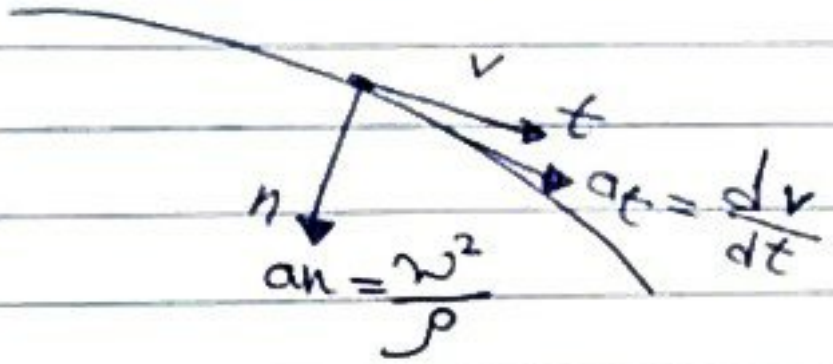
كلية الهندسة - جامعة مصراتة
قسم الهندسة الميكانيكية
ميكانيكا ألات 2 ME 308
د. مصطفى مخزوم
فصل ربيع 1447هـ / 2026م

الفصل الأول : الحاكمات

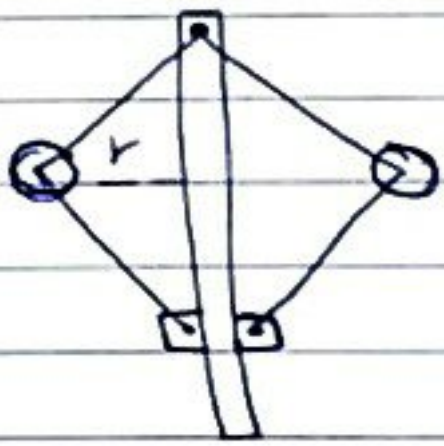


- السرعة تكون مماسية لها مركبة واحدة أثناء اتجاه المماس .

- العجلة لها مركبتان في $\hat{t}$ و $\hat{n}$.

1 حاكمة وات :

$$\Sigma \tau = \omega r$$



كلما زادت السرعة ترتفع إلى أعلى .

كلما قلت السرعة تنزل إلى أسفل .

r : هي المسافة من محور الدوران إلى مركز الكرة « الجلبة »

- قوة التعجيل المركزي: هي القوة الناتجة عن عملية الدوران.

$$F_c = m\frac{v^2}{\rho}$$

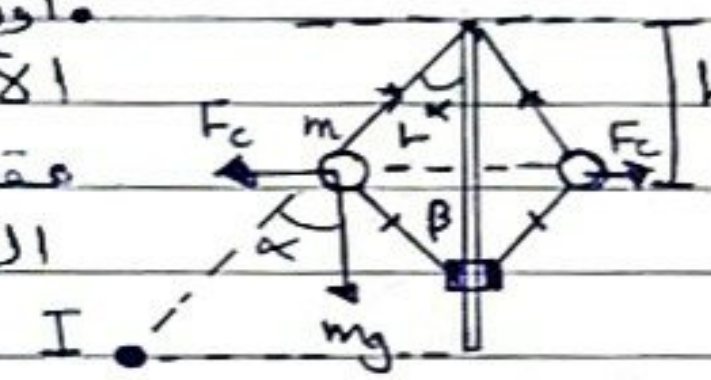
- لكل قيمة لـ w تقابل قيمة لـ h.

$$\text{or } F_c = m\frac{(w\rho)^2}{\rho}$$

$$F_c = m w^2 \rho$$

- التحليل الرياضي لحاكمة وات:

- أوزان الأذرع الأربعة مهملة مقارنة بوزن الجلبة.



- التحليل صالح للطرفين.

- نأخذ العزم عند I

$$\Sigma M_I = 0$$

$$-mg(IB) + F_c(BC) = 0$$

$$F_c BC = mg\, IB \qquad \tan\alpha = \frac{IB}{BC}$$

$$m w^2 r = mg\frac{IB}{BC} \qquad \tan\alpha = \frac{r}{h}$$

$$w^2 r = g\tan\alpha$$

$$w^2 r = g\frac{r}{h}$$

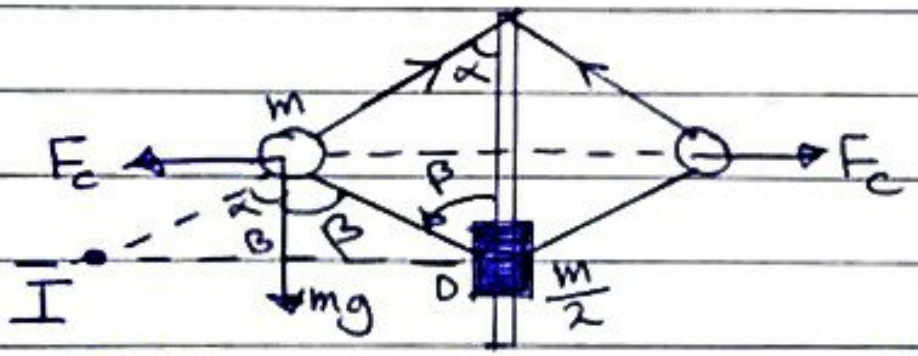
$$h = \frac{g}{\omega^2}$$

h: هي المسافة الرأسية من مركز الكرة إلى نقطة تلاقي الذراعين العلويين.

2- حاكمة بورتر porter governor

- تستخدم في السرعات أو التطبيقات ذات السرعات العالية.

- التحليل الرياضي:



$\sum M_I = 0$ بأخذ العزم

$-mg\,IB + F_c BC - \frac{mg}{2} \times ID = 0$ $(ID = IB + BD)$

أو

$$F_c\,BC = mg \times IB + \frac{mg}{2}(IB + BD)$$

$$F_c = mg\frac{IB}{BC} + \frac{mg}{2}\left(\frac{IB}{BC} + \frac{BD}{BC}\right)$$

$$\tan\alpha = \frac{IB}{BC} \quad , \quad \tan\alpha = \frac{r}{h}$$

$$F_c = mg\tan\alpha + \frac{Mg}{2}(\tan\alpha + \tan\beta)$$

$$\frac{F_c}{\tan\alpha} = mg + \frac{Mg}{2}\left(1 + \frac{\tan\beta}{\tan\alpha}\right)$$

$$\frac{m\omega^2 r}{\frac{r}{h}} = mg + \frac{Mg}{2}(1+g)$$

$$hm\omega^2 = mg + \frac{Mg}{2}(1+g)$$

- بأخذ عامل مشترك

$$h = \left[\frac{m + \frac{M}{2}(1+g)}{m}\right]\frac{g}{\omega^2}$$

- ملاحظة: يجب أن تكون قوة الطرد المركزي قادرة على رفع الكتلة.

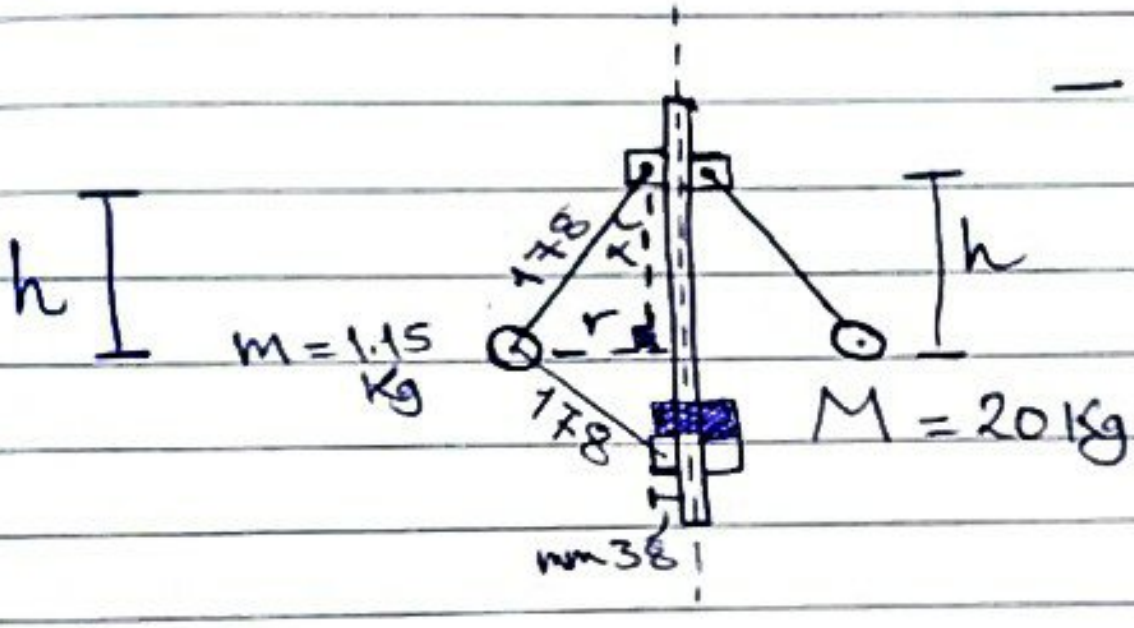
مثال: حاكمة بودتر تتكون من أربعة أذرع، طول كل ذراع 178 mm، الذراعين العلويين مثبتين عند نقطتين يبعد كل منهما 38 mm عن محور الدوران، كتلة كل كرة دوارة 1.15 Kg

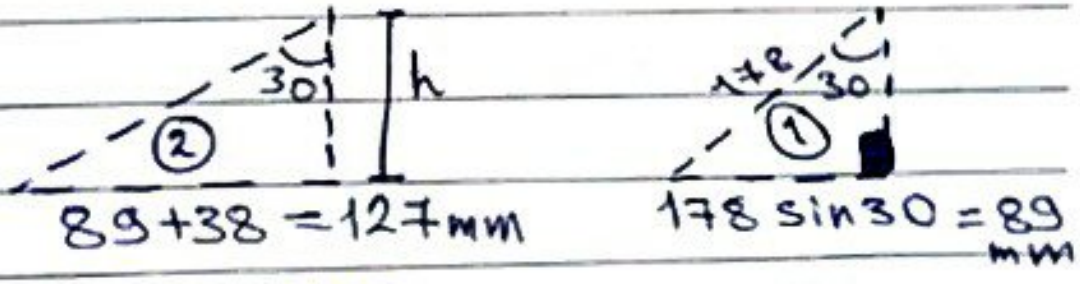
وكتلة الحلقة 20 kg، العلبة بدأت بالانتفاع عند n = 280 r.p.m، عندما تكون الزاوية مع المحور الرأسي 30°، أوجد سرعة الحاكمة عندما تكون زاوية الميل مع المحور الرأسي 45°؟

الحل :-

(1)

$\alpha = 30°$



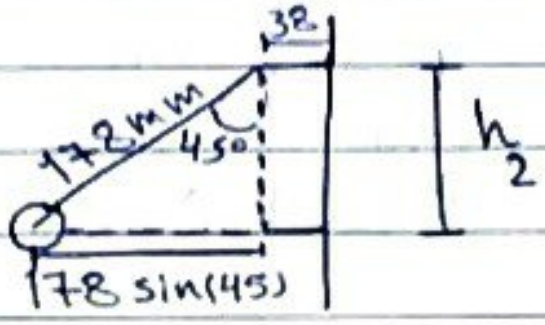


$$\tan 30 = \frac{127}{h}$$

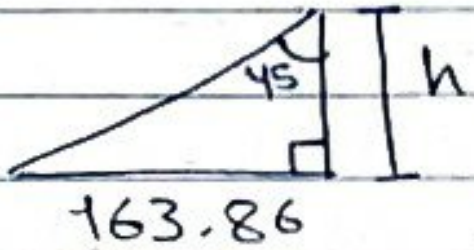
$$h = \frac{127}{\tan(30)}$$

$$h = 219.97 \text{ mm}$$

✓



$\alpha = 45°$ - (2



$$\tan(45) = \frac{163.86}{h}$$

$$h = 163.86\,mm$$

$$\omega^2 = \frac{m + \frac{M}{2}(1+g)}{m} \cdot \frac{g}{h}$$

$$g = \frac{\tan\beta}{\tan\alpha} \longrightarrow \alpha = \beta$$

$$\therefore g = 1$$

$$\omega^2 = \left(\frac{1.15 + \frac{20}{2}(1+1)}{1.15}\right)\frac{9.81}{0.16386}$$

$$\omega^2 = 1101.05 \longrightarrow \omega = 33.18 \text{ rad/s}$$

واجب:-

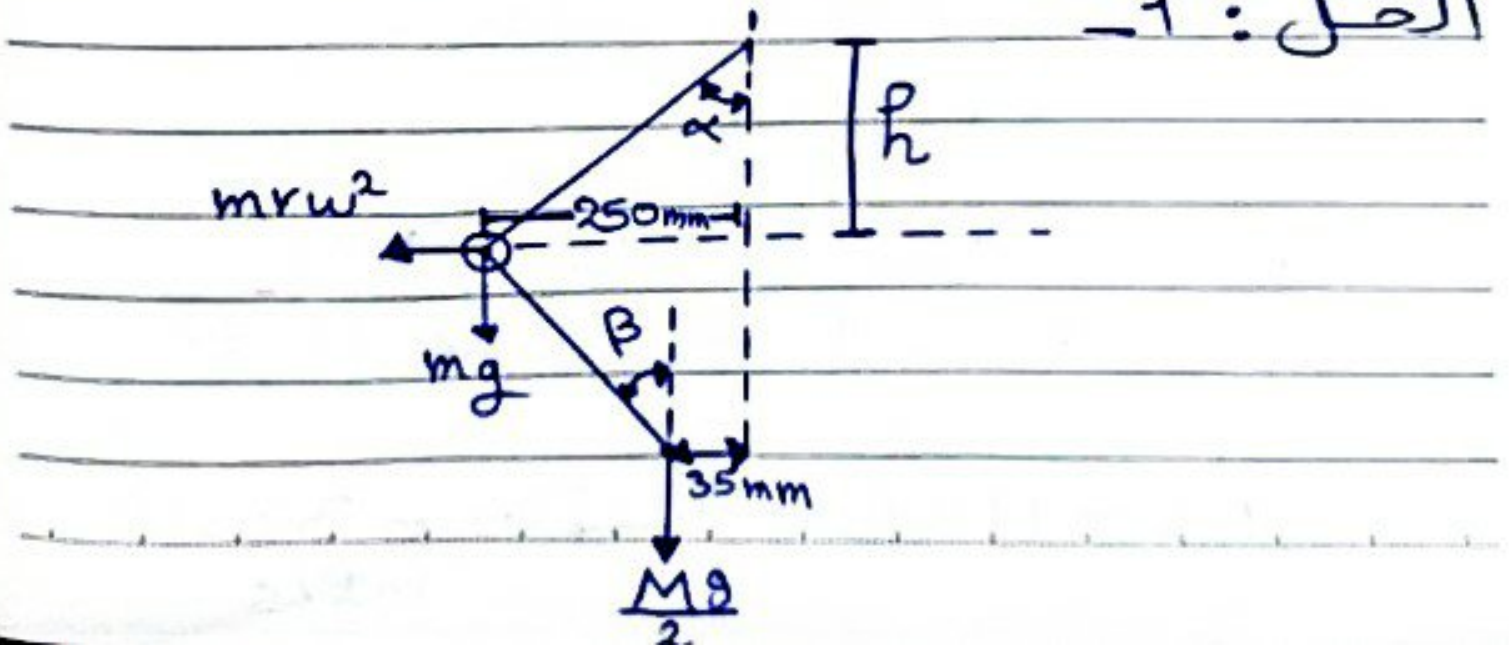
في المثال السابق، افرض أنه يوجد قوة احتكاك، أوجد أقل وأكبر سرعة دورانية عندما تكون الزاوية 45؟

مثال/ حاكمة بورتر لها ذراعان علويان و سفليان متساوية في الأطوال 300mm نقطة تثبيت الذراعان العلويان تقع على محور الدوران بينما الذراعان السفليان يبعدان عن محور الدوران 35mm، إذا كانت الكتلة المضافة هي 54kg وكتلة الكرية هي 7kg، أوجد:

1- سرعة دوران الحاكمة؟ وذلك عندما يكون نصف قطر دوران الكرة 225mm.

2- أوجد مدى السرعات لهذا الموضع إذا كانت قوة الإحتكاك 30N؟

الحل: 1-



✓

$$h = \sqrt{(0.3)^2 - (0.225)^2}$$

$$h = 0.1984\ m$$

$$\tan\alpha = \frac{0.225}{0.1984} = 1.134$$

$$\sin\beta = \frac{(0.225 - 0.035)}{0.3}$$

$$\beta = 39.296$$

$$\tan\beta = 0.818$$

$$\omega^2 = \left(\frac{m + \frac{M}{2}(1+\beta)}{m}\right)\frac{g}{h}$$

$$\omega^2 = \frac{7 + \frac{54}{2}\left(1 + \frac{0.818}{1.134}\right)}{7} \times \frac{9.81}{0.1984}$$

$$\omega = 19.43\ rad/sec.$$

$$N = 185.5\ r.p.m$$

2 - نفرض وجود قوة احتكاك 30N.

$$\omega^2_{max} = \frac{m + \frac{M + \frac{F}{9}}{2}(1+\phi)}{m} \cdot \frac{g}{h}$$

$$\omega^2_{min} = \frac{m + \frac{M + \frac{F}{9}}{2}(1+\phi)}{m} \cdot \frac{g}{h}$$

$$\omega^2_{max} = \frac{7 + \left(\frac{54 + \frac{30}{9.81}}{2}\right)(1+0.721)}{0.1984} \cdot \frac{9.81}{}$$

$$\omega_{max} = 19.9 \text{ rad/s}$$

$$\omega_{min} = 18.95 \text{ rad/s}$$

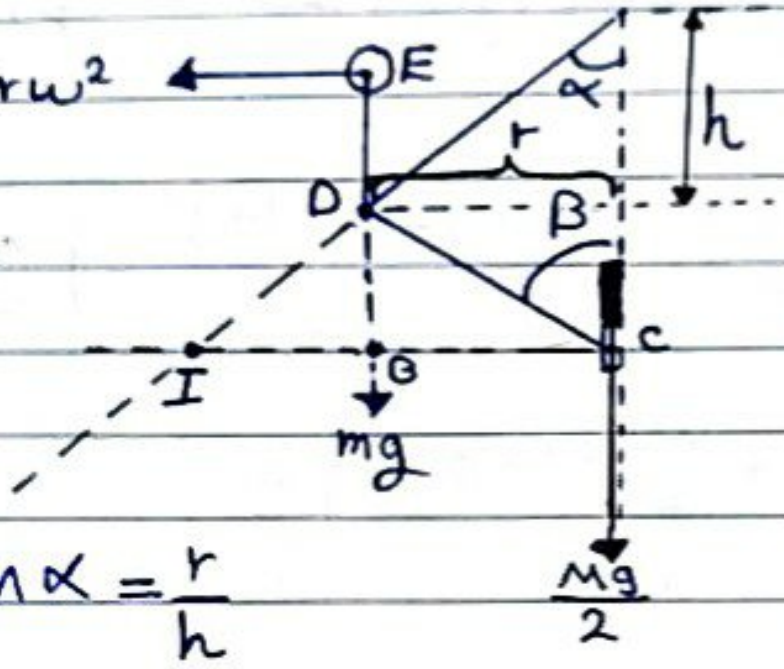
$$R_\omega = \omega_{max} - \omega_{min}$$

$$R_\omega = 19.9 - 18.95$$

$$R_\omega = 0.9489 \text{ rad/sec}$$

$$R_\omega = 9.06 \text{ r.p.m}$$

3- حاكمة بروبل proell Governor



$$\tan\alpha = \frac{IB}{BD}$$

$$\tan\beta = \frac{BC}{BD}$$

$$\tan\alpha = \frac{r}{h}$$

$$\Sigma M_I = 0$$

$$-mg \times (IB) - \frac{Mg}{2}(IB + BC) = \overset{F_c}{\overset{\wedge}{mr\omega^2}} \cdot (BF)$$

$$mr\omega^2 = \frac{1}{BE}\left[mg\,IB + \frac{Mg}{2}(IB + BC)\right]$$

* بفرض آخذ BD عامل مشترك :-

$$mr\omega^2 = \frac{BD}{BE}\left[mg\frac{IB}{BD} + \frac{Mg}{2}\left(\frac{IB}{BD} + \frac{BC}{BD}\right)\right]$$

$$mr\omega^2 = \frac{BD}{BE}\left[mg\tan\alpha + \frac{Mg}{2}(\tan\alpha + \tan\beta)\right]$$

$$mr\omega^2 = \frac{BD}{BE} g \tan\alpha \left(m + \frac{M}{2}(1+q)\right)$$

$$\omega^2 = \frac{BD}{BE} \frac{\tan\alpha}{r} \left(\frac{m + \frac{M}{2}(1+q)}{m}\right) g$$

$$\omega^2 = \frac{BD}{BE} \left(\frac{m + \frac{M}{2}(1+q)}{m}\right) \frac{g}{h}$$

$$h = \frac{BD}{BE} \left(\frac{m + \frac{M}{2}(1+q)}{m}\right) \frac{g}{\omega^2}$$

* في حالة وجود احتكاك فيتم معاملته كالسابق

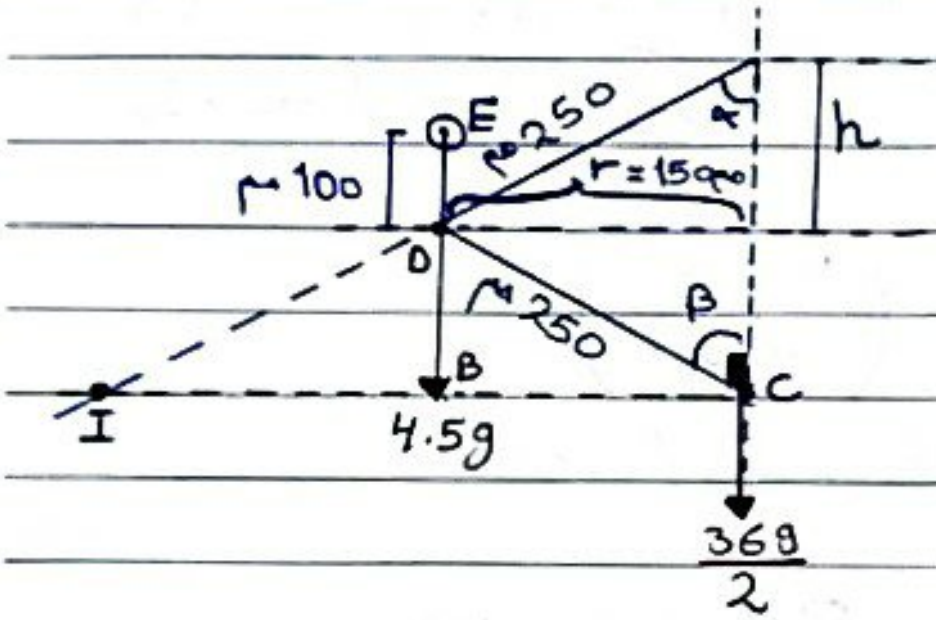
$$1-\left(\frac{M+E}{\theta}\right) = M_e\,(Max)$$

$$2-\left(M - \frac{F}{g}\right) = M_e\,(min)$$

مثال:- حاكمة بروبيل تحتوي على أربع أذرع متساوية بطول 250mm، يتم تثبيت طرفي الأذرع العلوي والسفلي على محور الدوران، يبلغ طول كل ذراع تمديد للوصلات السفلية 100mm وهي موازية للمحور عندما يكون نطاق قطر مسار الكرة 150mm

كتلة كل كرة 4.5 كجم، وكتلة الحمل المركزي 36 كجم، أوجد لعرية تتوازن الحالة؟

الحل :-



$$h = \sqrt{0.25^2 - 0.15^2} = 0.2m$$

« مثلث متساوي الساقين » ∴ $BD = h$

$$BD = 0.2m$$

« مثلث متساوي الساقين » $\alpha = \beta$

$$\tan\alpha = \tan\beta$$

$$q = \frac{\tan\beta}{\tan\alpha} = 1 \quad ، \quad BF = 0.2 + 0.1$$

$$BF = 0.3m$$

$$\omega^2 = \frac{BD}{BE}\left(\frac{m+\frac{M}{2}(1+q)}{m}\right)\frac{g}{h}$$

$$\omega^2 = \frac{0.2}{0.3}\left(\frac{4.5+\frac{36}{2}(1+1)}{4.5}\right)\frac{9.81}{0.2}$$

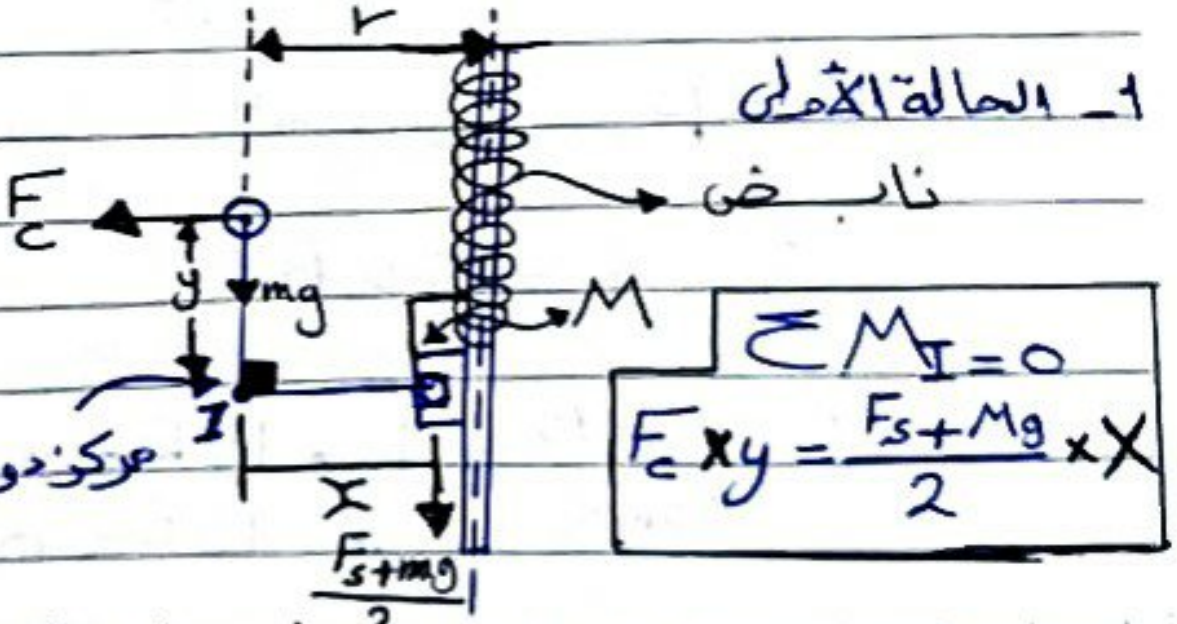
$$\omega^2 = \frac{9.81}{0.3}\left(\frac{40.5}{4.5}\right)$$

$$\omega = 17.15 \text{ rad/sec}$$

$$N = 163.81 \text{ r.p.m}$$

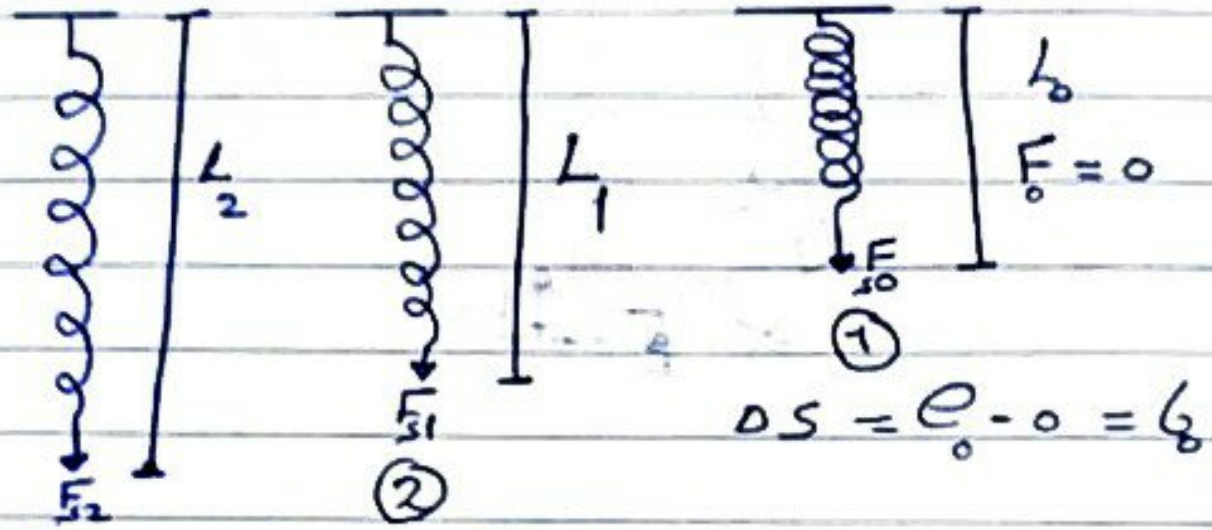
واجب :- مسألة 9 المرجع ص 727

4- حاكمة هارتنل :-



الوضع المتوسط للحاكمة

مراجعة قانون هوك :-



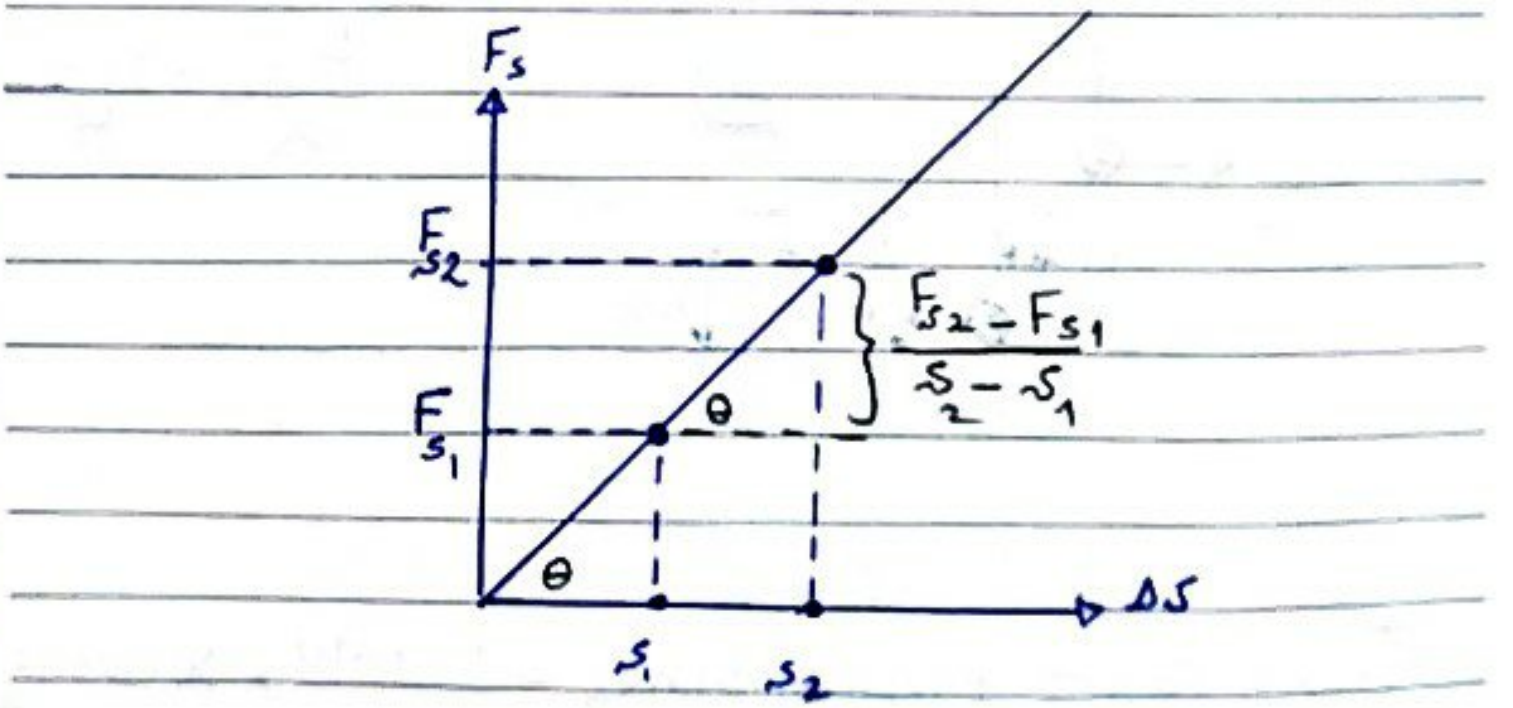
$\Delta s = e_0 - 0 = l_0$

$\Delta s = e_1 - e_0$

$\Delta s = e_2 - e_0$

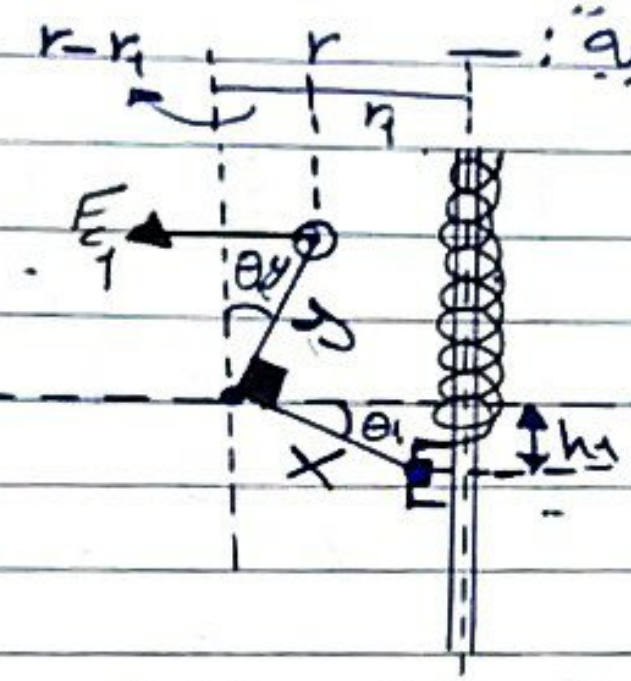
ملاحظة :-

الاستطالة تحسب من الحالة الاستاتيكية .



$$K = \frac{F_{s1}}{s_1} \quad , \quad K = \frac{F_{s2}}{s_2} \quad , \quad K = \frac{F_{s2} - F_{s1}}{s_2 - s_1}$$

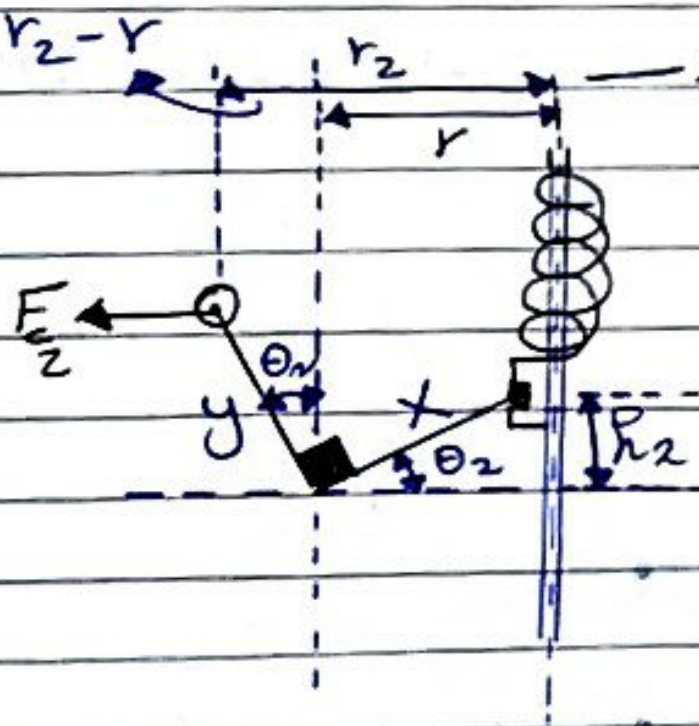
2- الحالة الثانية :



$$\frac{h_1}{x} = \frac{r-r_1}{y}$$

الوضع الأدنى للحاكمة

3- الحالة الثالثة :



$$\frac{h_2}{x} = \frac{r_2-r}{y}$$

$$F_{c_2} xy\cos\theta_2 + mgy\sin\theta_2 = \frac{F_s + Mg}{2} \times x\cos\theta_2$$

$$F_{c_1} \times y \cos\theta_1 = mgy\sin\theta_1 + \frac{F_s + Mg}{2} \times X \cos\theta_1$$

$F_c = mr\omega^2$

F_s ← قوة النابض

$M = 0$ or ?

مثال: حاكمة هارتنل تعمل باستخدام نابض، إذا كانت كتلة الكرة 2 Kg ونراع الكرة 100 مم ونراع الجلبة 60 مم، والزاوية بين الأذرع قائمة، إذا كانت في الوضع الأدنى نصف قطر الدوران 80 مم ونراع الكرة مماثل لمحور الدوران في الوضع المتوسط للحاكمة»، أوجد قوة النابض F_s التي تجعل الجلبة تتحرك بسرعة 300 r.p.m ؟

الحل:-

$M = 0$

$$F_c \times y = \frac{F_s + Mg}{2} \times X$$

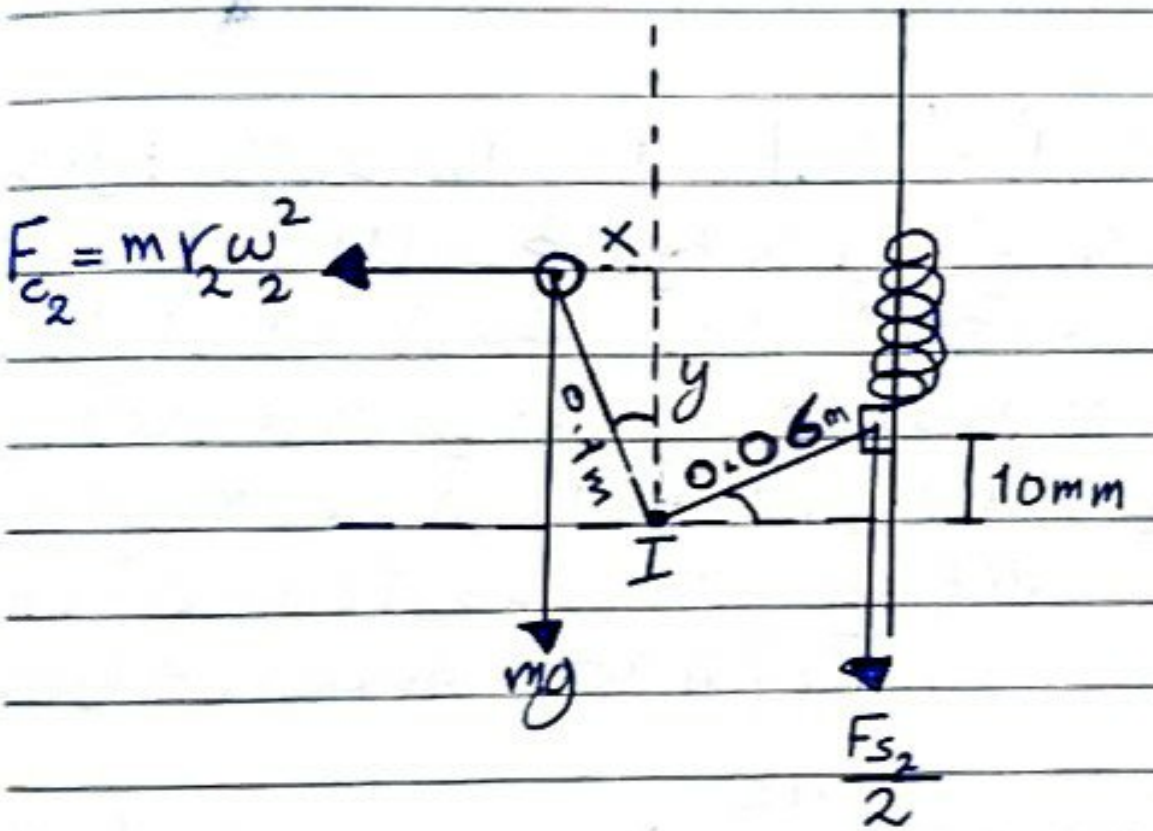
$$mr\omega^2 \times y = \frac{F_s}{2} \times X$$

$$2 \times 0.08 \times \left(300 \times \frac{2\pi}{60}\right)^2 \times 0.1 = \frac{F_{s_1}}{2} \times 0.06$$

$$F_{s_1} = 526.18\ N$$

- إذا علمت أن النابض المستخدم له ثابت $K = 30 \times 10^3 \frac{N}{m}$، فما هي سرعة الاتزان عندما يكون ارتفاع الجلبة 10mm؟

الحل:-



$$\frac{0.01}{0.06} = \frac{x}{0.1}$$

$$x = \frac{0.01 \times 0.1}{0.06}$$

$$x = 0.00167\ m$$

$$r_2 = r_1 + 0.00167$$

بأخذ العزم :—

$$m r_2 \omega_2^2 \times 0.0986 + mg \times 0.01667 = \frac{F_{s_2}}{2} \times 0.06 \cos 9.59$$

$$k = \frac{F_{s_2} - F_{s_1}}{S_2 - S_1} = \frac{F_{s_2} - 526.18}{0.01}$$

$$30 \times 10^3 = \frac{F_{s_2} - 526.18}{0.01}$$

$$F_{s_2} = 300 + 526.18$$

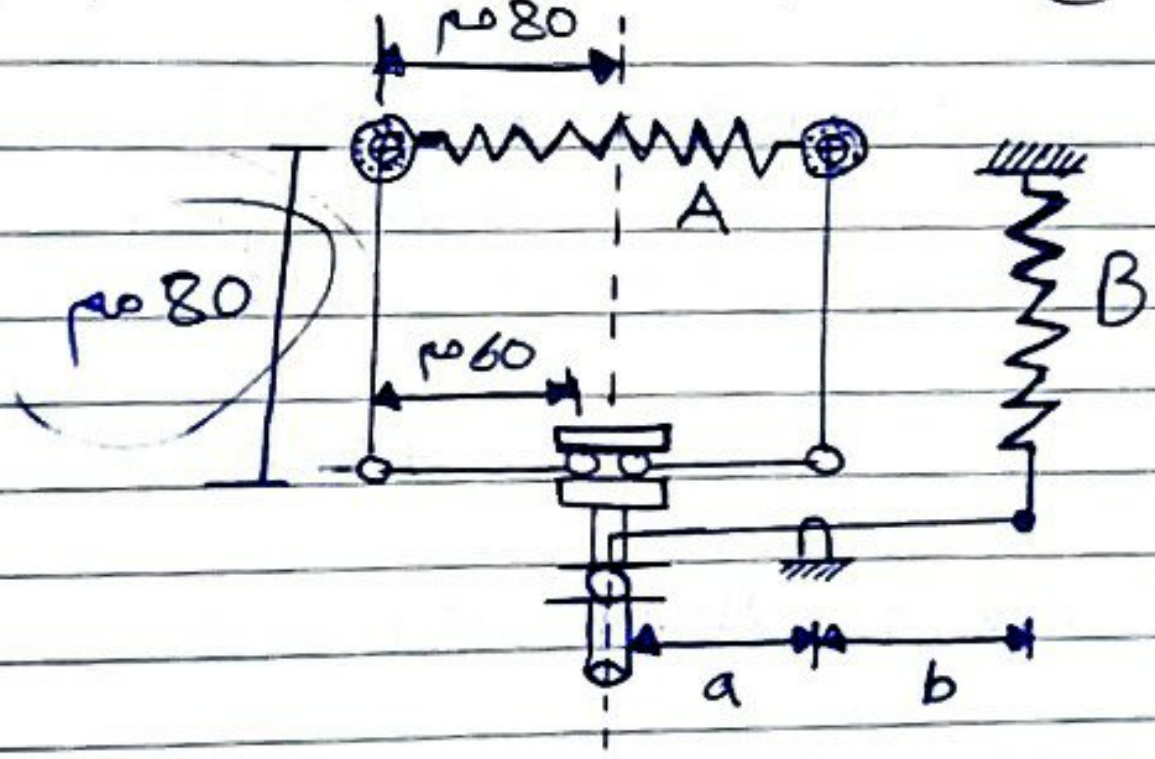
$$F_{s_2} = 826.18\ N$$

وبالتعويض في العلاقة التالية لإيجاد السرعة :—

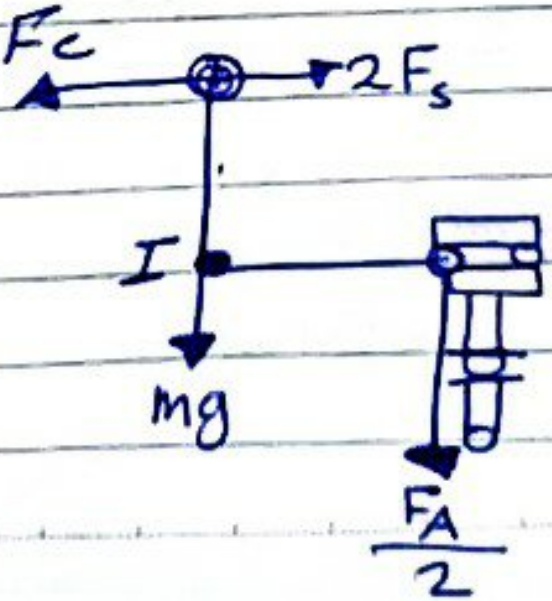
$$2 \times 0.0967 \omega_2^2 \times 0.0986 + (2 \times 9.81 \times 0.01667) = \frac{826.18}{2} \times 0.06 \times \cos 9.59$$

$$\therefore \omega_2 = 35.55\ rad/s \qquad N_2 = 341\ r.p.m$$

- في الشكل المبين حاكمة وينستون هارتنل، كتلة الكرتين 4 كغم متصلتين ببعض بواسطة نابضين، ثابت كل نابض $K = 750 N/m$ والطول الحر للنابض 100 مم، ذراع الكة 80 مم وطول ذراع الحلبة هو 60 مم، والرافعة مرتكزة عند منتصفها، سرعة الحاكمة هي 240 r.p.m في الوضع المتوسط إذا كان ارتفاع الحلبة 75 مم عند زيادة السرعة بنسبة 5% احسب صلابة النابض B؟



الحل:-

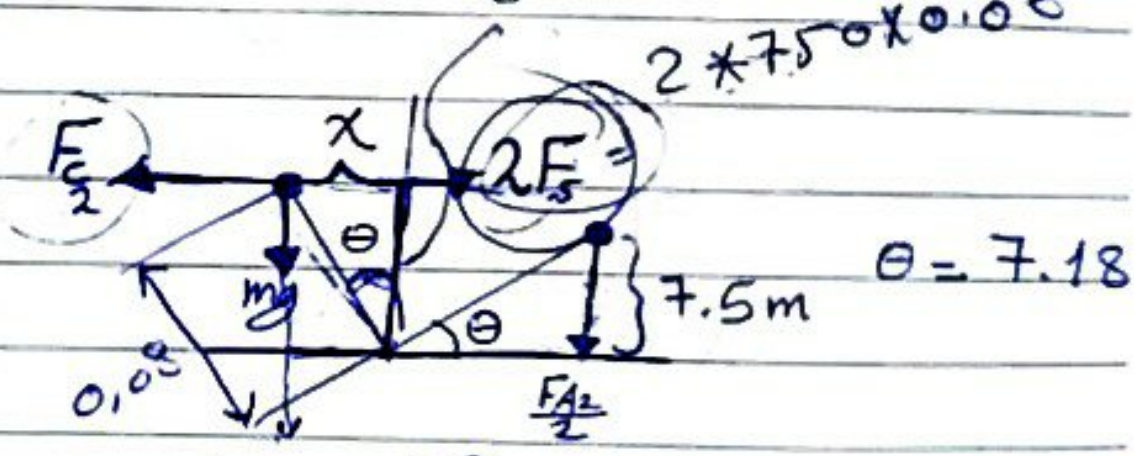


$$\Sigma M_I = 0$$

$$F_{c_1} \times 0.08 = 2F_{s_1} \times 0.08 - \frac{F_A}{2} \times 0.06 = 0$$

$$4 \times 0.08 \left(240 \times \frac{2\pi}{60}\right)^2 \times 0.08 - \left(2 \times 750 \times 0.06 \times 0.08\right) = 0.03 F_A$$

$$F_A = 299.011\,N$$



$$x = \frac{0.08}{0.06} \times 7.5$$

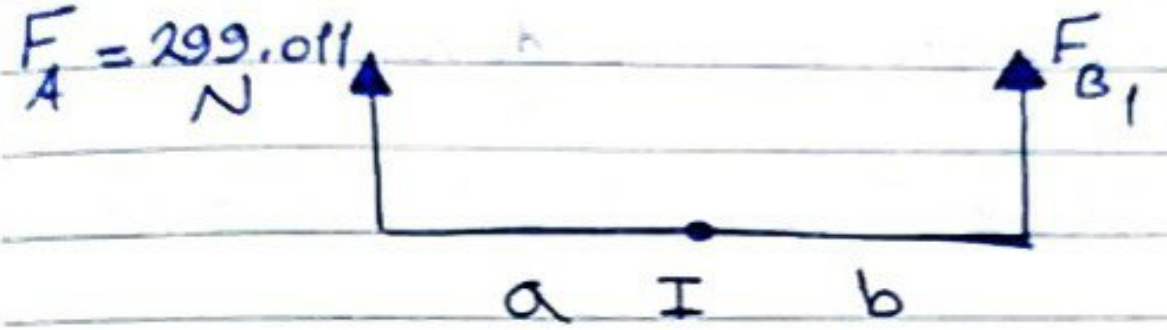
$$x = 10\,mm$$

$$\Sigma M_I = 0$$

$$m r_2 \omega^2 \times 0.08 \cos 7.18 + 4 \times 9.81 \times 0.01 - \left(2 \times 750 \times 0.08^2 \cos 7.18\right) = \frac{F_{A_2}}{2} \times 0.06 \cos 7.18$$

0.08 * 0.08

$$F_{A_2} = 362.18N$$



$$\Sigma M_I = 0$$

$$-299.011 \times a + F_B \times b = 0$$

$$F_{B_1} = 299.011 \left(\frac{a}{b}\right)$$

$a = b$

$$\therefore F_{B_1} = 299.011$$

الإتزان الديناميكي

$$\Sigma F$$

$$R = ma$$

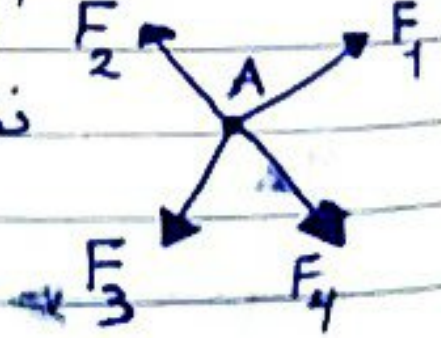
الاتزان

- $a = 0$
  - $R = 0$ حركة بسرعة ثابتة
  - $R = 0$ سكون

- الإتزان الديناميكي :- هو اتزان مجموعة منه القوى التي تكون نتيجة عملية الدوران «قوة الطرد المركزي»

الإتزان «سكون»

- اتزان الجسيم «مجموعة القوى المتلاقية في نقطة واحدة»

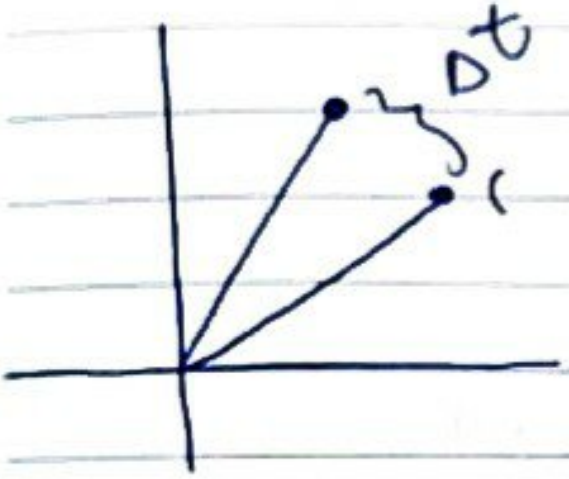


- اتزان الجسم

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

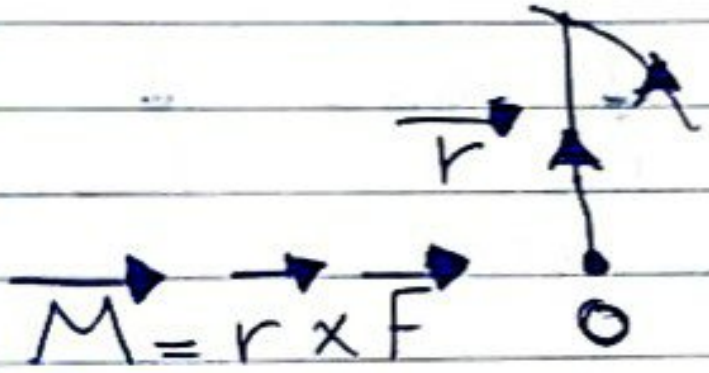
$$\Sigma M = 0$$



$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

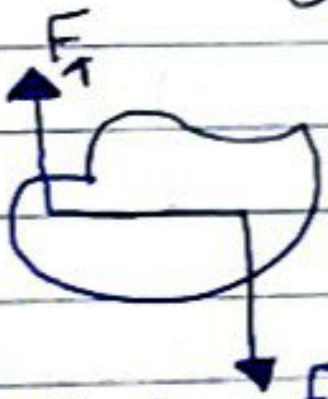
$$R^2 = R_x^2 + R_y^2$$

$$0 = R_x^2 + R_y^2$$



$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{K}$$

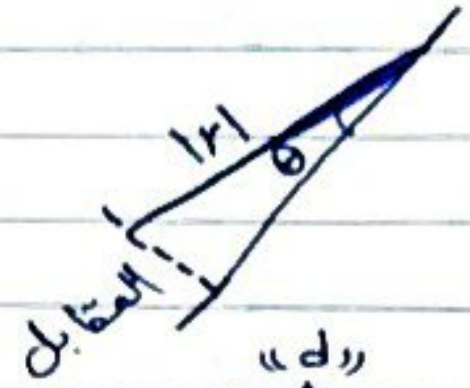


$$M = F \times d$$

$$ax + by + c = 0$$

$$y = \frac{-a}{b} x - \frac{c}{b}$$

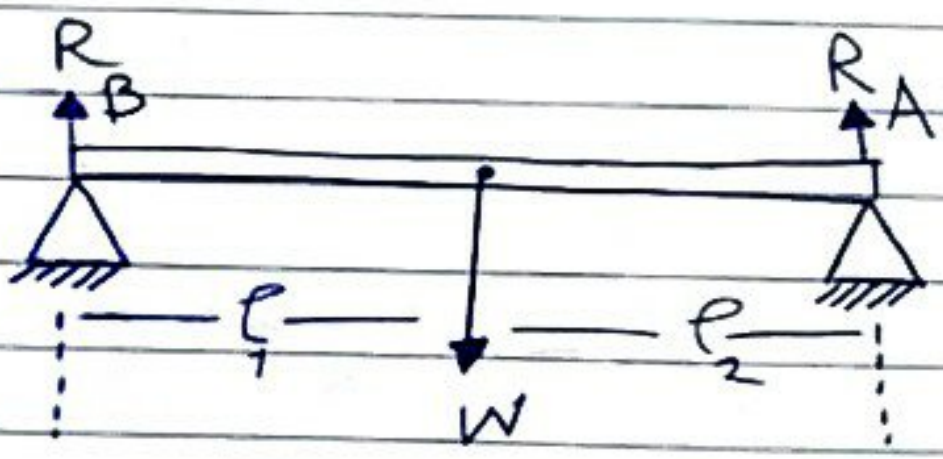
$$ax + by + cz = d_1$$



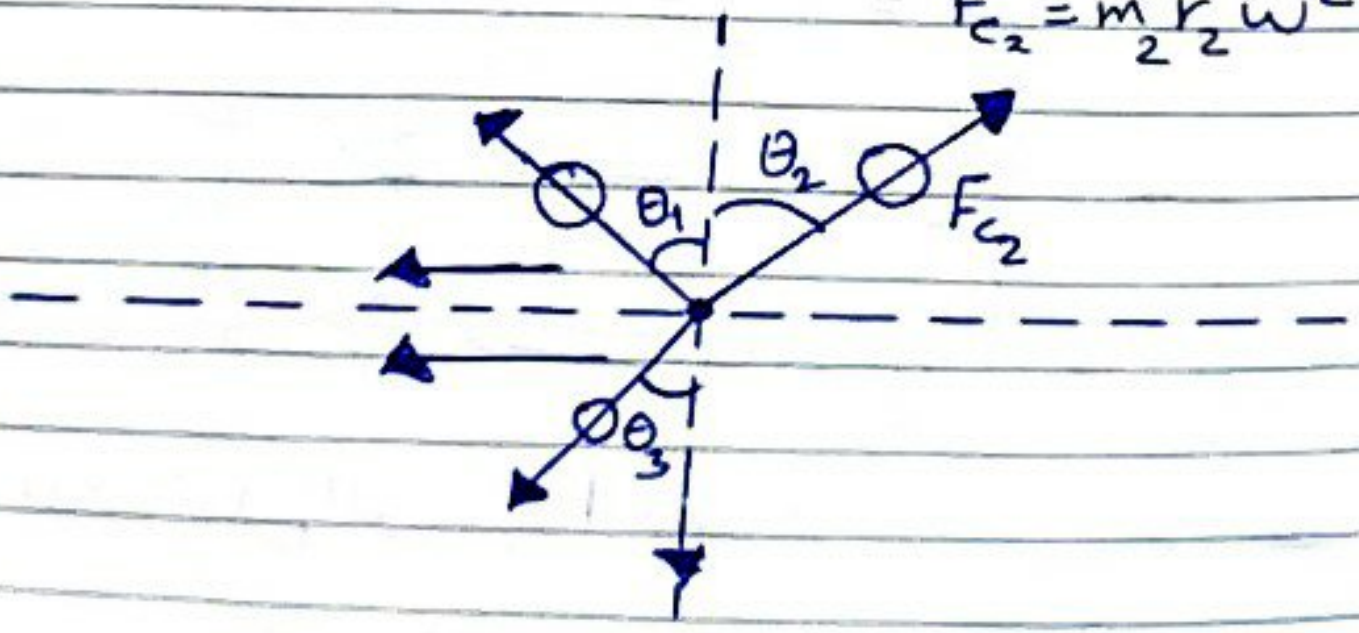
«d»

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{|r|}$$

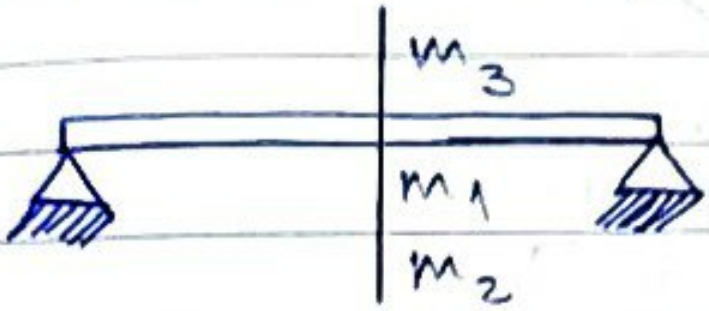
$$d = \sin\theta |r|$$



$$F_{c_2} = m_2 r_2 \omega^2$$



اتزان مجموعة من القوى المتلاقية في نقطة واحدة.



$$R = 0$$

$$R_x = \sum F_x$$

$$R_y = \sum F_y$$

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

اتزان $R = 0 = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$

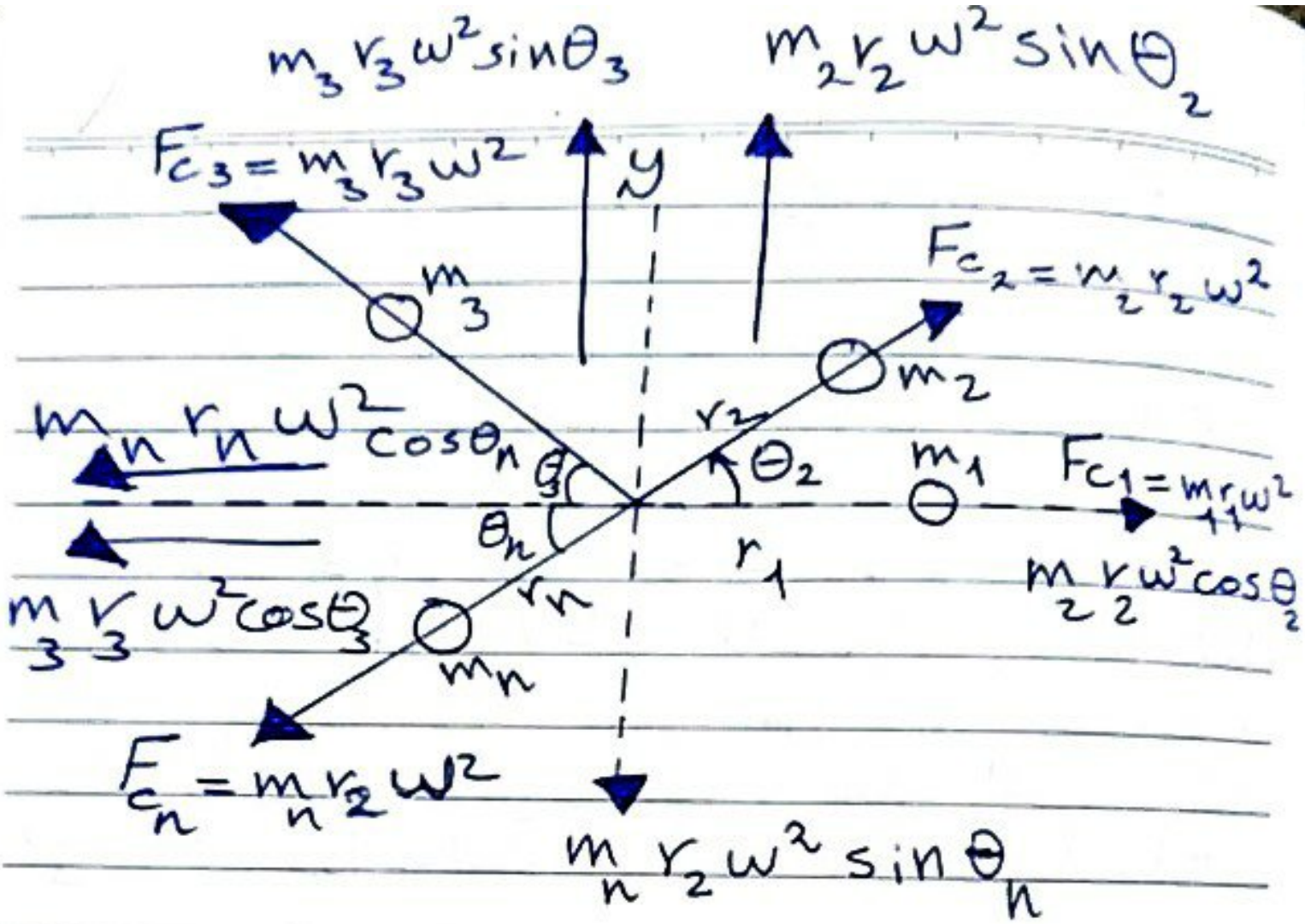
$$0 = R_x^2 + R_y^2$$

$$R_x = 0 \Longrightarrow \sum f_x = 0$$

$$R_y = 0 \Longrightarrow \sum f_y = 0$$

التحليل الرياضي

والاستاتيكي



$$\sum F_x = 0$$

$$m_1 r_1 \omega^2 + m_2 r_2 \omega^2 \cos\theta_2 - m_3 r_3 \omega^2 \cos\theta_3 -$$

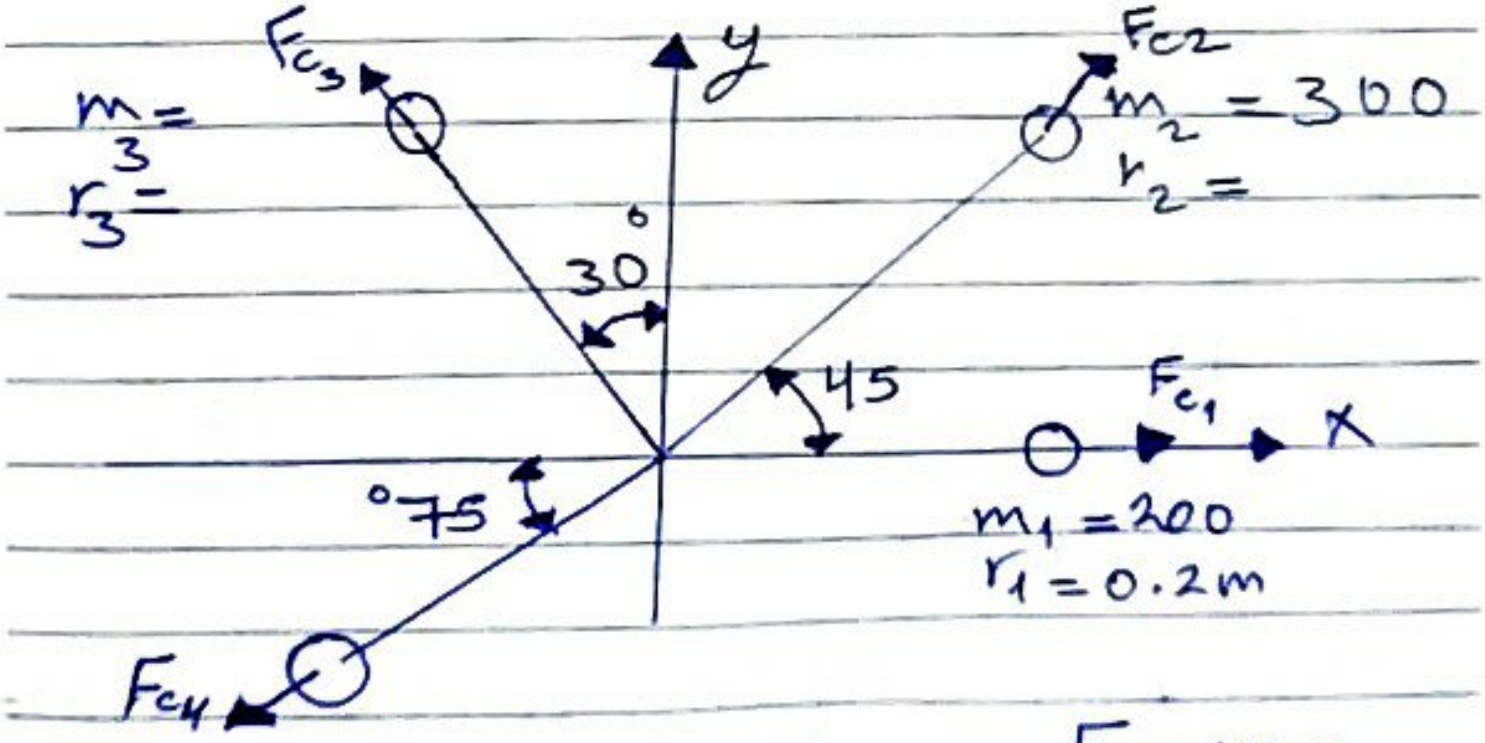
$$m_n r_n \omega^2 \cos\theta_n = 0$$

$$\omega^2 \left(m_1 r_1 + m_2 r_2 \cos\theta_2 - m_3 r_3 \cos\theta_3 - m_n r_n \cos\theta_n \right) = 0$$

مثال 1 :- أوجد كتل m_1, m_2, m_3, m_4 :-

$m_1 = 200Kg$ ، $m_2 = 300Kg$ ، $m_3 = 240Kg$ ، ولها أنصاف الأقطار :- $m_4 = 260Kg$.

$r_1 = 0.2m$ ، $r_2 = 0.15m$ ، $r_3 = 0.25m$ ، $r_4 = 0.33m$ إذا كانت الزاوية بين الكتلة m_1 و m_2 هي 45° والكتلة m_3 و m_4 هي 120° والكتلة m_1 و m_2 هي 255° وجد موضع ومقدار كتلة التوازن الطلوبة لكي تحدث عملية التوازن إذا كان نصف القطر $0.2m$ ؟



$F_c = 40N$

$F_2^1 = 45N$

$F_{c3} = 60N$

$F_{c4} = 78N$

نقوم بإيجاد محصلة مجموعة القوى الغير متوازنة.

$F_{c_1} F_{c_2} F_{c_3} F_{c_4}$:

$$R_x = \Sigma F_x$$

$$R_x = 40 + 45\cos 45 - 60\sin 30 - 78\cos 75$$

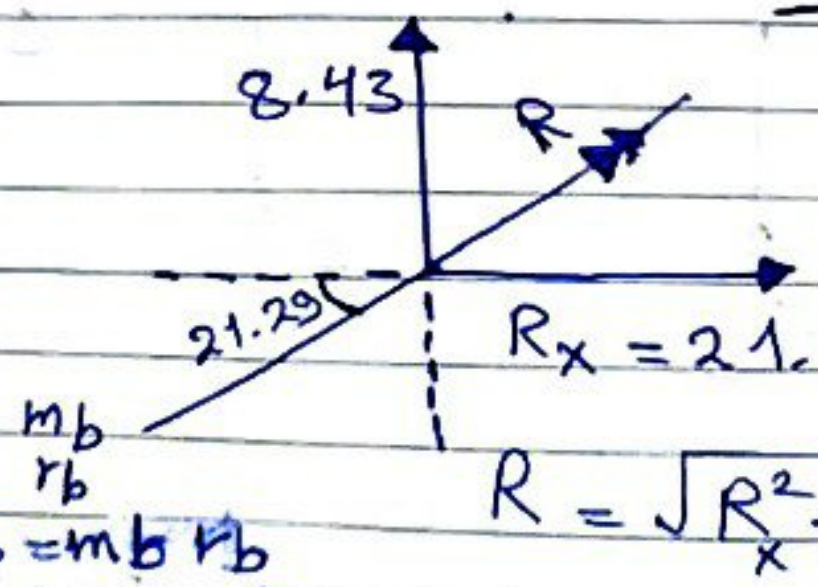
$$R_x = 21.63 \longrightarrow$$

$$R_y = \Sigma F_y$$

$$R_y = 45\sin 45 + 60\cos 30 - 78\sin 75$$

$$R_y = 8.43 \uparrow$$

المحصلة :



$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = \sqrt{(21.63)^2 + (8.43)^2} \Longrightarrow R = 23.21$$

$$\theta = \tan^{-1} \longrightarrow \frac{R_y}{R_x}$$

$$\theta = 21.29°$$

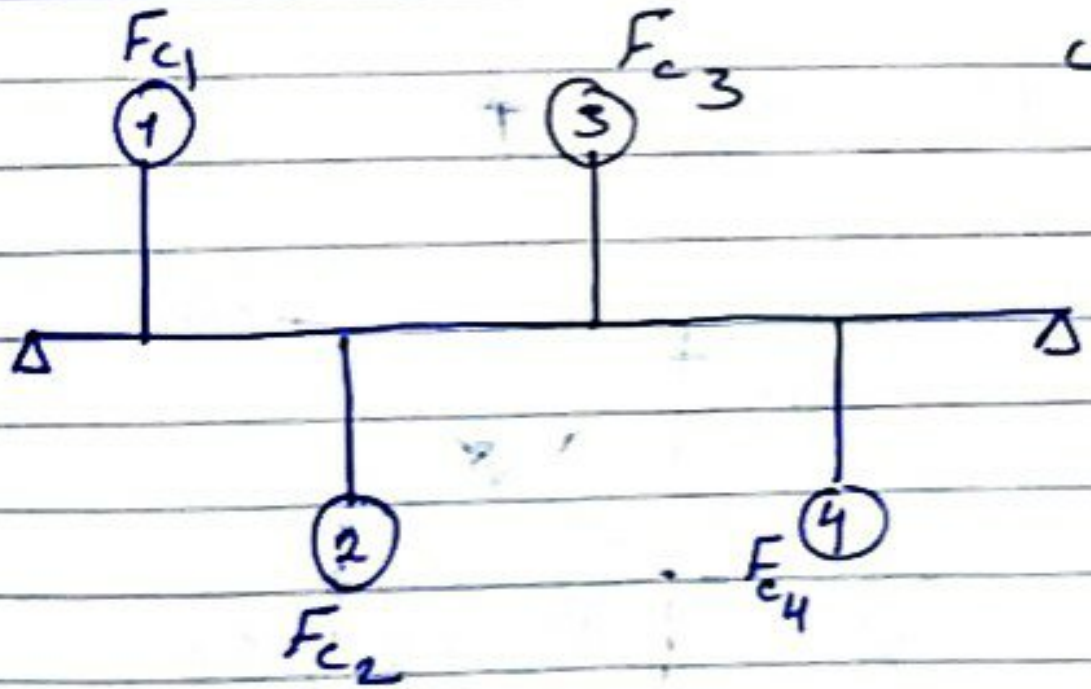
$$F_b = m_b r_b = 23.21$$

$$r_b = 0.2\ m \qquad F = m_b r_b$$

$$\therefore m_b \times 0.2 = 23.21 \qquad m_b = \frac{F}{r_b}$$

$$\therefore m_b = 116.05\ Kg$$

لا تنبات



$$\sum M = 0$$

$$R = 0$$

$$\cancel{R} = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R_x^2 + R_y^2 = 0$$

$$\Sigma F_x = 0$$

$$\Sigma F_y = 0$$

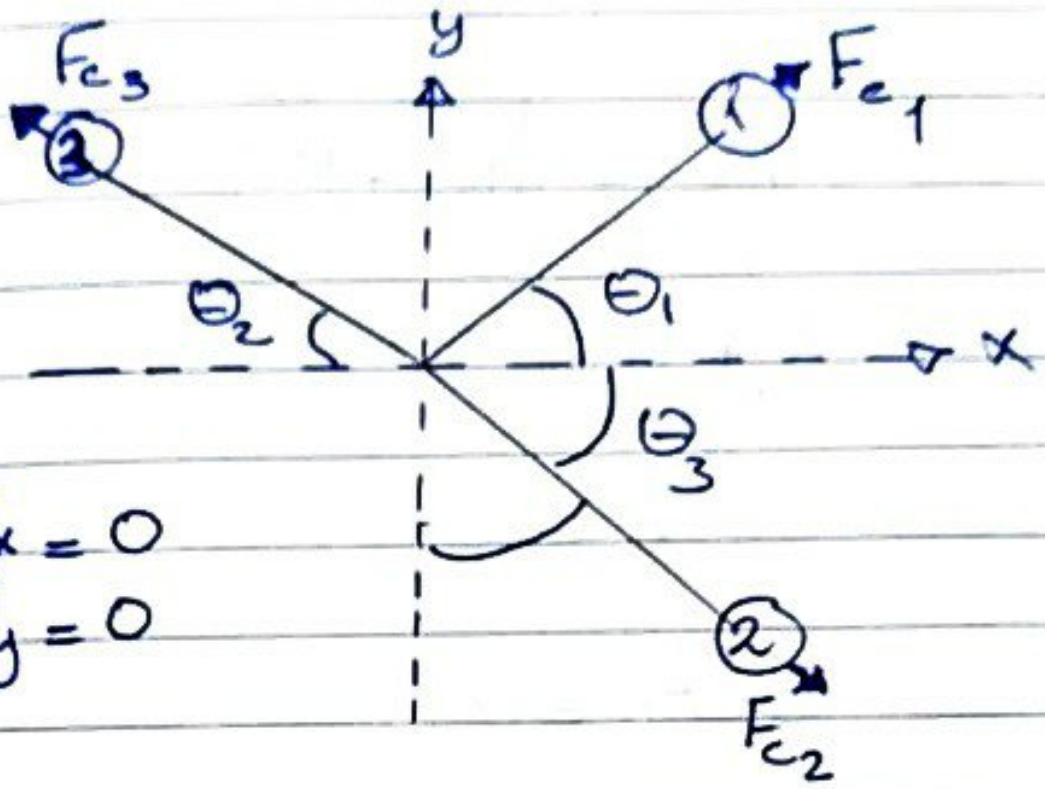
$$\sum_{i=1}^{n} F_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^{i=n} m_i r_i \omega^2 = 0$$

$$(\omega^2) \sum_{i=1}^{n} m_i r_i = 0$$

$$\sum m_i r_i = 0$$

$$\Sigma M = 0$$



$\Sigma F_x = 0$

$\Sigma F_y = 0$

$$(m_1 r_1 \cos\theta_1 + m_2 r_2 \cos\theta_2 - m_3 r_3 \cos\theta_3) = 0$$

$$(m_1 r_1 \sin\theta_1 + m_3 r \sin\theta_3 - m_2 r_2 \sin\theta_2) = 0$$

مسألة 2: ـ عمود دوار يحمل أربع كتل A، B، C و D مقدار كل منه الكتل: ـ

$m_A = 200Kg$ $m_B = 300Kg$

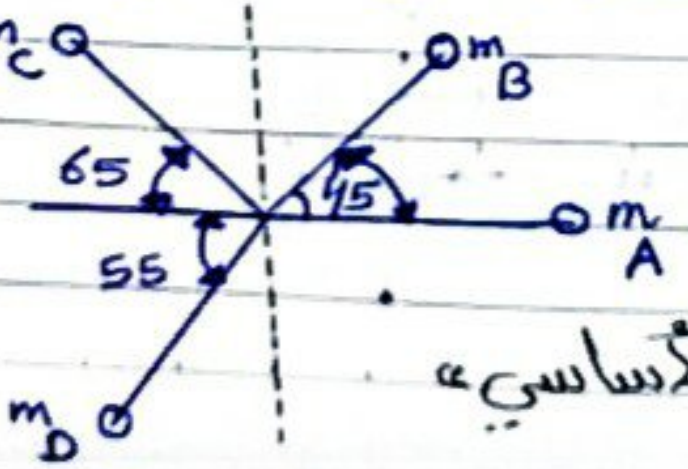
$m_C = 400Kg$ $m_D = 200Kg$

وأنصاف أقطارهم: ـ

$r_A = 80mm$ $r_B = 70mm$

$r_C = 60mm$ $r_D = 80mm$

وتدور هذه الكتل في مستويات تتباعد عن بعضها حيث تبعد مستويات مقاسة من مستوى الكتلة «A» بحيث A بعد مستوى الكتلة B 300mm، والكتلة C تبعد عن A 400mm والكتلة D 700mm، وكان الوضع الزاوي للكتل كالآتي: ـ «عكس عقارب الساعة



«الوضع الأساسي»

وفي هذا الوضع يكون النظام «غير متزن ديناميكيا»

ويمكن أن يحدث الإتزان الديناميكي من خلال

إضافة كتلتين عند المستوى X وعند المستوى Y

بحيث يبعد المستوى A على المستوى X 100mm ويبعد

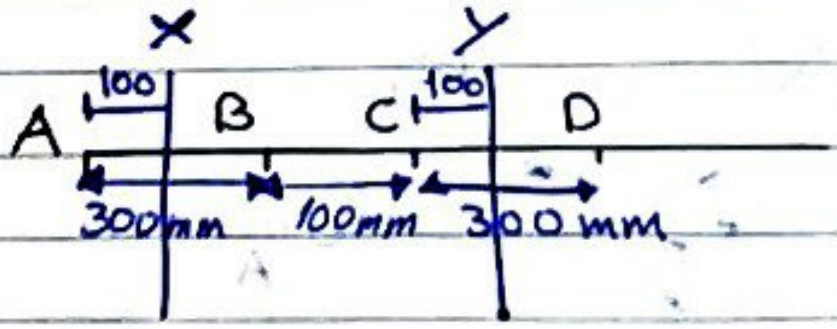
المستوى X عن المستوى Y 400mm والمسافة بين D

والـ Y 200mm فإذا كانت أنصاف الأقطار

لكتلتي التوازن متساويين 100mm > أوجد

مقدار كتلتي التوازن والوضع الزاوي لهما؟

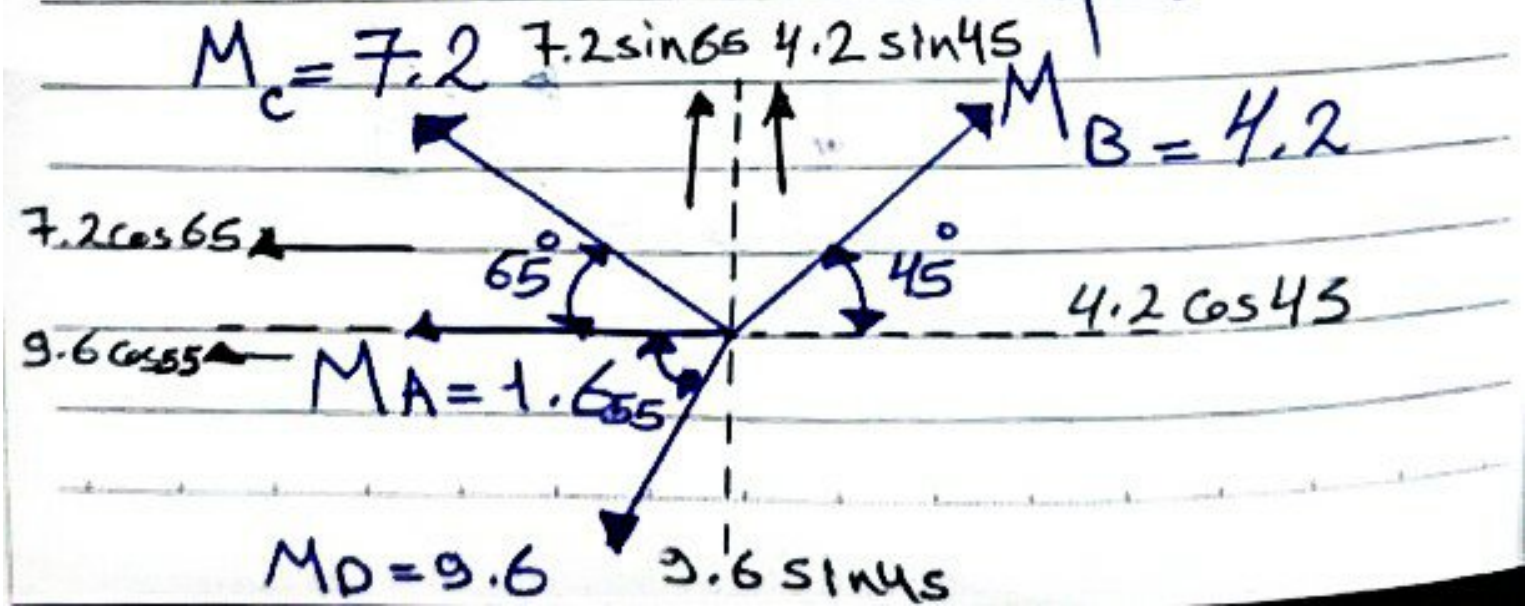
الحل :-



$$\frac{- \quad | \quad +}{\text{نقطة العزم}}$$

الكتلة	m (Kg)	r (m)	F/ω^2 ($N/rad/s^2$)	L (m)	$M = F/\omega^2 \times L$
A	200	0.08	16	-0.1	-1.6
B	300	0.07	21	0.2	4.2
C	400	0.06	24	0.3	7.2
D	200	0.08	16	0.6	9.6
Ref → m_x	m_x	0.1	$0.1 m_x$	0	0
m_y	m_y	0.1	$0.1 m_y$	0.4	$0.04 m_y$

مثلث العزوم:

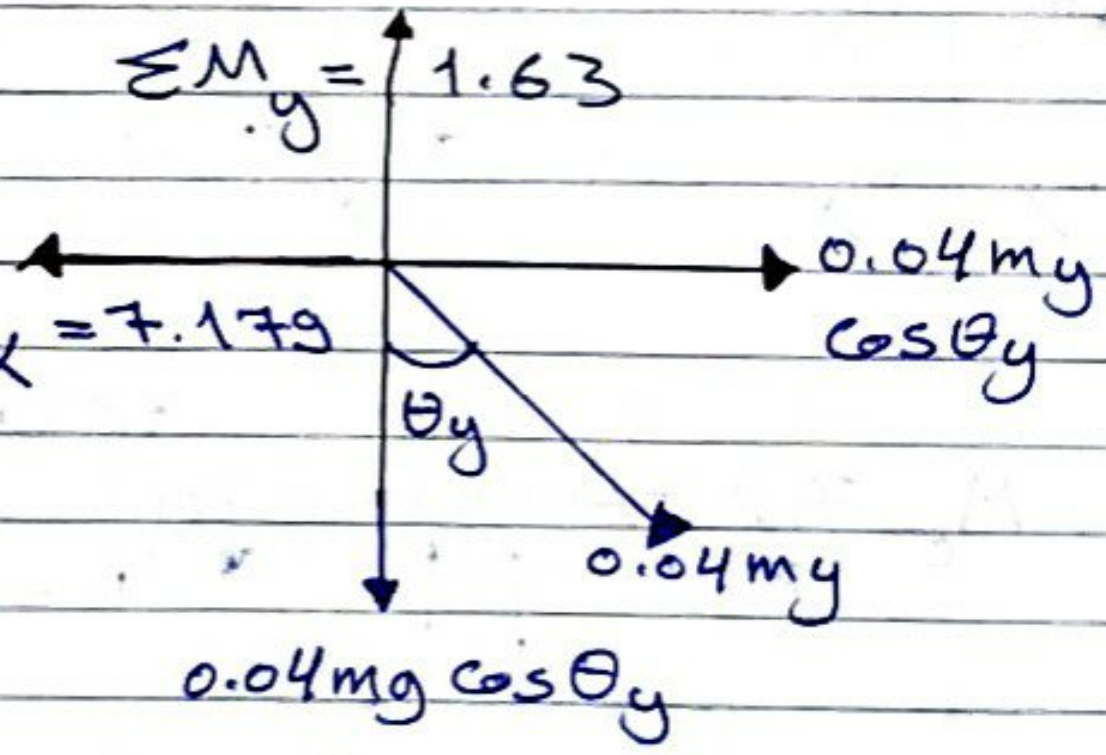


$$\Sigma M_x = 4.2\cos 45 - 7.2\cos 65 - 9.6\cos 55 - 1.6$$

$$\Sigma M_x = -7.179$$

$$\Sigma M_y = 4.2\sin 45 + 7.2\sin 65 - 9.6\sin 55$$

$$\Sigma M_y = 1.63$$



$$(\Sigma M_x) = 0$$

$$0.04 my \sin\theta_y - 7.179 = 0$$

$$0.04 my \sin\theta_y = 7.179 \longrightarrow (1)$$

$$(\Sigma M_y) = 0$$

$$1.63 - 0.04 my \cos\theta_y = 0$$

$$0.04 my \cos\theta_y = 1.63 \longrightarrow (2)$$

من المعادلة (1) و (2)

$$\tan\theta_y = \frac{7.179}{1.63}$$

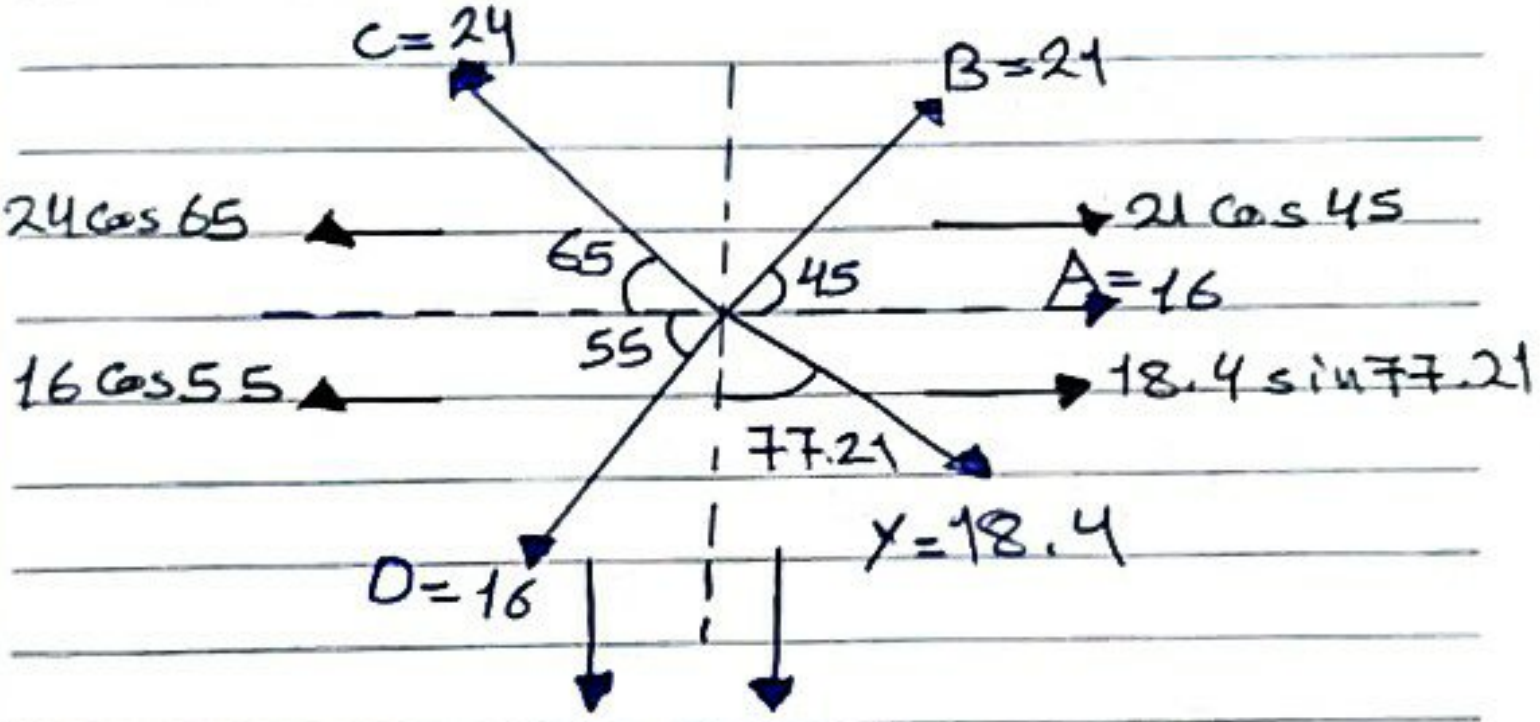
$$\theta_y = \tan^{-1} \frac{7.179}{1.63}$$

$$\theta_y = 77.21^\circ$$

- وبالتعويض في المعادلة (1):

$$m_y = \frac{7.179}{0.04 \sin 77.21}$$

$$m_y = 184.04 \text{ Kg}$$



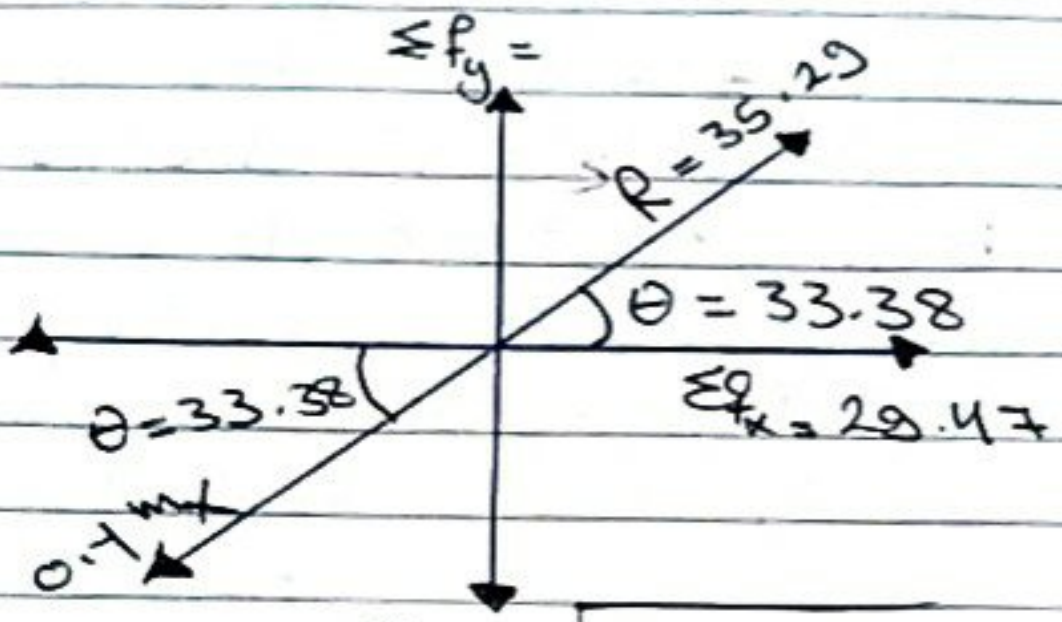
16 sin 55 18.4 cos 77.21

$$\Sigma F_x = 16 + 21 \cos 45 + 18.4 \sin 77.21 - 24 \cos 65 - 16 \cos 55$$

$$\Sigma F_x = 29.$$

$$\Sigma F_y = 21 \sin 45 + 24 \sin 65 - 16 \sin 55 - 18.4 \cos 77.21$$

$\Sigma F_y = 19.42$



$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

$$R = \sqrt{29.27^2 + 19.42^2}$$

$$R = 35.29$$

$$\theta_R = \tan^{-1} \frac{R_y}{R_x}$$

$$\theta_R = 33.38°$$

$$R = 0.1 m_x$$

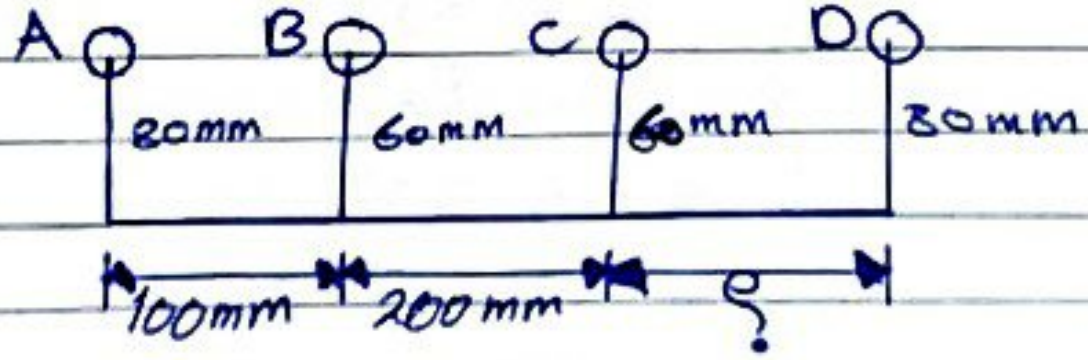
$$35.29 = 0.1 m_x$$

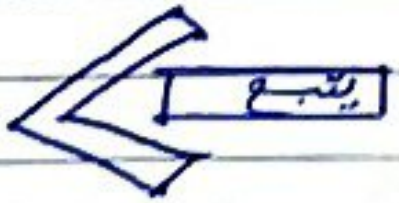
$$m_x = 352.9 \text{ Kg} \rightarrow \theta_x = 33.38° \text{ o } 213.38°$$

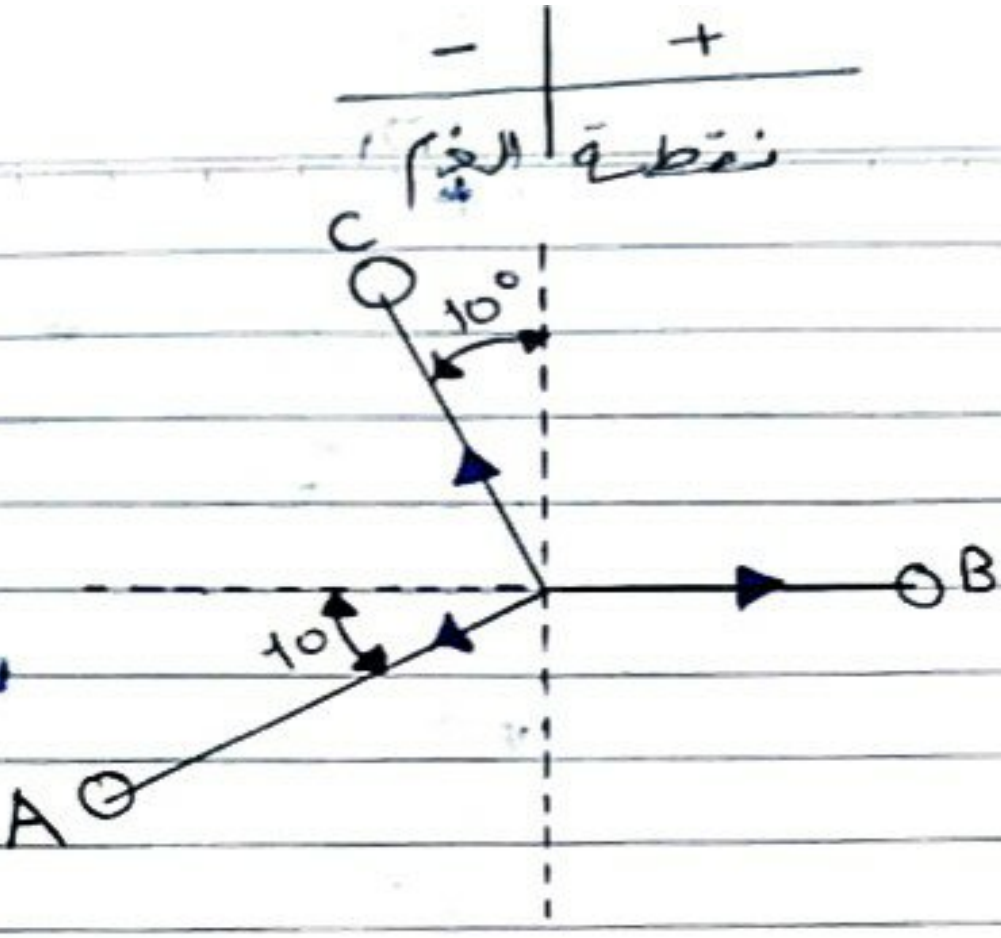
مثال 2 :- عمود دوار يتحمل أربع كتل A، B، C و D، كل منها في مستوى على طول العمود فإذا كانت $m_B = 18Kg$ و $m_C = 12.5Kg$ وأضاف أقطارها 60mm، والكتلة A و D لهما أضاف أقطار 80mm والزاوية بين B و C هي 100° وبين B و A، 190° في اتجاه عكس عقارب الساعة، المسافة بين المستوى A والمستوى B 100mm وبين B و C هي 100mm، فإذا كان العمود في حالة اتزان ديناميكي كامل، أوجد:

1) كتلة A و D؟
2) المسافة العمودية بين A
3) الوضع الزاوي للكتلة A

الحل :-



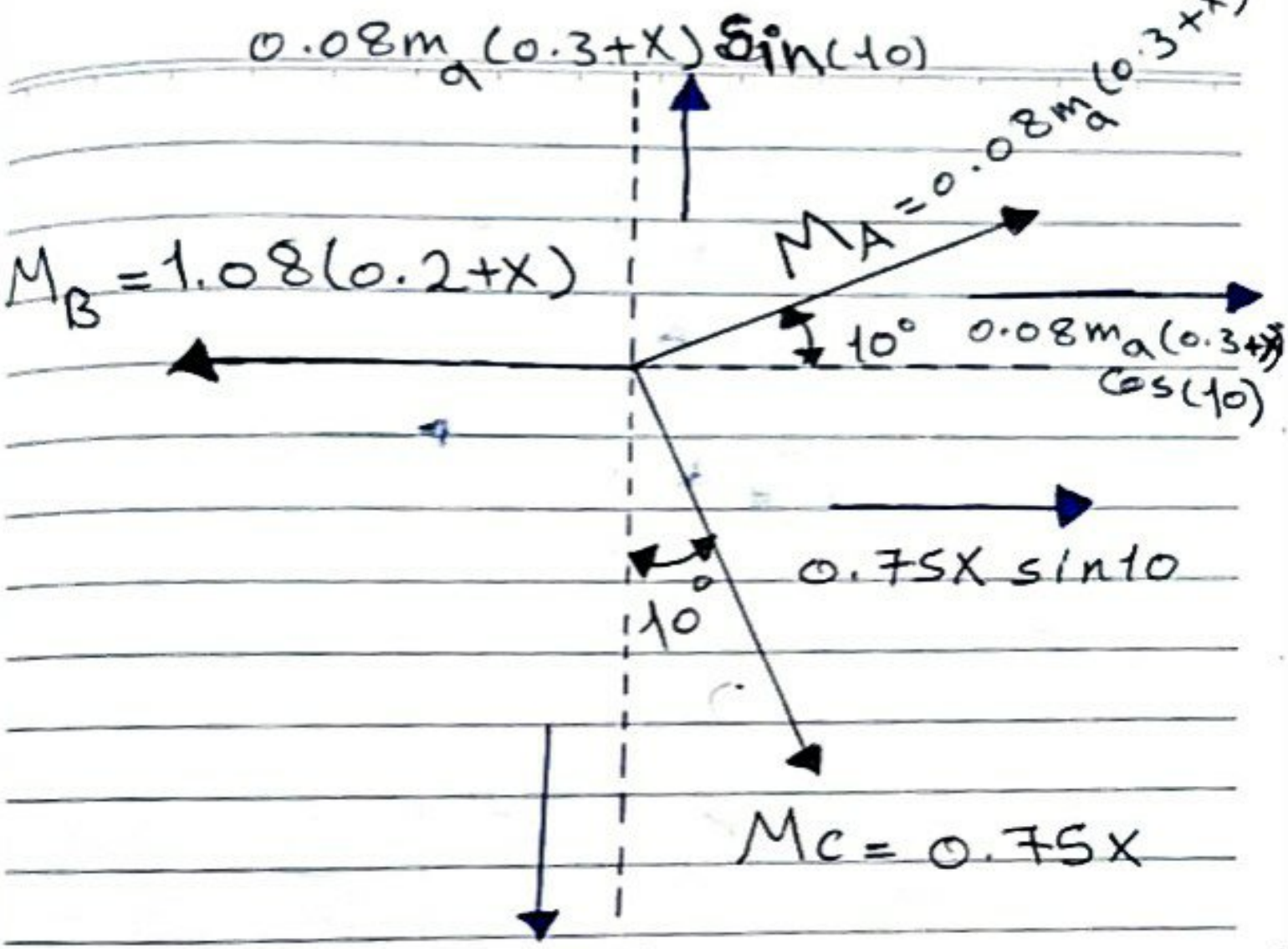




الكتلة	m (Kg)	r (m)	$\frac{F}{\omega^2}$	L (m)	M $\frac{F}{\omega^2} \cdot L$
A	m_A	0.08	$0.08x$ m_a	$-(0.3+X)$	$-0.08m_a$ $X(0.3+X)$
B	18	0.06	1.08	$-(0.2+X)$	-1.08 $X(0.2+X)$
C	12.5	0.06	0.75	$-X$	$-0.75X$
Réf → D	m_D	0.08	$0.08m_D$	0	0

يتبع

- الإشارة بعكس الإتجاه



$$\sum M_A = 0$$

$$0.75X \sin 10 + 0.08 m_a (0.3+X) \cos(10) - 1.08(0.2+X) = 0 \longrightarrow [1]$$

$$\sum M_y = 0$$

$$0.08 m_A (0.3+X) \sin 10 - 0.75X \cos 10 = 0 \quad [2]$$

$$m_A = \frac{0.738X}{0.0138(0.3+X)}$$

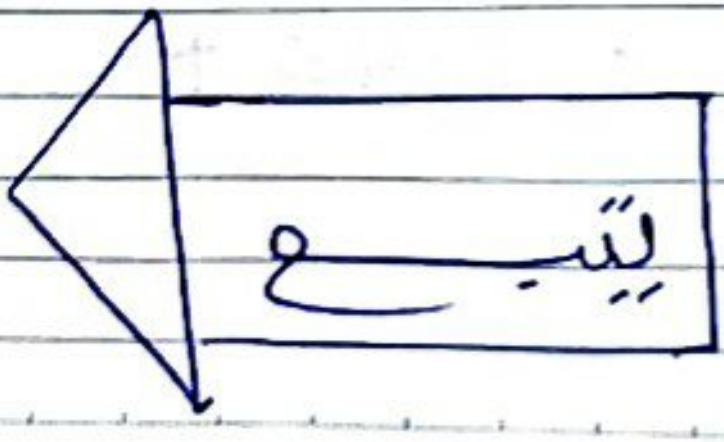
$$m_A = 53.478\,\frac{X}{(0.3+X)}$$

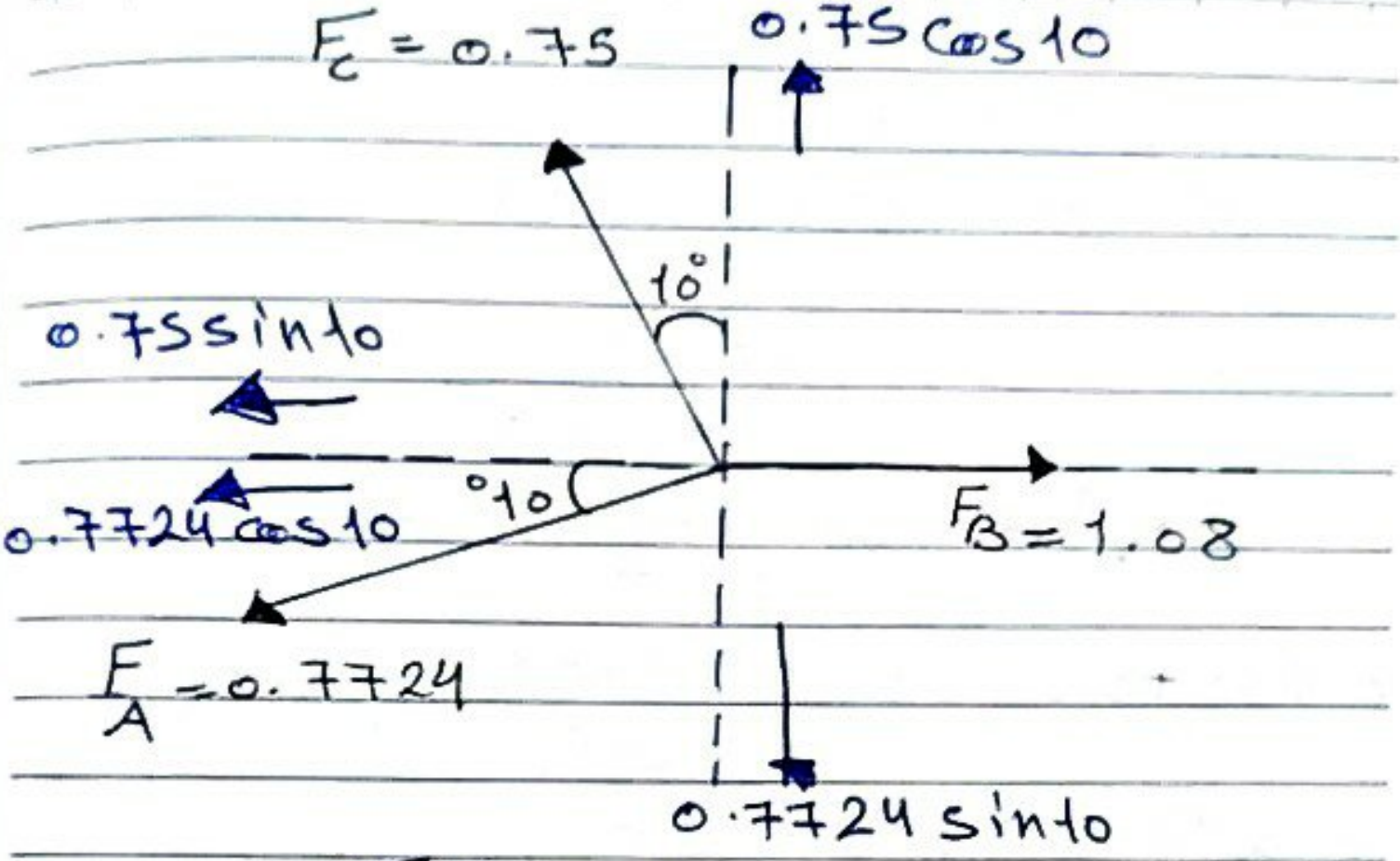
وعند التعويض بـ m_A في المعادلة [1] :-

$$0.13X + 0.0787 \times \frac{53.478X}{(0.3+X)}(0.3+X) - 0.216 - 1.08X = 0$$

$$X_1 = 0.0661\,m \;,\; m_A = \frac{53.478 \times 0.0661}{0.3664}$$

$$\boxed{m_A = 9.655\,Kg}$$



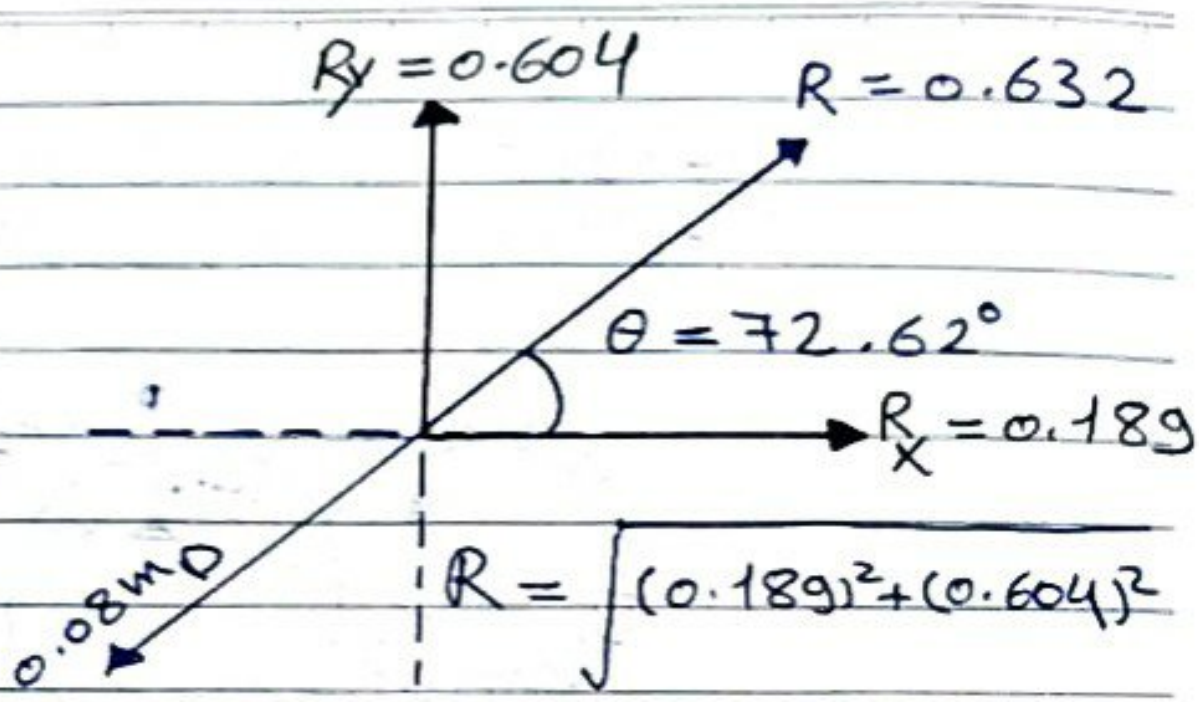


$$\Sigma F_x = 1.08 - 0.7724\cos 10 - 0.75\sin(10)$$

$$\Sigma F_x = 0.189 \longrightarrow$$

$$\Sigma F_y = 0.75\cos 10 - 0.7724\sin 10$$

$$\Sigma F_y = 0.6045 \uparrow$$



$$R = \sqrt{(0.189)^2 + (0.604)^2}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{0.604}{0.189}$$

$$\theta = 72.62°$$

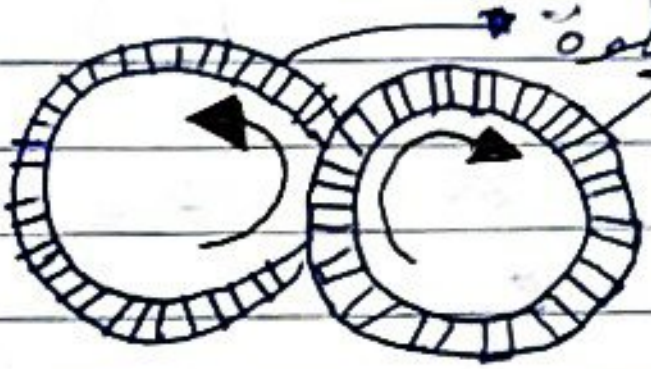
$$0.08 m_D = 0.632$$

$$\frac{m}{D} = \frac{0.632}{0.08}$$

$$\frac{m}{D} = 7.9\,kg$$

B: الكتلة m_D ومقاومة $\theta_D = 252.62°$
عكس عقارب الساعة »

التروس المتشابكة Gears Meshing



دائرة الخطوة: — هي عبارة عن دائرة تخيلية يفترض عندها انتقال الحركة بين التروس المتشابكة.

1- الخطوة الدائرية: — هي محيط دائرة الخطوة مقسوم على عدد الأسنان T:

$$P = \frac{\pi D}{T}$$

2- الخطوة القطرية: —

$$P = \frac{T}{D}$$

$$p = \frac{\pi}{T/p} = \frac{\pi}{\frac{1}{p}} \Rightarrow \frac{1}{p} p = \pi$$

3- المقنن Module

$$m = \frac{D}{T} \rightarrow m = \frac{1}{p}$$

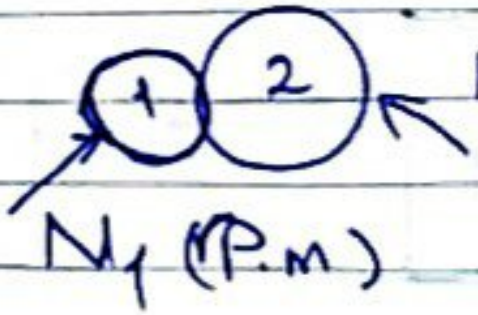
$$p = \pi\left(\frac{D}{T}\right) \quad , \quad p = \pi m$$

$$r = \frac{1}{2} m T \quad \text{و} \quad m = \frac{2r}{T}$$

- أي ترسين لكي ينقلا القدرة يجب أن يكونا من نفس المعيار.

- تصنيف التروس المستعملة :-

1- التروس البسيطة العدلة :- هي عبارة عن تروس لهما خطوط مستقيمة توازي محور الترس.



$$V = \omega r$$

$$V_1 = V_2$$

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

$$\frac{60}{2\pi} \omega_1 r_1 = \frac{60}{2\pi} \omega_2 r_2$$

$$N_1 r_1 = N_2 r_2$$

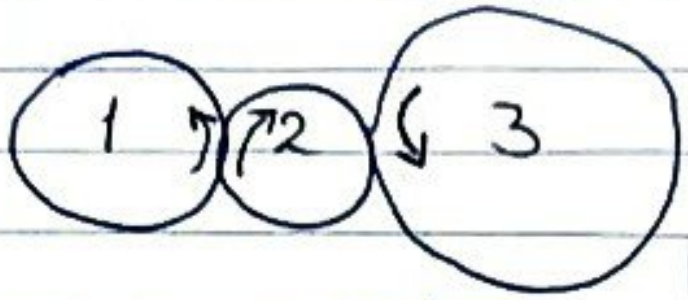
$$N_1 D_1 = N_2 D_2$$

$$\frac{D_1}{T_1} = \frac{D_2}{T_2}$$

$$\frac{N_1 D_1}{D_1/T_1} = \frac{N_2 D_2}{D_2/T_2}$$

$$\boxed{\frac{N_1}{N_2} = \frac{T_2}{T_1}} \Longleftarrow N_1 T_1 = N_2 T_2$$

عدد التروس فردي (+) عدد التروس زوجي (-)



$$\frac{N_1}{N_3} = ?$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \ominus \frac{T_2}{T_1}$$

عكس الإتجاه

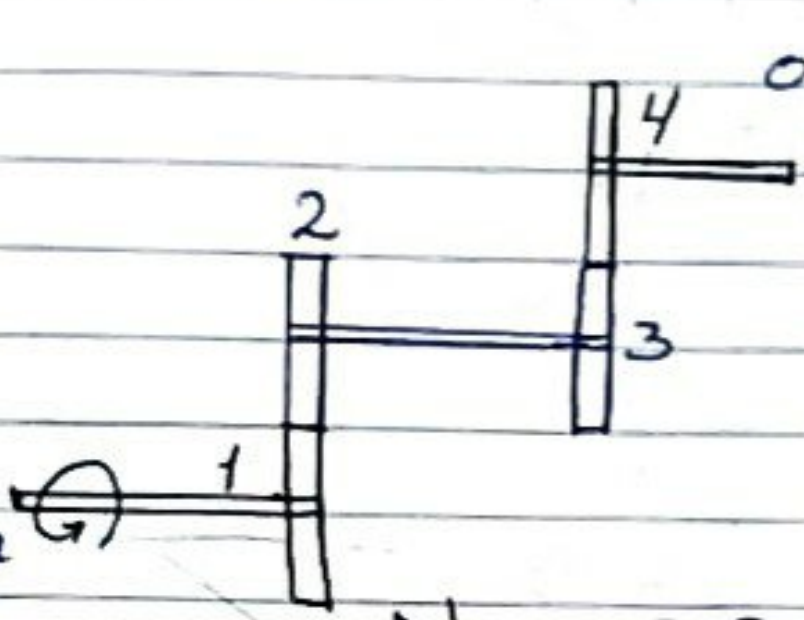
$$\frac{N_2}{N_3} = -\frac{T_3}{T_2}$$

$$\frac{N_1}{\cancel{N_2}} \times \frac{\cancel{N_2}}{N_3} = \frac{-\cancel{T_2}}{T_1} \times \frac{-T_3}{\cancel{T_2}} \Rightarrow \boxed{\frac{N_1}{N_3} = \frac{T_3}{T_1}}$$

- ملاحظة :-

الترس الوسيط لا يؤثر على عملية نقل الحركة.

2- التروس المركبة :- هي مجموعة من التروس المثبتة معا على نفس المحور بحيث تدور كوحدة واحدة وتستخدم لنقل الحركة وتغيير السرعة أو الدفع بكفاءة أكبر مقارنة بالتروس البسيطة.



$$\frac{N_1}{N_4} = ??$$

$$\frac{N_1}{N_2} = -\frac{T_2}{T_1}$$

$N_2 = N_3$ بما تقس المستوى

$$\frac{N_3}{N_4} = \frac{-T_4}{T_3}$$

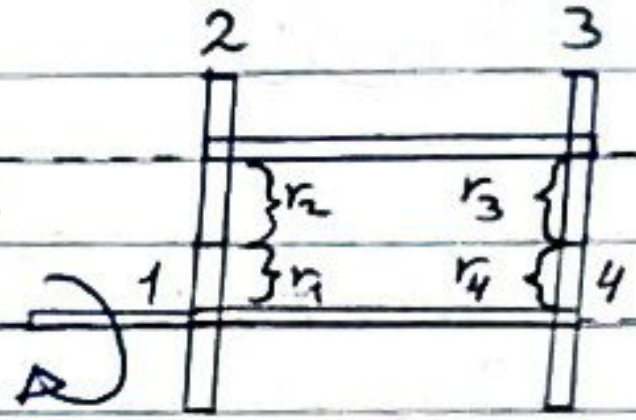
$$\frac{N_1}{\cancel{N_2}} \times \frac{\cancel{N_3}}{N_4} = + \frac{T_2}{T} \frac{T_4}{T_3}$$

$$\frac{N_1}{N_4} = \frac{T_2 \times T_4}{T_1 \times T_3}$$

$$m = \frac{D}{T}$$

$$\frac{D}{2} = \frac{mT}{2}$$

$$r = \frac{1}{2} mT$$



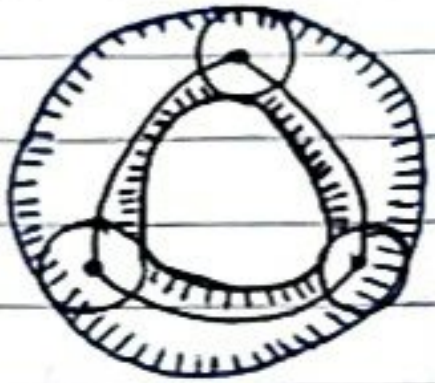
$$m_2 = m_3 \quad , \quad m_1 = m_4$$

$$r_1 + r_2 = r_3 + r_4$$

$$\frac{1}{2} m_1 T_1 + \frac{1}{2} m_2 T_2 = \frac{1}{2} m_3 T_3 + \frac{1}{2} m_4 T_4$$

$$m_1 (T_1 + T_2) = m_3 (T_3 + T_4)$$

4- التروس الكوكبية :- هي نظام تروس يتكون من تروس مركزي تدور حوله تروس أخرى تسمى كوكبية ، وتستخدم للحصول على سرعات وعزم مختلفين في مساحة صغيرة.



مثال (1): مجموعة من التروس المركبة في ماكنة تتكون من A، B، C، D، E، F، العمود المحرك مربوط بالترس A الذي يدور بسرعة 975 rpm، (B، C) ترس مركب و (D، E) ترس مركب، أوجد سرعة الترس F إذا كانت عدد أسنان التروس كالآتي: -

A = 20	B = 50	C = 25
D = 75	E = 26	F = 65

الحل: -

$$\frac{N_A}{N_F} = \frac{T_B \times T_D \times T_F}{T_A \times T_C \times T_E} = \frac{50 \times 75 \times 65}{20 \times 25 \times 26} = 18.75$$

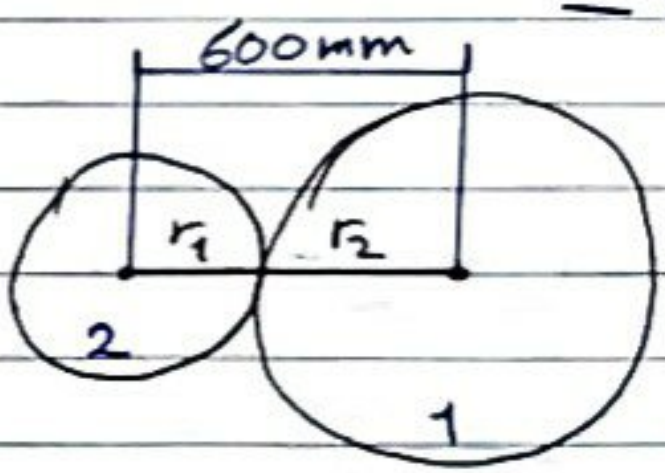
$$N_F = \frac{N_A}{18.75} = \frac{975}{18.75} = 52 \text{ r.p.m}$$

$$m = \frac{D}{T}$$

$$m = \frac{2r}{T} \Longrightarrow r = \frac{1}{2} m T$$

مثال 2 :- عامودين متوازيين متبثين عليهما ترسين المسافه بينهما (600mm) إذا كان الترس الأول يدور بسرعة 120rpm والثاني 360rpm، أوجد عدد الأسنان لكل ترس إذا كان $m_1 = m_2 = 8\ mm$ ؟

الحل :-



$$N_1 = 120\ rpm \qquad N_2 = 360\ rpm$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{T_2}{T_1} \Longrightarrow \frac{120}{360} = \frac{T_2}{T_1}$$

$$\boxed{T_1 = 3\,T_2} \rightarrow (1)$$

$$r_1 + r_2 = 600$$

$$\frac{1}{2} m T_1 + \frac{1}{2} m T_2 = 600$$

$$\frac{1}{2} m (T_1 + T_2) = 600$$

$$T_1 + T_2 = \frac{1200}{8} = 150$$

$$\boxed{T_1 + T_2 = 150} \quad \text{---} \circ (2)$$

وبالتعويض: —

$$3T_2 + T_2 = 150$$

$$T_2 = \frac{150}{4} \Longrightarrow T_2 = 37.5$$

$$T_2 \approx 38$$

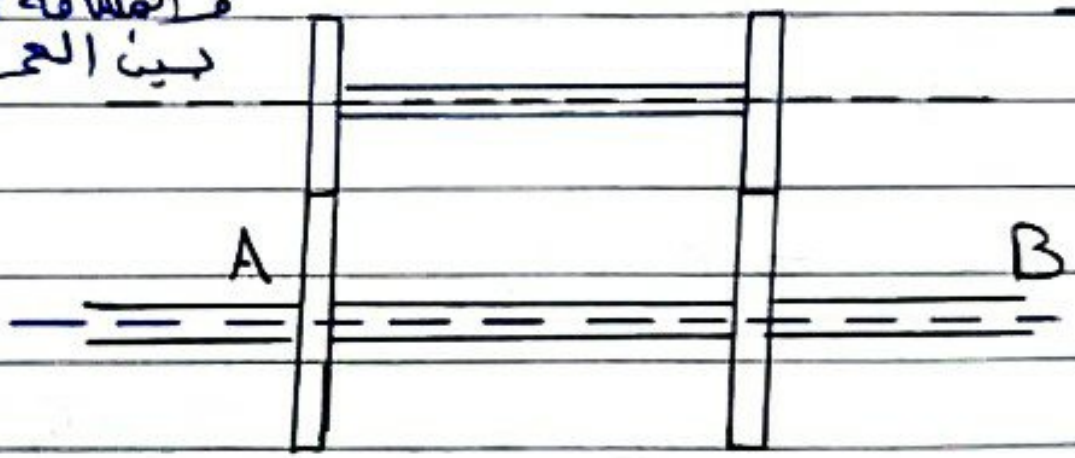
~~$T_1 = 150 - 38 = 112$~~

$$T_1 = 150 - 37.5 = 112.5$$

$$T_1 \approx 113 \text{ mm}$$

مثال 3 :- ترس من النوع المرتد يكون عامود الدخل «A» وعامود الخرج «B» الترس الأول له $n_1 = n_2 = 2mm$ والترسين الآخرين لهما $n_3 = n_4 = 4.5mm$ سرعة دوران «A» لها إثنا عشر ضعف سرعة «B» $n_A = 12 n_B$ أوجد عدد الأسنان المتناسبة لكل ترس على أن لا يقل عدد الأسنان 6 أسنان وكذلك نسبة نقل السرعة الحقيقية، والمسافة العمودية بين العمودين؟

الحل :-



$$\frac{n_1}{n_4} = 12$$

$$\frac{N_1}{N_4} = \frac{N_1}{N_2}\frac{N_3}{N_4} = 12$$

$$\frac{N_1}{N_2} = \sqrt{12}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{12}$$

$$\boxed{T_2 = \sqrt{12}\ T_1} \longrightarrow (1)$$

$$\frac{N_3}{N_4} = \sqrt{12}$$

$$\frac{T_4}{T_3} = \sqrt{12} \longrightarrow \boxed{T_4 = \sqrt{12}\ T_3} \longrightarrow (2)$$

$$\therefore r_1 + r_2 = r_3 + r_4$$

$$m_{1,2}(T_1 + T_2) = m_{3,4}(T_3 + T_4)$$

$$\boxed{2(T_1 + T_2) = 4.5(T_3 + T_4)} \longrightarrow (3)$$

نفرض أنه $T_3 = 18$ وعليه وفق المعادلة 2

فإنه $T_4 = 63$.

وعند التعويض في المعادلة (3).

نحصل على أن:

$$T_1 + T_2 = \frac{4.5 \times 81}{2} = 182.25$$

ومن المعادلة (1):

$$T_1 + \sqrt{12}\, T_1 = 182.25$$

$$T_1 = \frac{182.25}{(1+\sqrt{12})}$$

$$T_1 = 40.8 \approx 41$$

$$T_2 = \sqrt{12} \times 41$$

$$T_2 = 142$$

$$\therefore \frac{N_1}{N_4} = \frac{T_2 \times T_4}{T_1 \times T_3} = \frac{142 \times 63}{41 \times 18}$$

$$\frac{N_1}{N_4} = 12.12$$

ينتج

$$X = r_1 + r_2$$

$$X = \frac{1}{2} m_1 T_1 + \frac{1}{2} m_2 T_2$$

$$m_1 = m_2$$

$$\therefore X = \frac{1}{2} m (T_1 + T_2)$$

$$= 0.5 \times 2 \times (182.25)$$

$$X = 182.25$$

التروس الكوكبية

ترس الشمس

ترس الشمس

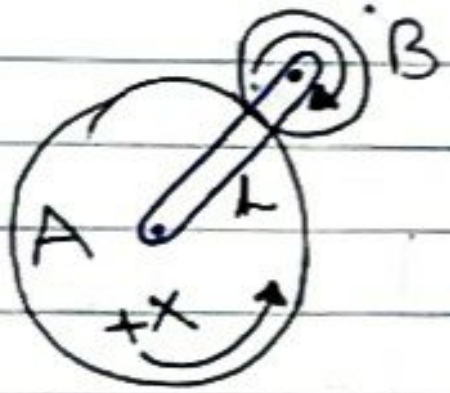
الوصف	S	P	A	L
ثبت الذراع وأعطاء +y لكل الترس	+y	+y	+y	+y
تثبيت الذراع وإعطاء +x لترس الشمس	+x	$-\frac{T_S x}{T_P}$	$-\frac{T_S x}{T_A}$	0
بالجمع	x+y	$y-\frac{T_S x}{T_P}$	$y-\frac{T_S x}{T_A}$	+y

تمثل السرعات الدورانية للتروس

مثال:- ترس كوكبي معشق يتكون من ترسين A و B حيث كانت عدد أسنان الترس A 36 سنة والترس B 45 سنة ويتصلان الترسان بذراع يدور بسرعة 150 rpm عكس عقارب الساعة حول مركز الترس A والذي يكون

في هذه الحالة سرعة صف c أوجد سرعة الترس B إذا كانت سرعة الترس A 340rpm مع عقارب الساعة؟ وكذلك

الحل:-



$$N_B = -x\frac{T_A}{T_B}$$

الوصف	A	B	L (ذراع)
	+y	+y	+y
A لفة x+	+X	$-x\frac{T_A}{T_B}$	0

بالجمع $x+y$ ، $y-x\frac{T_A}{T_B}$ ، y

سرعة الذراع 150r.p.m

سرعة الترس A -300 r.p.m

$$x+y = -300 \quad (1)$$
$$y = +150 \quad (2)$$

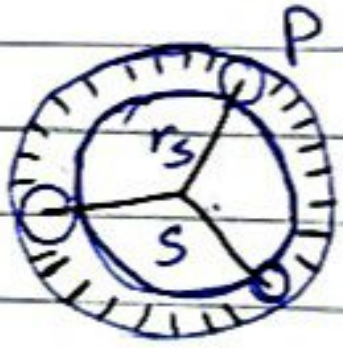
من م ① نعوض بـ y

$$X + 150 = -300$$
$$X = -450$$

$$\therefore N_B = y - \frac{X\, T_A}{T_B}$$

$$N_B = 150 - \left(\frac{-450 \times 36}{45}\right)$$

$$N_B = 510\ r.p.m$$



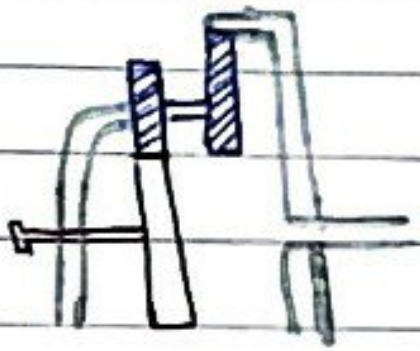
$$r_A = r_S + 2r_P$$

$$\frac{1}{2} m_A T_A = \frac{1}{2} m_S T_S + 2\left(\frac{1}{2} m_P T_P\right)$$

$$\therefore m_A = m_S = m_P$$

$$T_A = T_S + 2T_P$$

- التروس الكوكبية باستخدام التروس المركبة :-



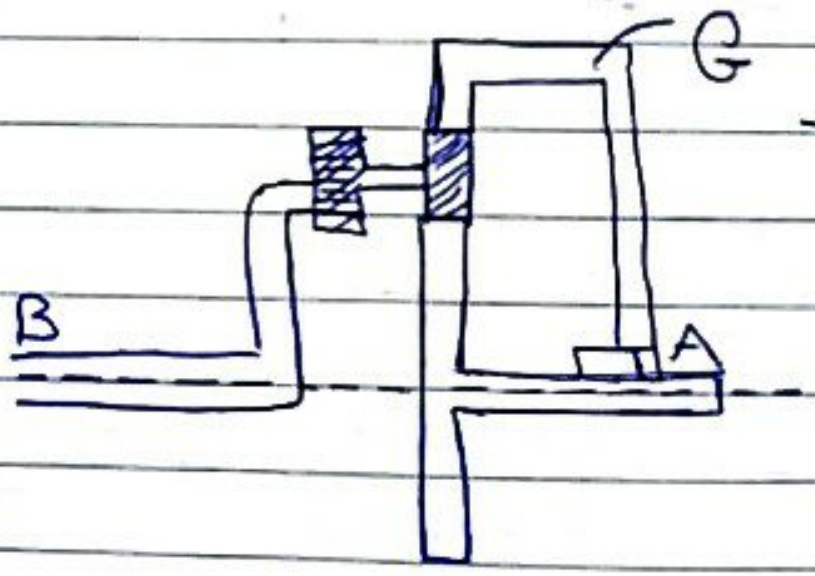
ذراع

	A	B-C	D	E
↑ y^+	$+y$	$+y$	$+y$	$+y$
تثبيت ذ ومعاعطاء X_A	$+X$	$-T_A \frac{N_A}{T_B}$	$T_A \frac{N_A}{T_B} \cdot \frac{T_C}{T_D}$	0

بالجمع $y+X$ ، $y-T_A\frac{N_A}{T_B}$ ، $y-T_A\frac{N_A}{T_B}\cdot\frac{T_C}{T_D}$ ، y

مثال :- ترس كوكبي عمودان A و B منحرة المحور، الترس C يتكون من 50 سن ومثبت على عمود A، الترس المركب (E D) يتعشق مع الترس C بينما E يتعشق مع الترس G، الترس D يكون من 20 سن والترس E يتكون من 35 سن الترس G مثبت أويتم تثبيته، أوجد عدد أسنان الترس الداخلي G، إذا كان العمود A يدور بسرعة 110 rpm أوجد سرعة دوران العمود B والترس G لهما نفس الـ m

الحل :-



$$r_G = r_E + r_D + r_C$$

$$\frac{1}{2} m T_G = \frac{1}{2} m T_E + \frac{1}{2} m T_D + \frac{1}{2} m T_C$$

(x 2)

$$T_G = T_E + T_D + T_C$$

$$T_G = 35 + 20 + 50$$

$$T_G = 105 \text{ سن}$$

- ترس داخلي مع خارجي يدار لهما نفس الإتجاه

الوصف	B/الذراع	D-F	C/A	G	
لفة لجميع التروس	$+y$	$+y$	$+y$	$+y$	
الذراع ثابت وأعطاء لفة للترس C	0	$-X\frac{T_C}{T_D}$	$+X$	$-X\frac{T_C}{T_D}\times\frac{T_E}{T_G}$	
	$+y$	$y-X\frac{T_C}{T_D}$	$y+X$	$y-X\frac{T_C}{T_D}\times\frac{T_E}{T_G}$	بالجمع
	عدد اللفات				

$N_G = 0$ $\quad$ $N_C = 110$

$X+y = 110 \quad \rightarrow (1)$

$y - X\left(\frac{50\times35}{20\times105}\right) = 0$

$x=60$

$y=50$