امتحان نصفي لمقرر تحليل عددي	جامعة مصراتة	أستاذ المقرر
الزمن: 90 دقيقة	كليـــة الهندســـة	مصطفى إدريس أبورويص
	القسم العام	

أجب عن جميع الأسئلة التالية بدقة 5 أرقام عشرية مع تقديم الخطوات التفصيلية للوصول إلى الحل

1. أوجد متسلسلة ماكلورين (*Maclaurin Series*) للدالة $\frac{1}{(1+e^{-x})}$ باستخدام مفكوك ماكلورين للدالة $\frac{1}{(1+x)}$ ثم اثبت أن:

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-x}}{e^{-x}+1} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n}$$

ثم أوجد قيمة التكامل.

2. باستخدام الصيغة التعجيلية اوجد حل منظومة المعادلات التالية عند القيمة الابتدائية (3.5,2.5) وبدقة 0.002

$$2x^2 - xy - 5x + 1 = 0 \qquad x + 3\,log(x) - y^2 = 0$$

3. باستخدام طريقة التنصيف (*Bisection Method*)، احسب الجذر التقريبي للمعادلة غير الخطية $x^3 = 20$ ضمن الفترة [1,4]، احسب فقط ثلاث تكرارات لتقدير الجذر المعادلة واحسِب الخطأ التقريبي النسبي في نهاية كل تكرار بين قيمتي الجذر المتتاليتين..

4. بما أن المعادلة $f(x) = 0$ لها جذر واحد فقط α وكانت $f(x) = x + \tan(\frac{1}{2}x)$
   - بين أن قيمة α تقع داخل الفترة $[3.6, 3.7]$
   - باستخدام طريقة نيوتن – رافسون *(Newton–Raphson)* أوجد الجذر التقريبي للمعادلة بدقة 0.0001

5. أوجد حل النظام الخطي التالي باستخدام طريقة جاوس-سيدل (قم بإجراء ثلاث تكرارات)

$$12x_1 + 3x_2 - 5x_3 = 1$$
$$x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 28$$
$$3x_1 + 7x_2 + 13x_3 = 76$$

6. إذا كانت $g(x) = 8 - 2x^2$ $\qquad$ $y(x) = \ln(x)$

باستخدام طريقة النقطة الثابتة (*Fixed Point*) أوجد نقطة تقاطع الدالتان إذا علمت أنها تقع ضمن الفترة [1,2]، بدقة 0.001

7. أوجد مفكوك تايلور للدالة $f(x) = 1 + 2x - 3x^2$ حول النقطة $(x_0 = 1)$.

انتهت الأسئلة