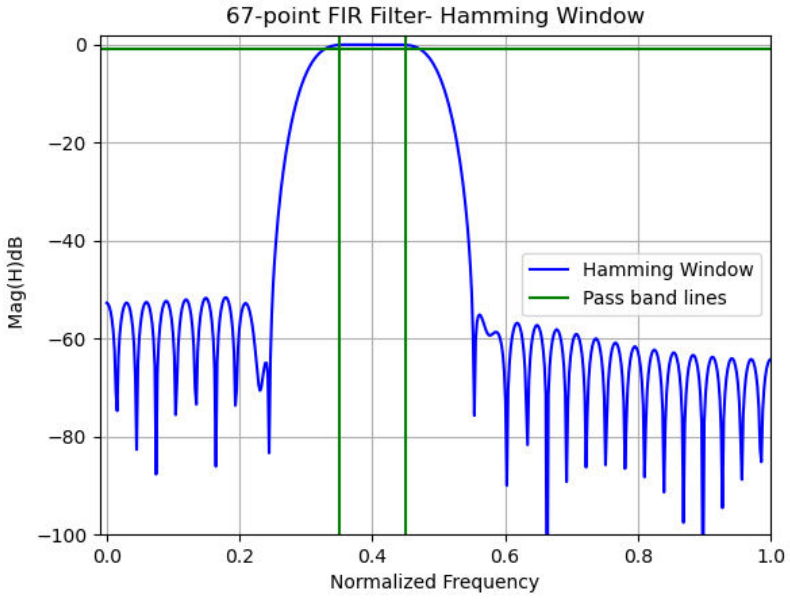
ثانيا: من الجدول (3-6) نلاحظ ان نافذتي هامينج وبلاك مان يمكنهما تحقيق التوهين المطلوب في منطقة التوقف. سنختار نافذة هامينج. ومنه تكون

$$\Delta\omega = {}^{6.6\pi}/_{N} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{6.6\pi}{0.1\pi} = 66$$

ومنه سنختار الدرجة الفردية الأعلى أي أن: $N = 67$

ثالثا: نستخدم برامج الكمبيوتر بحيث تكون ($\omega_{c2} = 0.5\pi$, $\omega_{c1} = \frac{\omega_{p1}+\omega_{s1}}{2} = 0.3\pi$) لحساب قيم $h_d(n)$ المثالية وكذلك حساب قيم النافذة المستخدمة ومنهما نوجد أخيرا الاستجابة المطلوبة $h(n)$.

الشكل التالي يوضح الاستجابة الترددية



```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from math import pi
plt.close('all')

    # Specifications of the IIR HPF
#Design a BPF with center freq and two-sided-band of
Fcen=500Hz
# and 300Hz respectively.Both transition bands are
100Hz.
# The stop band rejection needs to be greater than 40dB
and
# the pass-band ripple is expected to be less than 0.1dB.
FT=2KHz.

w_p1=350/2000*(2*pi)
w_p2=450/2000*(2*pi)
w_s1=250/2000*(2*pi)
w_s2=550/2000*(2*pi)
dw=100/2000*(2*pi)

wc1=(w_p1+w_s1)/2
wc2=(w_p2+w_s2)/2

#From Table(6-3), we see that we can use any of
Hanning, Hamming
# or Blackman windows. We will choose Hamming
Window.
# Therefore, for Hamming window: dw=6.6pi/N, so N=66
# We will also choose a Type-1 filter.
N=67

w=np.linspace(0,pi,512)
nt=np.arange(N); n=nt.reshape(N,1)

Tao=(N-1)/2
w_ham=0.54-0.46*np.cos(2*pi*nt/(N-1));

hd=wc2/pi*np.sinc(wc2/pi*(nt-Tao))-
wc1/pi*np.sinc(wc1/pi*(nt-Tao))

h=w_ham*hd
H_ham=np.dot(h,(np.exp(-1j))**(n*w))

plt.figure(1)
plt.plot(w/pi,20*np.log10(abs(H_ham)/(max(abs(H_ham)
))),'b',label='Hamming Window')

plt.axvline(0.35, color='green',label='Pass band lines')
plt.axvline(0.45, color='green')
plt.axhline(-1, color='green')

# plt.axvline(0.2, color='red',label='Stop band lines')
# plt.axvline(0.78, color='red')
# plt.axhline(-40, color='red')
plt.xlabel('Normalized Frequency'); plt.ylabel('
Mag(H)dB')
plt.grid(True)
plt.legend()
plt.title(f'{N}-point FIR Filter- Hamming Window')
plt.axis([-0.01, 1, -100, 2])
```

```
 # Import docx
import docx
# Creating a word document
doc = docx.Document()

# Add a Title to the document
doc.add_heading('Q_2 Answer', 0)

# Creating a table object
table = doc.add_table(rows=2, cols=3)

#for the 1st row in table.rows:
# Adding heading in the 1st row of the
table
row = table.rows[0].cells
row[0].text = 'hd(n)=hd(N-1-n)'
row[1].text = 'w(n)=w(N-1-n)'
row[2].text = 'h=w*hd'

# Adding data to the 2nd row of the tabl
row2 = table.rows[1].cells
row2[0].text = str(hd[0:33])
row2[1].text = str(w_ham[0:33])
row2[2].text = str(h[0:33])

# Now save the document to a location
doc.save('Q-2.docx')
```

hd(n)=hd(N-1-n)	w(n)=w(N-1-n)	h=w*hd
1.26264561e-02	0.08	1.01011649e-03
9.46033411e-03	0.08208292	7.76531806e-04
-1.96102512e-03	0.0883128	-1.73183618e-04
4.54918066e-17	0.09863323	4.48700392e-18
2.09626823e-03	0.11295075	2.36775071e-04
-1.08118104e-02	0.13113569	-1.41781426e-03
-1.54323352e-02	0.15302337	-2.36150802e-03
7.19607141e-03	0.17841558	1.28389123e-03
2.54647909e-02	0.20708234	5.27330855e-03
7.79574403e-03	0.23876406	1.86134351e-03
-1.81162196e-02	0.27317382	-4.94887694e-03
-1.37604860e-02	0.31	-4.26575065e-03
2.89484661e-03	0.34890909	1.01003831e-03
-7.79634367e-18	0.38954874	-3.03705583e-18
-3.19956730e-03	0.43155089	-1.38077612e-03
1.68183717e-02	0.47453517	7.98090897e-03
2.45101794e-02	0.51811232	1.26990259e-02
-1.16936160e-02	0.56188768	-6.57049881e-03
-4.24413182e-02	0.60546483	-2.56967253e-02
-1.33641326e-02	0.64844911	-8.66595991e-03
3.20517731e-02	0.69045126	2.21301872e-02
2.52275576e-02	0.73109091	1.84436380e-02
-5.52652534e-03	0.77	-4.25542451e-03
7.79634367e-18	0.80682618	6.29029416e-18
6.75464209e-03	0.84123594	5.68224767e-03
-3.78413364e-02	0.87291766	-3.30323708e-02
-5.95247215e-02	0.90158442	-5.36665617e-02
3.11829761e-02	0.92697663	2.89058900e-02
1.27323954e-01	0.94886431	1.20813156e-01
4.67744642e-02	0.96704925	4.52332105e-02
-1.38891017e-01	0.98136677	-1.36303028e-01
-1.51365346e-01	0.9916872	-1.50107076e-01
6.07917788e-02	0.99791708	6.06651546e-02
0.2	1	0.2

==========

السؤال الرابع:(8+ 8 درجات)

أ)

$\because h(n) = g(\langle n-5\rangle_8) \implies H(k) = W_N^{5k} G(k), \quad N = 8$

$W_N = e^{-j2\pi/N} = e^{-j\pi/4} = {}^{1}/_{\sqrt{2}} - j\,{}^{1}/_{\sqrt{2}}$

وعليه ستكون المتسلسلة $H(k)$ كالتالي:

$H(k) = e^{-jk\pi/4}\, G(k) =$

= [2.6+j4.1, 0.21-j4.03, 1.4+j4.2, -4.31-j0.64, -0.5-j0, -4.03-j2.19, 1.6+j2.4, -3.25-j0.99]

ب) لإيجاد الحدين المتماثل والغير متماثل نعوض في العلاقتين التاليتين:

$G_{cs}(k) = \frac{1}{2}[G(k) + G^*(\langle -k \rangle_8)]$, and $G_{ca}(k) = \frac{1}{2}[G(k) - G^*(\langle -k \rangle_8)]$, where

$G^*(k)$ =[2.6-j4.1, 3+j2.7, -4.2-j1.4, 3.5+j2.6, 0.5, 1.3-j4.4, 2.4+j1.6, -3-j1.6]

$$G^*(\langle -k \rangle_8) = [2.6 - j4.1, \quad -3 - j1.6, \quad 2.4 + j1.6, \quad 1.3 - j4.4, \quad 0.5, \quad 3.5 + j2.6, \quad -4.2 - j1.4, \quad 3 + j2.7]$$

الان بالتعويض نتحصل على:

$$G_{cs}(k) = [2.6, \quad -j2.15, \quad -0.9 + j1.5, \quad 2.4 - j3.5, \quad 0.5, \quad 2.4 + j3.5, \quad -0.9 - j1.5, \quad j2.15]$$

$$G_{sa}(k) = [j4.1, \quad 3 - j0.55, \quad -3.3 - j0.1, \quad 1.1 + j0.9, \quad 0, \quad -1.1 + j0.9, \quad 3.3 - j0.1, \quad -3 - j0.55]$$

==========

السؤال الخامس:(8 +16 درجات)

أ) يمكن اجراء التحليل كالتالي:

$$x(n) = 4 + cos^2\left(\frac{2\pi n}{N}\right) = 4 + \frac{1}{4}[e^{j4\pi n/N} + e^{-j4\pi n/N}]^2$$
$$= \frac{9}{2} + \frac{1}{4}e^{j4\pi n/N} + \frac{1}{4}e^{-j4\pi n/N}$$

باستخدام قانون *DFT* $X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)e^{-j\frac{2\pi}{N}nk}$ يمكننا اجراء *DFT* لكل حد من حدود $x(n)$ على حده:

For the 1st term, $X(k) = \frac{9}{2}N$

For the 2nd term, $X(k) = \frac{1}{4}\sum_{n=0}^{N-1} e^{j4\pi n/N}e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} = \frac{1}{4}\sum_{n=0}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi}{N}n(k-2)} = \frac{1}{4}N \ \ for \ \ k = 2$

For the rrd term, $X(k) = \frac{1}{4}\sum_{n=0}^{N-1} e^{-j4\pi n/N}e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} = \frac{1}{4}\sum_{n=0}^{N-1} e^{-j\frac{2\pi}{N}n(k+2)} = \frac{1}{4}N \ \ for \ \ k = N-2$

لهذا سيكون الـ DFT الكلي يساوي

$$X(k) = \begin{cases} \frac{9}{2}N, & k = 0 \\ \frac{1}{4}N, & k = 2 \\ \frac{1}{4}N, & k = N-2 \\ 0, & else \end{cases}$$

ب) $x(n) = 4\delta(n) + 3\delta(n-1) + 2\delta(n-2) + \delta(n-3)$

a) حيث ان $Y(k) = W_6^{4k}X(k)$ وباستخدام الجدول فان هناك ازاحة دورانية في المجال الزمني بمقدار $n_o = 4$ عليه ستكون المتسلسلة $y(n)$ كالتالي

$$y(n) = x(\langle n-4\rangle_6) \;\; = 4\delta(n-4) + 3\delta(n-5) + 2\delta(n) + \delta(n-1)$$

b) حيث ان $Q(k) = Re\{X(k)\}$ فإن

$$Q(k) = Re\{X(k)\} = \frac{1}{2}[X(k) + X^*(k)]$$

لذلك فان $q(n)$ هي متسلسلة زوجية تعطى من خلال

$$q(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x^*(\langle N-n\rangle_N)]$$

وعندما $N = 6$ فان : $q(n) = \left[4,\ \frac{3}{2},\ 1,\ \ 1,\ \ 1,\ \frac{3}{2}\right]$