خريف 2021-22 | كلية الهندسة/ جامعة مصراتة | قسم الهندسة الكهربائية والالكترونية

معالجة الإشارة الرقمية | الزمن: ساعتان ونصف

الموافق: 16/06/2022 | أستاذ المقرر: د. جلال عبدالسيد

.....

أجب عن جميع الأسئلة التالية **(يسمح باستخدام الكمبيوتر)**

المجموع النهائي: 100

السؤال الأول:(10+5+5 درجات)

أ) أوجد تحويل Z ونطاق التقارب للمتسلسلتين التاليتين:

1) $r(n) = 2^n + 3^n,\ n \geq 0$

2) $g(n) = (1/2)^n\ for\ all\ n$

ب) أوجد معكوس تحويل Z : $A(z) = \frac{Z^2}{\left(Z-\frac{1}{2}\right)\left(Z-\frac{1}{3}\right)},\quad |Z| < 1/3$

ج) باستخدام تحويل Z أوجد حل معادلة الفروق التالية باعتبار أن النظام سببي:

$$y(n+2) - 2y(n+1) + y(n) = U(n)$$

.....

السؤال الثاني:(20 درجة)

صمم مرشح IIR-BPF باستخدام طريقة Bilinear بحيث يحقق الشروط التالية:

$$F_{p1} = 830\ MHz,\ F_{s1} = 800\ MHz,\ F_{p2} = 930\ MHz,\ F_{s2} = 960\ MHz,\ F_T = 3.4\ GHz$$

$$\alpha_p = 1\ dB,\ \alpha_s = 35\ dB$$

اختار احد المرشحين Butterworth او **Chebyshev Type I**. أوجد طول المرشح N.

استخدم نفس الخطوات المتبعة في المقرر. اكتب معاملات البسط والمقام للمرشح المُصمم، ثم ارسم مقدار وزاوية الاستجابة الترددية للمرشح المصمم. علق على النتائج.

.....

السؤال الثالث:(20 درجة)

صمم مرشح FIR-BRF باستخدام طريقة النوافذ بحيث يحقق المرشح الشروط التالية:

$$F_{p1} = 200\ Hz,\ F_{s1} = 800\ Hz,\ F_{p2} = 3.2\ kHz,\ F_{s2} = 2.7\ kHz,\ F_T = 8\ kHz$$

$$\alpha_p = 1\ dB,\ \alpha_s = 40\ dB$$

أوجد N ثم حدد النافذة المناسبة. اكتب معاملات h في جدول. ارسم الاستجابة الترددية للمقدار.

ملاحظة: لنقل البيانات من MATLAB الى excell يمكنك استخدام التالي:

```
to create a Table %%
hh_hann=[h_hann 0];
T=table(hh_hann(1:(N-1)/2)',hh_hann(N:-1:2+(N-1)/2)');
writetable(T,'myData.csv')
```

.....

السؤال الرابع:(10+8+2 درجة)

أفرض ان $X(\omega)$ تمثل تحويل DTFT للمتسلسلة $x(n)$ والتي طولها 9 عينات:

$$x(n) = [1, \quad -3, \ 4, \quad -5, \ 7, \quad -5, \ 4, \quad -3, \ 1]$$

1) إذا تم تقطيع $X(\omega)$ بشكل منتظم كل $\pi/6$ بداية من $\omega = 0$ لنتحصل على $X_1(k)$، فأوجد $x_1(n)$ والناتجة من عملية IDFT للمتسلسلة $X_1(k)$ مباشرة من المتسلسلة $x(n)$ وبدون ايجاد $X_1(k)$ او $X(\omega)$

2) كرر العملية في الفقرة السابقة إذا كانت عملية تقطيع $X(\omega)$ بشكل منتظم كل $\pi/4$ بداية من $\omega = 0$.

3) علق على النتائج.

.....

السؤال الخامس :(10+10 درجة)

1) إذا كانت $v(n)$ متسلسلة مركبة طولها 8 ومعرفة بالجزئين الحقيقي $\{x(n)\}$ والجزء التخيلي $\{y(n)\}$ بالعلاقة: $v(n) = x(n) + jy(n)$. وإذا كان تحويل DFT لهذه المتسلسلة هي:

$$V(k) = [-2 + j6,, \ 3 + j5,, \ 6 + j4,, \ -1 + j8,, \ -2 + j3,, \ 7 + j3,, -j8,, \ 4 - j8]$$

بدون استخدام IDFT للمتسلسلة $V(k)$ (أي استخدم الخواص) اوجد $8 - point\ DFT$ للمتسلسلتين الحقيقيتين $x(n)$ و $y(n)$، أي أوجد: $X(k)$ و $Y(k)$

2) إذا كانت $X(\omega)$ تمثل تحويل DTFT للمتسلسلة التالية:

$$x(n) = [3.4,, \ -2.1,, \ 1.4,, \ 0.2,, \ -2.1,, \ -0.9,, \ 0,, \ 1.8],, \quad -2 \le n \le 5$$

فأوجد التكامل التالي بدون ايجاد $X(\omega)$:

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left| \frac{dX(\omega)}{d\omega} \right|^2 d\omega$$

تمنياتي للجميع بالتوفيق

.....

الاجابة النموذجية

$r(n) = 2^n + 3^n \quad , n \geq 0$

$$R(z) = \frac{1}{1-2z^{-1}} + \frac{1}{1-3z^{-1}} \quad ; \quad |z| > 3$$

$|z| > 2$ $\qquad$ $|z| > 3$

$g(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n$ for all n

$$G(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{-1} \left(\frac{1}{2}\right)^n z^{-n} + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n z^{-n}$$

$G_1(z)$ $\qquad$ $G_2(z)$

$$G_2(z) = \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} \quad , |z| > \frac{1}{2}$$

$$G_1(z) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n z^n = \sum_{n=0}^{\infty} (2z)^n - 1 = \frac{1}{1-2z} - 1 = -\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$

$$\Rightarrow G_1(z) = -\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} \quad , |z| < \frac{1}{2}$$

$$\therefore G(z) = G_1(z) + G_2(z)$$

$$= -\frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} + \frac{1}{1-\frac{1}{2}z^{-1}}$$

لذلك لا يوجد تحويل Z .

ج)

$$A(z) = \frac{z^3}{(z-\frac{1}{2})(z-\frac{1}{3})} \quad , \quad |z| < \frac{1}{3}$$ بسبب

أولاً نقسم على z^1

$$\therefore A(z) = \frac{1}{(1-\frac{1}{2}z^{-1})(1-\frac{1}{3}z^{-1})} \quad , \quad |z| < \frac{1}{3}$$

بسبب

ثانياً: استخدام partial fraction :-

نقسم إلى ثابتة:-

num = [1], den1 = [1, $-\frac{1}{2}$] ; den2 = [1, $-\frac{1}{3}$]

den = conv [den1, den2]

[r, p, k] = residuez (num, den)

$\Rightarrow$ r = [3, -2] ; p = [1/2, 1/3] , k = [ ]

$$\therefore A(z) = \frac{3}{1-\frac{1}{2}z^{-1}} - \frac{2}{1-\frac{1}{3}z^{-1}} \quad , \quad |z| < \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow a(n) = -3\left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n-1) + 2\left(\frac{1}{3}\right)^n u(-n-1)$$

#

د) 2)

$$y(n+2) - 2y(n+1) + y(n) = u(n)$$ النظام سببي

لأنه جميع الشروط لا بد أن تكون أصغر

نقوم بتبعيد بل نرسم المعادلة :-

$$y(n) - 2y(n-1) + y(n-2) = u(n-2)$$

$$\Rightarrow Y(z) - 2z^{-1}Y(z) + z^{-2}Y(z) = \frac{z^{-2}}{1-z^{-1}}$$

$$\Rightarrow Y(z)\{1 - 2z^{-1} + z^{-2}\} = \frac{z^{-2}}{1-z^{-1}}$$

$$\therefore Y(z) = \frac{z^{-2}}{(1-z^{-1})(1-2z^{-1}+z^{-2})} \quad , \quad |z| > 1$$

$\Rightarrow$

السؤال الثاني :-

ص3 IIR - BPF

$F_{p_1} = 830\,MHz$, $F_{s_1} = 800\,MHz$, $F_{p_2} = 930\,MHz$, $F_{s_2} = 960\,MHz$

$F_T = 3.4\,GHz$, $\alpha_p = 1\,dB$; $\alpha_s = 35\,dB$

step 1 (4)

$\omega_{p_1} = 2\pi \frac{830}{3400} = 0.488235\pi$; $\omega_{p_2} = 0.547059\pi$

$\omega_{s_1} = 2\pi \frac{800}{3400} = 0.470588\pi$, $\omega_{s_2} = 0.564706\pi$

step 2 prewarping

$\hat{\Omega}_{p_1} = \tan\left(\frac{\omega_{p_1}}{2}\right) = 0.963707$ (4)

$\hat{\Omega}_{p_2} = 1.159955$

$\hat{\Omega}_{s_1} = 0.911620$

$\hat{\Omega}_{s_2} = 1.227150$

step 3 :

$BW = \hat{\Omega}_{p_2} - \hat{\Omega}_{p_1} = 0.196248$ (1)

$\hat{\Omega}_o^2 = \hat{\Omega}_{p_1}\hat{\Omega}_{p_2} = 1.117856$, $\hat{\Omega}_o = \sqrt{\hat{\Omega}_o^2} = 1.057287$ (1)

check; $\hat{\Omega}_{s_1} \times \hat{\Omega}_{s_2} = 1.118695 \neq \hat{\Omega}_o^2$

حيث ان $\hat{\Omega}_{s_1}\hat{\Omega}_{s_2} > \hat{\Omega}_o^2$ فاننا نختار $\hat{\Omega}_{s_1}$ او $\hat{\Omega}_{s_2}$ حتى لتبقا تر متحن الشواهد سنختار $\hat{\Omega}_{s_2}$

$\Rightarrow \hat{\Omega}_{s_2} = \frac{\hat{\Omega}_o^2}{\hat{\Omega}_{s_1}} = \frac{1.117856}{0.91162}$

$= 1.22623$ (1)

step 4 : LPF Design

assume $\Omega_p = 1$, and (1)

$\Omega_s = \Omega_p \frac{\hat{\Omega}_o^2 - \hat{\Omega}_{s_2}^2}{\hat{\Omega}_{s_2} BW} = \frac{1.117856 - 1.22623^2}{1.22623 * 0.196248}$

$= 1.60312$ (1)

ص

مواصفات مرشح LPF :-

$\Omega_p = 1$ $\quad \Omega_s = 1.603120$

$\alpha_p = 1\ dB$ $\quad \alpha_s = 35\ dB$

steps

استخدام الدالة :-

```
[N, W] = cheb1ord(1, 1.60312, 1, 35, 's');
[B, A] = cheby1(N, 1, W, 's');
[BT, AT] = lp2bp(B, A, 1.057287, 0.196248);
[num, den] = bilinear(BT, AT, 0.5)
[H, w] = freqz(num, den);
```

من الرسم نتضح انه استخدام شيبشف افضل من بترورث .
بالاضافة الى N لشيبشف اصغر .

$N_{cheby} = 6$ ①

$N_{butterworth} = 11$

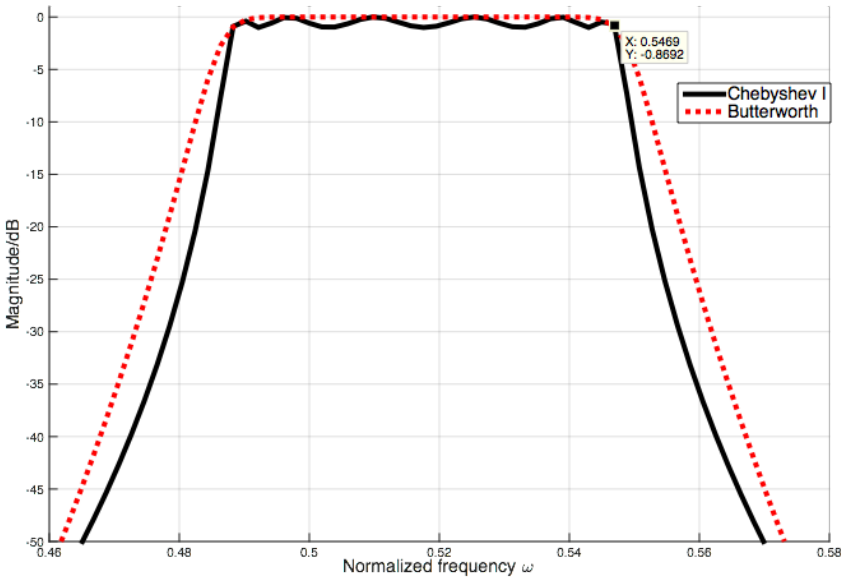
معاملات H لمرشح شيبشف من ①

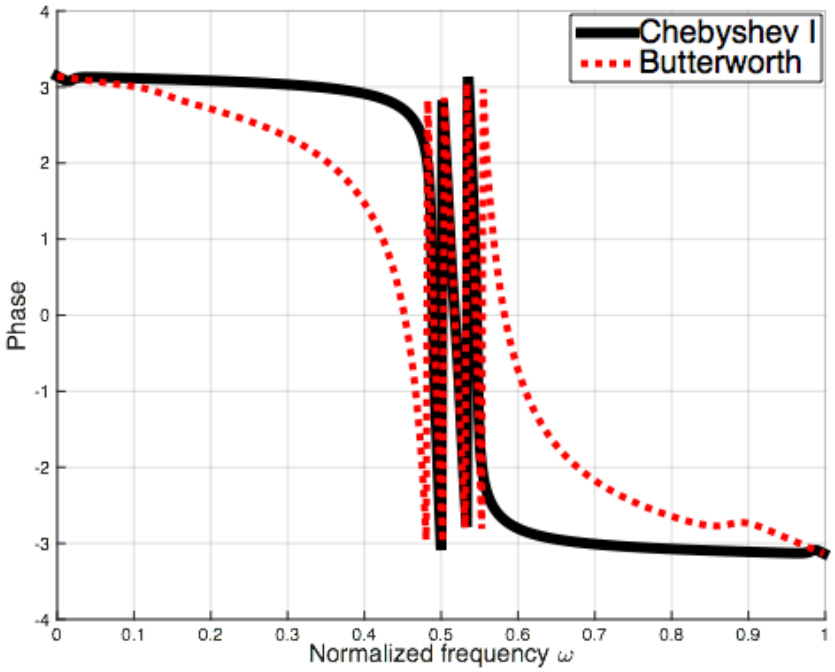
num = [0.0352, 0, -0.2114, 0, 0.5284, 0, -0.7046,
① 0, 0.5284, 0, -0.2114, 0, 0.0352] $\times 10^{-6}$

den = [1, 0.6554, 5.9575, 3.188, 14.6585, 6.1997,
① 19.9744, 6.0252, 13.8456, 2.9262, 5.3146,
0.5681, 0.8424]

من خلال رسم الطور نتضح انه الطور لابد انه يكون خطي وهذا يعني انه هذه المرشحات عليكم استخدامها في التطبيقات التي لا يكون فيها الطور عامل مهم .

الرسم ② + ②


X: 0.5469
Y: -0.8692
Chebyshev I
Butterworth
Magnitude/dB
Normalized frequency ω


Chebyshev I
Butterworth
Phase
Normalized frequency ω

السؤال الثالث

السؤال الثالث :-

ج

FIR - BRF

$F_{p_1} = 2kHz$, $F_{s_1} = 800Hz$, $F_{p_2} = 3.2kHz$, $F_{s_2} = 2.7kHz$, $\alpha_p = 1dB$, $\alpha_s = 40dB$, $F_T = 8kHz$

4 $\omega_{p_1} = 2\pi \frac{F_{p_1}}{F_T} = 2\pi \times \frac{2000}{8000} = 0.5\pi$, $\omega_{p_2} = 0.8\pi$

$\omega_{s_1} = 0.2\pi$

$\omega_{s_2} = 0.675\pi$

2 $\omega_{c_1} = \frac{\omega_{p_1} + \omega_{s_1}}{2} = 0.392699$; $\omega_{c_2} = \frac{\omega_{p_2} + \omega_{s_2}}{2} = 2.316925$

2 $\Delta\omega = \begin{cases} \omega_{s_1} - \omega_{p_1} = 0.15\pi \\ \text{OR} \\ \omega_{p_2} - \omega_{s_2} = 0.125\pi \end{cases}$ الأصغر $\Delta\omega = 0.125\pi$

بملاحظة α_s يمكننا استخدام الجدول (3-6) لنجد انه يمكننا استخدام النوافذ هاننج وهاميج وبلاك مان لتحقيق الشرط.

3 بهدف الحصول على أقل N عند اختيار نافذة هاننج.

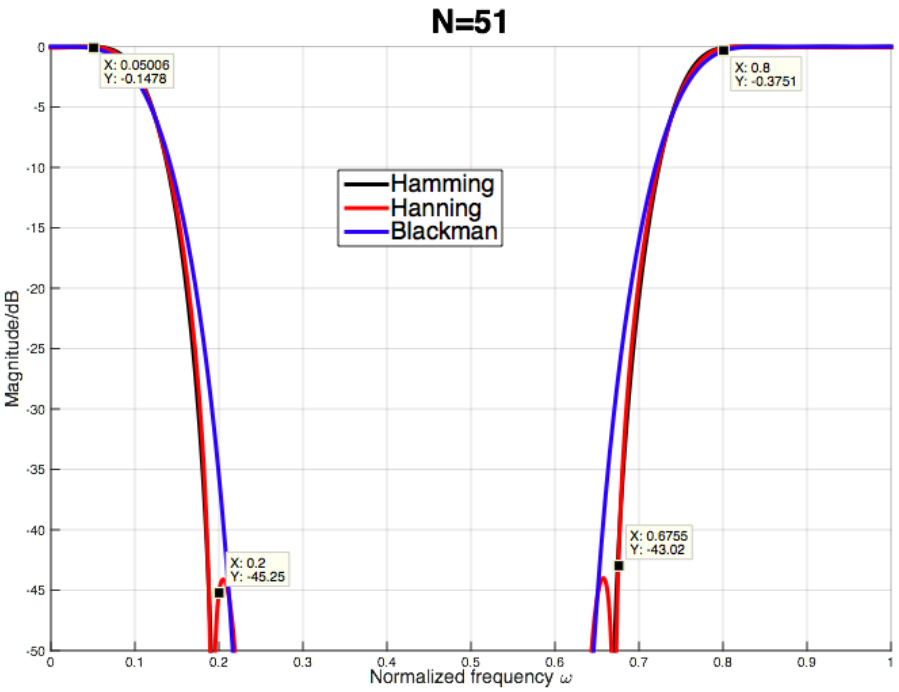
3 $\frac{6.2\pi}{N} = 0.125\pi \Rightarrow N = 49.6$

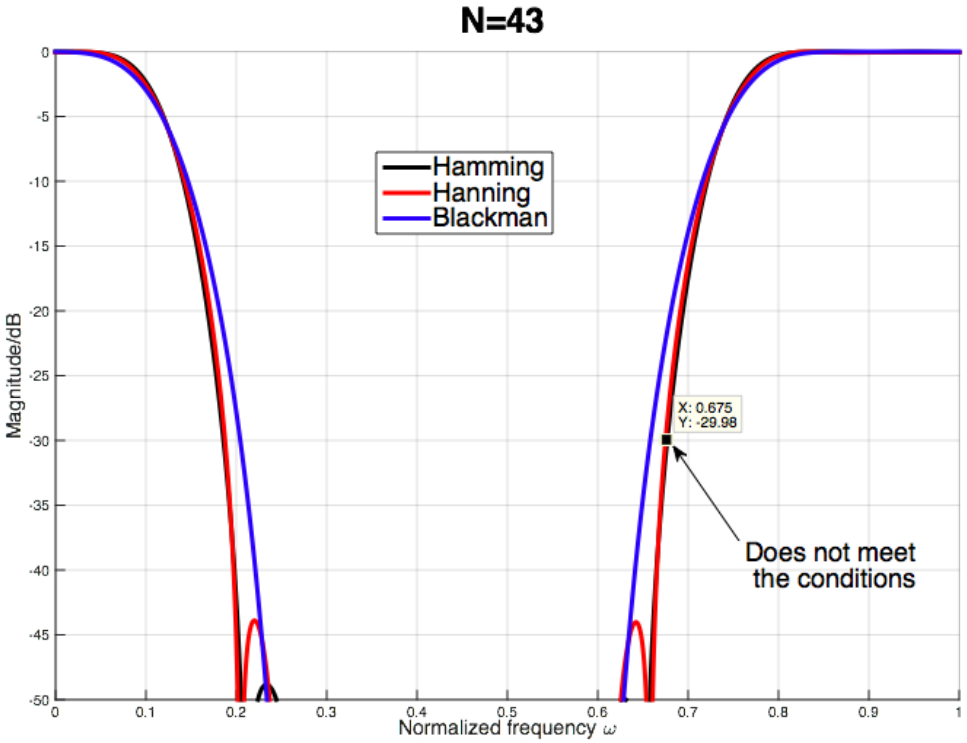
$\therefore \boxed{N = 51}$

2 عند استخدام N أقل من 51 لا يتحقق كود القطع المطلوب لذلك سنستخدم N المتحصل عليها 51

2 h معاملات

2 الرسم


N=51
X: 0.05006
Y: -0.1478
X: 0.8
Y: -0.3751
Hamming
Hanning
Blackman
X: 0.2
Y: -45.25
X: 0.6755
Y: -43.02
Magnitude/dB
Normalized frequency ω


N=43
Hamming
Hanning
Blackman
X: 0.675
Y: -29.98
Does not meet
the conditions
Magnitude/dB
Normalized frequency ω

h(n)	h(N-1-n)
0	0
2.60E-05	2.60E-05
0.0003292092519	0.0003292092519
0.001284994452	0.001284994452
-0.0009929513065	-0.0009929513065
0.001560794458	0.001560794458
-0.0007494152058	-0.0007494152058
-0.008865765584	-0.008865765584
0.000299730588	0.000299730588
-0.01499302133	-0.01499302133
-0.01700193841	-0.01700193841
0.003707867712	0.003707867712
-0.02790627278	-0.02790627278
0.00839370397	0.00839370397
0.0297155241	0.0297155241
-0.01142339913	-0.01142339913
0.09683340447	0.09683340447
0.06129662	0.06129662
0.03073748302	0.03073748302
0.2651794477	0.2651794477
-0.1113051107	

السؤال الرابع :-

$$x(n) = [1, -3, 4, -5, 7, -5, 4, -3, 1]$$

① نحسب عدد العينات في الدورة المتكاملة 2π بـ $\frac{\pi}{6}$ نجد أنها 12 عينة. أي أن $M = 12$ ②

بما أن المعادلة $(-5 \le n \le 4)$ هي المطلوب، تكون الإشارة المستديمة هي المعرفة بـ DFT كالتالي :-

③ $$x(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(n + mM) \qquad 0 \le n \le N-1$$

$$= \sum_{m=-1}^{1} x(n + 12m) = x(n+12) + x(n) + x(n-12)$$

$$\therefore x(n) = \begin{cases} x(n+12) = [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0] \\ + \\ x(n) = [1\ -3\ 4\ -5\ 7\ -5\ 4\ -3\ 1\ 0\ 0\ 0] \\ + \\ x(n-12) = [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0] \end{cases} \quad 0 \le n \le 11$$

③

$$= [1, -3, 4, -5, 7, -5, 4, -3, 1, 0, 0, 0]$$

∴ أمكن استرجاع الإشارة. ②

② حيث العينات $M = 8$ وهي أقل من N وبالتالي لا يمكن استرجاع الإشارة. إثبات ذلك :-

$$x(n) = \begin{cases} x(n+8) = [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] \\ + \\ x(n) = [1, -3, 4, -5, 7, -5, 4, -3] \\ x(n-8) = [0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0] \end{cases}$$

$$= \{2, -3, 4, -5, 7, -5, 4, -3] \qquad 0 \le n \le 7$$

$$\neq x(n)$$

③ الملاحظ في الفقرتين ① و ② أنه لا يمكن استرجاع الإشارة الأصلية إذا كانت عدد العينات المأخوذة في المجال الترددي (M) أقل من مثيلتها في المجال الزمني (N).

السؤال الثاني :- (1)

$$v(n) = x(n) + j\,y(n)$$

$$V(k) = [-2+j6,\ 3+j5,\ 6+j4,\ -1+j8,\ -2+j3,\ 7+j3,\ -j8,\ 4-j8]$$

حسب الجدول (5-4) من الكتاب

$$x_{re} \xleftrightarrow{DFT} X_{cs}(k) = \frac{1}{2}\{X(k) + X^*(\langle -k\rangle_N)\}$$

$$j\,x_{im} \xleftrightarrow{DFT} X_{ca}(k) = \frac{1}{2}\{X(k) - X^*(\langle -k\rangle_N)\}$$

$$V(k) = [-2+j6,\ 3+j5,\ 6+j4,\ -1+j8,\ -2+j3,\ 7+j3,\ -j8,\ 4-j7]$$

$$V(\langle -k\rangle_N) = [-2-j6,\ 4+j7,\ j8,\ 7-j3,\ -2-j3,\ -1-j8,\ 6-j4,\ 3-j5]$$

$$\therefore X(k) = V_{cs}(k) = \frac{1}{2}[V(k) + V^*(\langle -k\rangle_N)]$$

$$= [-2,\ 3.5+j6,\ 3+j6,\ 3+j2.5,\ -2,\ 3-j2.5,\ 3-j6,\ 3.5-j6]$$

$$Y(k) = V_{ca}(k) = \frac{1}{2}[V(k) - V^*(\langle -k\rangle_N)]$$

$$= [6j,\ -0.5-j,\ 3-j2,\ -4+j5.5,\ 3j,\ 4+j5.5,\ -3-j2,\ 0.5-j]$$

(2)

$$x(n) = [3.4,\ -2.1,\ 1.4,\ 0.2,\ -2.1,\ -0.9,\ 0,\ 1.8] \quad -2 \le n \le 5$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left|\frac{d\,X(w)}{dw}\right|^2 dw = ?$$

باستخدام نظرية بارسيفال :-

$$\int_{-\pi}^{\pi} \left|\frac{d\,X(w)}{dw}\right|^2 dw = 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)|^2 = 2\pi \sum_{n=-3}^{6} |x(n)|^2$$

$$= 52.86\,\pi$$