



ميكانيكا هندسية II

الفصل: الخريف 2024-2025

د. سالم فتحي الشلتات

(قسم العام (هـ. ع 222)) 3 وحدات

اليوم الساعة	10-8	12-10
الأحد	مجموعة (1) د. سالم الشلتات قاعة (203)	مجموعة (2) د. سالم الشلتات قاعة (203)
الثلاثاء	مجموعة (1) د. سالم الشلتات قاعة (203)	مجموعة (2) د. سالم الشلتات قاعة (203)

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

1

الحضور

- **يجب** على الطالب الحضور الكامل والمشاركة في هذا المقرر خلال الفصل الدراسي ، على أية حال سوف يحرم الطالب من درجات اعمال الفصل ومن الدخول للامتحان النهائي اذا تجاوزت نسبة الغياب أكثر من 25% وهذا يعني غياب (8 محاضرات او أكثر خلال الفصل)

- **يجب** على طالب الحضور حسب الجدول المذكور اعلاه كلا حسب مجموعته المسجل بها (كشف الحضور والغياب من قسم التسجيل بالكلية) .

- **التأخير** عن وقت بداية المحاضرة غير مسموح به (حتى لا نزعج الفصل ومن أجل توفير الجو الملائم لاستمرار العملية التعليمية داخل الفصل بدون انقطاع).
للمشاركة داخل الفصل ، على كل طالب أن يرفق معه الاتي في كل محاضرة:

المنهج (ورقي أو الكتروني) - كراسة ملاحظات - قلم - آلة حاسبة.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

2

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مفردات المنهج:

الفصل الاول (Chapter 11): كينماتيكا الجسيمات (Kinematics of Particles)

الفصل الثاني (Chapter 12): كينتيكا الجسيمات : قانون نيوتن الثاني
(Kinetics of Particles: Newton's Second Law)

الفصل الثالث (Chapter 13): كينتيكا الجسيمات : الطاقة والدفع
(Kinetics of Particles: Energy and Momentum Methods)

الفصل الرابع (Chapter 19): اهتزازات ميكانيكية (Mechanical Vibrations)

انتهت مفردات المنهج

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

المراجع

1. Ferdinand P. Beer and others, "**Vector Mechanics For Engineers**", Statics and Dynamics, McGraw- Hill Companies, Ninth Edition , 2010.
2. ج . ل. ميريام ، الميكانيكا الهندسية – المجلد الثاني – الديناميكا ، مركز الكتب الاردني، ترجمة أ. د. الصالحي وآخرون ، شركة الشرق الاوسط للطباعة ، 1998.
3. R. C. Hibbeler, "Engineering Mechanics", Statics and Dynamics, Pearson Prentice Hall, USA, Twelfth Edition, 2010.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

التقييم

الامتحان النهائي 2025-01-11	أعمال فصل	الامتحان الجزئي الثاني 2024-12-	الامتحان الجزئي الأول 2024-11
%60	%10	%15	%15

يوجد نسخ الكترونية من الكتاب المنهجي والاجابة النموذجية والمحاضرات علي موقع classroom او عن طريق الاتصال بأستاذ المقرر، و يمكنك الحصول على نسخة مطبوعة من قرطاسية العوف السريتي مقابل كلية الآداب .

ملاحظة : أرجو منك مراجعة المقررات التي درستها في السابق والاحتفاظ بمناهجها، ومن أهم هذه المقررات هنا (فيزياء 1 ، رياضة 1 ، ميكانيكا هندسية 1 ، رياضة 2) لكي يتسنى للطلاب تتبع وفهم مقرر الميكانيكا الهندسية 2.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

الفصل الافتراضي على موقع قوقل كلاس روم

- الرجاء من جميع الطلبة المسجلين بمقرر ميكانيكا هندسية 2 (الديناميكا) لفصل الخريف 2024/2025 الانضمام الى الغرفة الخاصة بالفصل على موقع قوقل (<https://classroom.google.com>) حيث يمكنك الاستفادة من الاتي: -الاطلاع على المنهج الالكتروني للمقرر،الاطلاع على الاعلانات الخاصة بالمقرر ودرجات الامتحانات واعمال الفصل -نقاش مسائل التمارين ، للتواصل مع أساتذة المقرر.

خطوات الانضمام

-قم بإنشاء ايميل جامعي خاص بك

- اذهب الى الموقع (<https://classroom.google.com>)

-انضم الى مقرر Engineering Mechanics 2 General Department

- ادخل الكود dakbfmc

- أو انسخ الرابط بالاسفل وابحث عنه في محرك القوقل.

صفحة خاصة بالمقرر على القيس بوك
اسم الصفحة :
ميكانيكا هندسية 2 كلية الهندسة

<https://classroom.google.com/c/MzA0MzI2Mjg3M1pa?cjc=dakbfmc>

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

المقدمة

الكينماتيكا: تدرس الحركة من حيث الإزاحة و السرعة والعجلة والوقت بدون العودة للقوى المسببة لها. تستخدم العلاقات الكينماتيكية لمساعدتنا في تحديد المسار لكرة الغولف ، السرعة المدارية للقمر الصناعي ، و التسارع خلال استعراضات الطيران الجوي.



- **الكينيتيكا:** تدرس العلاقات القائمة بين القوى المؤثرة على الجسم، وكتلة الجسم، وحركة الجسم. وتستخدم الكينيتيكا للتنبؤ بالحركة الناجمة عن قوى معينة أو لتحديد القوى المطلوبة لإنتاج حركة معينة.



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

7

7

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مفاهيم أساسية:

1- **الفضاء (Space):** هو المجال الهندسي الذي تشغله الأجسام التي لها مواقع محددة منسوبة الى محاور اساسية. تحتاج مسائل ثنائية الابعاد الى تعيين محورين مستقلين، بينما نحتاج الى تعيين ثلاث محاور مستقلة في مسائل ثلاثية الابعاد.

2- **القوة (Force):** تعرف بأنها تأثير جسم على جسم آخر، حيث تعمل القوة على تحريك اي جسم في اتجاه عملها وهي كمية متجهه.

3- **الجسم المتمايك (Rigid body):** هو جسم ذو أبعاد محدده ولا تكون هناك اي حركة نسبية بين اجزائه.

4- **الجسيم (Particle):** هو ذلك الجسم الذي تهمل أبعاده، ويعبر رياضيا عن ذلك اذا تناهت ابعاد الجسم الى الصفر. وبذلك تتمركز كتلته في نقطة واحدة. أيضا قد يعتبر الجسم المتمايك جسما اذا لم تدخل ابعاده في تحديد وضعه او في تأثير القوى المؤثرة عليه.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

8

8

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

قوانين نيوتن (Newton's Laws) (Isaac Newton, 1642-1727)

- 1- القانون الأول لنيوتن (Newton's First Law): إذا كانت محصلة القوى المؤثرة على جسيم مساوية للصفر فإن الجسيم يظل على حالته من السكون أو الحركة بسرعة منتظمة على خط مستقيم.
- 2- القانون الثاني لنيوتن (Newton's Second Law): إذا كانت محصلة القوى المؤثرة على جسيم لا تساوي الصفر، فإن الجسيم سيكتسب تسارعاً يتناسب مع قيمة محصلة هذه القوة و يعمل في نفس اتجاهها.

$$\sum \vec{F} \propto \vec{a} \rightarrow \sum \vec{F} = M \vec{a}$$

- حيث: $\sum \vec{F}$ هي محصلة القوى المؤثرة على الجسيم، و M هي كتلة الجسيم، و $\vec{a}$ هي عجلة الجسيم.
- 3- القانون الثالث لنيوتن (Newton's Third Law): القوة المؤثرة ورد الفعل بين الأجسام المتلامسة لها نفس القيمة وخط العمل ولكنها متعاكسة اتجاهياً.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

9

9

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

نظام الوحدات:

- | | |
|---|--|
| - نظام الوحدات العالمي: | - نظام الوحدات البريطاني: |
| - الزمن (الثانية) (S) | - الزمن (الثانية) (s) |
| - الكتلة (كيلوجرام) (Kg) | - الكتلة (باوند) (lb) |
| - الطول (متر) (m) | - الطول (قدم) (ft) |
| - القوة (نيوتن) (N) | - القوة (باوند. قوة) (lbf) |
| - العجلة الجاذبية = 9.81 (متر/مربع الثانية) | - العجلة الجاذبية = 32.17 (قدم/مربع الثانية) |

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

10

10

CHAPTER

11

الفصل
الحادي
عشر

Tenth Edition
الطبعة العاشرة

VECTOR MECHANICS FOR ENGINEERS: DYNAMICS

عنوان الكتاب المدرسي (المنهج)

Ferdinand P. Beer
E. Russell Johnston, Jr.
Phillip J. Cornwell
Lecture Notes:
Brian P. Self
California Polytechnic State University



Kinematics of
Particles

كينماتيكا الجسيمات

الفصل الاول



11

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

11

Tenth Edition Vector Mechanics for Engineers: Dynamics	
Contents	المحتويات
<p>ينقسم هذا الفصل الى جزئين اساسيين: الحركة المستقيمة والحركة المنحنية</p>	
<p>الجزء الثاني:</p> <p>الحركة المنحنية : الازاحة ، السرعة ، العجلة . Curvilinear Motion: Position, Velocity & Acceleration مشتقات الدوال الاتجاهية. Derivatives of Vector Functions المركبات المتعامدة (x-y) للسرعة والعجلة . Rectangular Components of Velocity and Acceleration الحركة النسبية (المحاور المتحركة) . Motion Relative to a Frame in Translation المركبات المماسية والمتعامدة (n-t) . Tangential and Normal Components المركبات القطبية (r-θ) . Radial and Transverse Components Sample Problem 11.10 Sample Problem 11.12</p>	<p>الجزء الاول</p> <p>الحركة المستقيمة: الازاحة ، السرعة ، العجلة . Rectilinear Motion: Position, Velocity & Acceleration تحديد حركة الجسيمات. Determination of the Motion of a Particle Sample Problem 11.2 الحركة المستقيمة بسرعة منتظمة. Uniform Rectilinear-Motion الحركة المستقيمة بعجلة منتظمة. Uniformly Accelerated Rectilinear-Motion حركة مجموعة جسيمات : الحركة النسبية. Motion of Several Particles: Relative Motion Sample Problem 11.4 حركة مجموعة جسيمات : الحركة الاعتمادية. Motion of Several Particles: Dependent Motion الحل البياني لمسائل الحركة المستقيمة. Graphical Solution of Rectilinear-Motion Problems</p>



12

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

12

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Introduction

المقدمة

• حركة الجسيمات تشمل: (Particle kinetics includes)

- **الحركة المستقيمة:** موضع وسرعة وعجلة جسيم عندما يتحرك على طول خط مستقيم, إذا تحرك الجسم على خط مستقيم فإن حركته تسمى بالحركة المستقيمة.



- **الحركة المنحنية:** موضع وسرعة وعجلة جسيم عندما يتحرك على طول خط منحنى في بعدين أو ثلاثة أبعاد .

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

13

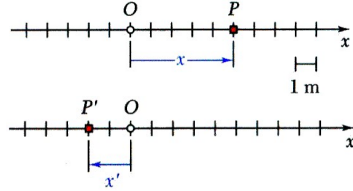
13

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Rectilinear Motion: Position, Velocity & Acceleration.

الحركة المستقيمة: الموضع, السرعة, العجلة

- **الحركة المستقيمة:** جسيم يتحرك على طول خط مستقيم



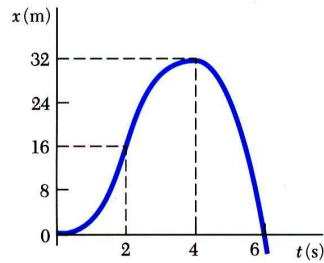
- يتم تعريف احداثي الموضع من خلال المسافة موجبة او سالبة من نقطة اصل ثابتة (نقطة أسناد معروفة) تقع على الخط.

- يمكن معرفة سرعة الجسيم إذا تم تحديد احداثي الموضع للجسيم عند كل قيمة زمن t .

- ربما يكون هذا الاحداثي معرف في صورة دالة , مثال (1) :

$$x = 6t^2 - t^3$$

أو في صورة علاقة بيانية بين المسافة و الزمن

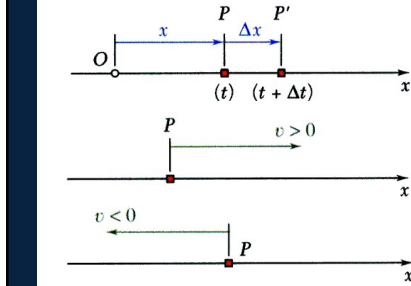


© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

14

14

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

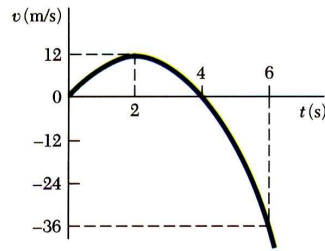


- السرعة: هي معدل تغير الإزاحة بالنسبة للزمن.
- افترض أن جسيم يحتل الموقع P عند زمن t و يحتل الموقع P' عند زمن $t + \Delta t$ ،

$$\text{السرعة المتوسطة} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\text{السرعة اللحظية} = v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

- ممكن أن تكون السرعة اللحظية موجبة أو سالبة ، ويسمى مقدار السرعة بالسرعة القياسية للجسيم.



- من تعريف المشتقة:

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

$$\text{مثال: } x = 6t^2 - t^3$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 12t - 3t^2$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

15

15

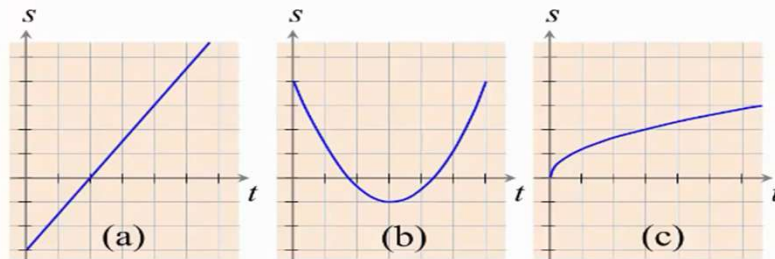
Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving

حل المسألة مع مجموعة من زملائك

أي من العلاقات البيانية التالية يمكن أن تمثل دالة الموضع بالنسبة للزمن في حركة مستقيمة؟

Question 1: Which graph could represent a position-time function for **rectilinear**, **continuous** motion?



(d) All of the above.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

16

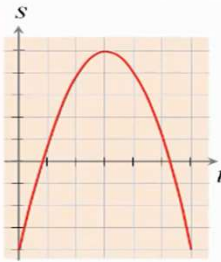
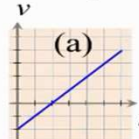
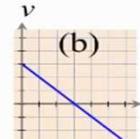
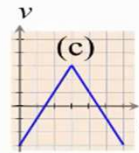
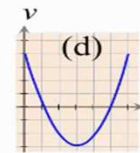
16

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving

لدالة الموضع في الزمن المعطاة ، أي من العلاقات البيانية التالية يمكن ان تمثل دالة السرعة في الزمن؟

Question 2: For the given position-time function, which graph could represent its velocity-time function?



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

17

17

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving

تتحرك الكرة من النقطة -2 الى النقطة 4 ومن ثم تعود الكرة من النقطة 4 الى النقطة -4 ، اذا علمت ان هذه الدورة لحركة الكرة ستأخذ 4 ثواني ، احسب السرعة الاتجاهية المتوسطة للكرة؟

Question 3: If the motion takes place during 4 seconds, what is the average velocity of the ball?



(a) 0.5 m/s

(b) - 0.5 m/s

(c) 3.5 m/s

(d) - 3.5 m/s

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

18

18

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving

تتحرك الكرة من النقطة 2- إلى النقطة 4 ومن ثم تعود الكرة من النقطة 4 إلى النقطة 4- ، إذا علمت ان هذه الدورة لحركة الكرة ستأخذ 4 ثواني ، احسب السرعة القياسية المتوسطة للكرة؟

Question 4: If the motion takes place during 4 seconds, what is the average speed of the ball?



- (a) 0.5 m/s (b) - 0.5 m/s
(c) 3.5 m/s (d) - 3.5 m/s

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

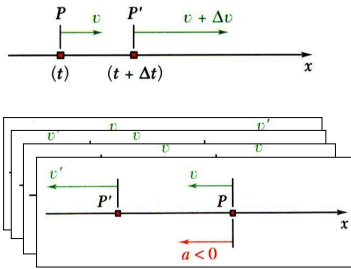
19

19

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Rectilinear Motion: Position, Velocity & Acceleration

الحركة المستقيمة : الموضع ، السرعة ، العجلة



• افرض أن جسيم يتحرك بسرعة v عند زمن t وبسرعة v' عند زمن $t + \Delta t$

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

• العجلة اللحظية ممكن ان تكون :

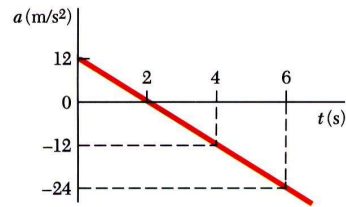
- موجبة : زيادة السرعة الموجبة
- سالبة : نقص السرعة الموجبة
- أو نقص السرعة السالبة
- أو زيادة السرعة السالبة.

• من تعريف المشتقة:

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

e.g. $v = 12t - 3t^2$

$$a = \frac{dv}{dt} = 12 - 6t$$



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

20

20

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Concept Quiz

What is true about the kinematics of a particle?
أي من الفقرات التالية تكون صحيحة عن كينماتيكا الجسيم ؟

a) The velocity of a particle is always positive

أ - سرعة الجسيم دائما تكون موجبة

a) The velocity of a particle is equal to the slope of the position-time graph

ب - سرعة الجسيم تكون مساوية لميل منحنى العلاقة بين الموضع والوقت له.

a) If the position of a particle is zero, then the velocity must zero

ج - إذا كان موضع الجسيم يساوي صفر ، إذن السرعة يجب أن تكون صفر.

a) If the velocity of a particle is zero, then its acceleration must be zero

د - إذا كان سرعة الجسيم تساوي صفر ، إذن عجلته يجب أن تكون صفر.

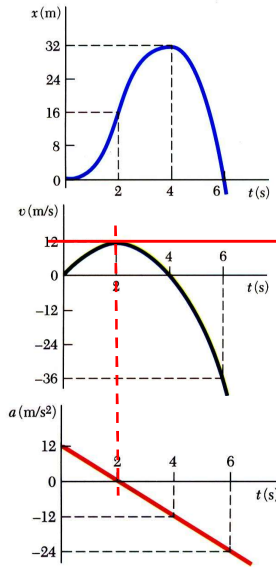
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

21

21

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Rectilinear Motion: Position, Velocity & Acceleration



• من المثال السابق (1):

$$x = 6t^2 - t^3$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 12t - 3t^2$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = 12 - 6t$$

• ما هي قيم x, v, a عند $t = 2$ s ؟

- at $t = 2$ s, $x = 16$ m, $v = v_{max} = 12$ m/s, $a = 0$

• لاحظ ان أقصى سرعة تحدث عند العجلة تساوي صفر ، و ميل المماس لمنحنى السرعة يساوي صفر عند ذلك النقطة .

• ما هي قيم x, v, a عند $t = 4$ s ؟

- at $t = 4$ s, $x = x_{max} = 32$ m, $v = 0$, $a = -12$ m/s²

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

22

22

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

learning objectives الأهداف الأساسية من تعلم المحاضرة رقم 1

- في نهاية هذه المحاضرة يجب على كل طالب أن يكون قادر على الإجابة عن الأسئلة التالية :
- ما هي أهمية حضور المحاضرات وما يترتب على عدم الالتزام بالمجموعات المسجل بها وعلى التأخر على موعد المحاضرة أو عدم المشاركة داخل الفصل ؟
- ماهي طريقة التقييم وتوزيع الدرجات الخاصة بالمقرر ، ومدى أهمية الاتحاق بالفصل الافتراضي على موقع قوقل ومعرفة أماكن الحصول على المنهج الالكتروني للمقرر.
- ماهي أسبقيات هذا المقرر .
- ماذا نعني بـ الكينماتيكا والكينتيكا ؟
- ما هو الفرق بين الجسم والجسيم ؟
- ماهي قوانين نيوتن الثلاثة؟
- ما الفرق بين نظام الوحدات العالمي والبريطاني؟
- ماهي المراجع المقترحة لمقرر الديناميكا لهذا الفصل ؟
- ماهو الفرق بين الحركة المستقيمة والحركة المنحنية؟
- العلاقات بين الموضع والسرعة والعجلة ؟
- الفرق بين السرعة المتوسطة والسرعة اللحظية؟
- الفرق بين السرعة الاتجاهية المتوسطة والسرعة القياسية المتوسطة ؟
- الفرق بين العجلة التزايدية والتقصيرية ؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 23

23

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

أسئلة تفكيرية

السؤال الأول: أنت تقود سيارتك على طريق سريع بسرعة ثابتة، ثم ترى إشارة مرور حمراء على بعد 200 متر. إذا بدأت في تخفيف السرعة تدريجياً حتى توقفت تماماً عند الإشارة، كيف يمكنك وصف حركتك من حيث السرعة والتسارع؟

السؤال الثاني: عندما تركب دراجة هوائية وتنطلق بها في خط مستقيم على طريق مستوي، هل سرعتك وتغيرها ثابتة؟ كيف يمكنك وصف تسارعك في هذه الحالة؟

السؤال الثالث: عندما تركب مصعداً يبدأ بالصعود، ثم يصل إلى سرعة ثابتة قبل أن يتباطأ ويقف، كيف يمكنك وصف الحركة في كل مرحلة؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 24

24

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Tenth
Edition

أسئلة تفكيرية

السؤال الرابع: إذا كنت في ملعب ورميت كرة بشكل أفقي على الأرض، كيف تتحرك الكرة من حيث السرعة والتسارع؟ ما هي العوامل التي تؤثر على حركة الكرة؟

السؤال الخامس: عندما تقف في قطار يتحرك بسرعة ثابتة، تشعر أنك مستقر ولا تشعر بأي قوة إضافية تؤثر عليك. ولكن عند توقف القطار فجأة، تشعر بأن جسمك يندفع إلى الأمام. كيف يمكنك تفسير ذلك باستخدام مفاهيم الحركة في خط مستقيم؟

السؤال السادس: أنت في حافلة بدأت في التحرك فجأة بعد الوقوف. شعرت بأنك تميل إلى الخلف في تلك اللحظة. كيف تفسر هذه الظاهرة بناءً على مفاهيم التسارع؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

25

25

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Tenth
Edition

أسئلة تفكيرية

السؤال السابع: إذا كنت جالسًا في سيارة وتوقفت السيارة فجأة بسبب ضغطه على الفرامل، فإن جسمك يتحرك للأمام. لماذا يحدث ذلك؟ وكيف يرتبط ذلك بمفهوم الحركة في خط مستقيم؟

السؤال الثامن: عندما تقذف كرة لأعلى ثم تعود إلى يدك، كيف يمكنك وصف الحركة في طريقها لأعلى وفي طريقها لأسفل؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

26

26

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Determination of the Motion of a Particle تحديد حركة الجسيمات

نحن عادة ما نحدد عجلة جسيم من القوى المطبقة عليه (سوف نغطي هذا الموضوع تحت درس كينيتيكا الجسيمات لاحقا).

• لدينا بصفة عامة ثلاثة أنواع من الحركة:

- العجلة معطاة كدالة في الزمن $a = f(t)$
- العجلة معطاة كدالة في الموضع $a = f(x)$
- العجلة معطاة كدالة في السرعة $a = f(v)$

فكر في مثال تكون فيه القوة دالة في الموضع ؟ وعندما تكون القوة دالة في السرعة ؟



a spring زنبرك



Drag مقاومة الجر

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

27

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Acceleration as a function of time, position, or velocity العجلة كدالة في الوقت ، الموضع أو السرعة

إذا كان... If...	Kinematic relationship علاقات الكينماتيكا	كامل Integrate
$a = a(t)$	$\frac{dv}{dt} = a(t)$	$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a(t) dt$
$a = a(x)$	$dt = \frac{dx}{v}$ and $a = \frac{dv}{dt}$ $\downarrow$ $v dv = a(x) dx$	$\int_{v_0}^v v dv = \int_{x_0}^x a(x) dx$
$a = a(v)$	$\frac{dv}{dt} = a(v)$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $v \frac{dv}{dx} = a(v)$	$\int_{v_0}^v \frac{dv}{a(v)} = \int_0^t dt$ <hr style="border-top: 1px dashed black;"/> $\int_{x_0}^x dx = \int_{v_0}^v \frac{v dv}{a(v)}$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

28

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

حافلة تقطع مسافة 100km بين A و B بسرعة 50 km/hr ، ثم تقطع مسافة 100km أخرى بين B و C بسرعة 70km/hr . السرعة القياسية المتوسطة للحافلة لرحلة 200km ككل تكون :



Fig. P11.CQ1

SOLUTION

The time required for the bus to travel from A to B is 2 h and from B to C is $100/70 = 1.43$ h, so the total time is 3.43 h and the average speed is $200/3.43 = 58$ mph.

Answer: (c) ◀

أ - أكبر من 60 km/hr .

ب - تساوي 60 km/hr .

ج - أصغر من 60 km/hr .

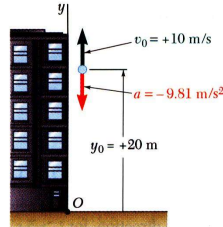
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

29

29

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 11.2



Ball tossed with 10 m/s vertical velocity from window 20 m above ground.

Determine:

- velocity and elevation above ground at time t ,
- highest elevation reached by ball and corresponding time, and
- time when ball will hit the ground and corresponding velocity.

SOLUTION ترجمة المثال:

قذفت كرة بسرعة 10 م / ث موجهة بشكل عمودي نحو الأعلى من نافذة تقع على بعد 20 متراً فوق سطح الأرض. مع العلم بأن عجلة الكرة ثابتة وتساوي 9.81 متر لكل ثانية مربعة باتجاه الهبوط.

أوجد الاتي :

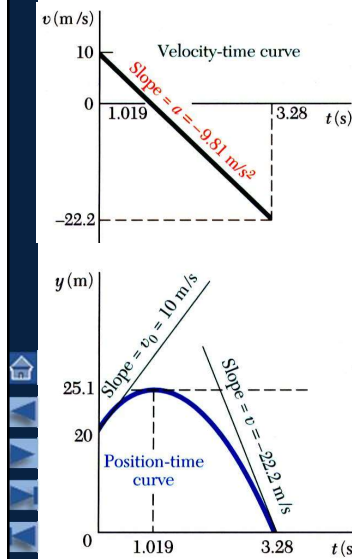
- السرعة v والارتفاع y للكرة عن سطح الأرض عند أي زمن t
- أقصى ارتفاع تصله الكرة والزمن الذي استغرقت له للوصول اليه.
- الزمن والسرعة عندما تلمس الكرة الأرض.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

30

30

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



SOLUTION:

كامل مرتين ليجاد $v(t)$ و $y(t)$

$$\frac{dv}{dt} = a = -9.81 \text{ m/s}^2$$

$$\int_{v_0}^{v(t)} dv = -\int_0^t 9.81 dt \quad v(t) - v_0 = -9.81t$$

$$v(t) = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) t$$

$$\frac{dy}{dt} = v = 10 - 9.81t$$

$$\int_{y_0}^{y(t)} dy = \int_0^t (10 - 9.81t) dt \quad y(t) - y_0 = 10t - \frac{1}{2} 9.81t^2$$

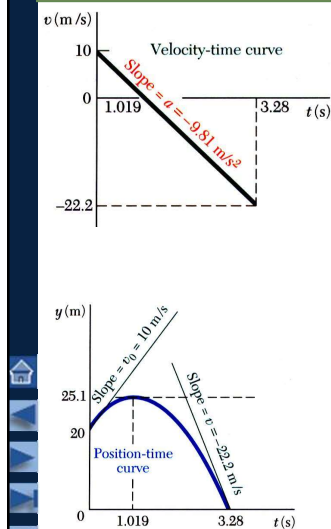
$$y(t) = 20 \text{ m} + \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) t - \left(4.905 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) t^2$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

31

31

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



• حل ليجاد الزمن t عندما تكون السرعة تساوي صفر (زمن الوصول لأقصى ارتفاع) ، واحسب هذا الارتفاع .

$$v(t) = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) t = 0$$

$$t = 1.019 \text{ s}$$

$$y(t) = 20 \text{ m} + \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) t - \left(4.905 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) t^2$$

$$y = 20 \text{ m} + \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) (1.019 \text{ s}) - \left(4.905 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) (1.019 \text{ s})^2$$

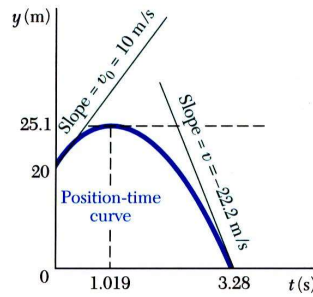
$$y = 25.1 \text{ m}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

32

32

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



• حل لإيجاد الزمن t عندما الارتفاع يساوي صفر (الزمن عند الاصطدام بالأرض) ، واحسب سرعة الكرة عند الاصطدام.

$$y(t) = 20 \text{ m} + \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)t - \left(4.905 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t^2 = 0$$

$$t = -1.243 \text{ s (meaningless)}$$

$$t = 3.28 \text{ s}$$

$$v(t) = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t$$

$$v(3.28 \text{ s}) = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)(3.28 \text{ s})$$

$$v = -22.2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

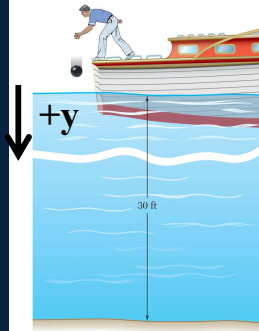
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

33

33

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving



يتم إسقاط كرة البولينج من قارب بحيث تضرب سطح البحيرة بسرعة 15 قدم / ثانية. وإذا افترضنا أن الكرة سوف تواجه تعجيل باتجاه الأسفل يساوي $a = 10 - 0.01v^2$ عندما تكون في الماء، المطلوب تحديد سرعة الكرة عند اصطدامها بقاع البحيرة.

أي من التكاملات يجب علينا أن نستخدم في هذه الحالة؟

$$(a) \int_{v_0}^v dv = \int_0^t a(t) dt$$

$$(c) \int_{v_0}^v v dv = \int_{x_0}^x a(x) dx$$

$$(b) \int_{x_0}^x dx = \int_{v_0}^v \frac{v dv}{a(v)}$$

$$(d) \int_{v_0}^v \frac{dv}{a(v)} = \int_0^t dt$$

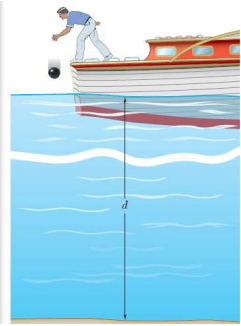
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

34

34

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving



يتم إسقاط كرة البولينج من قارب بحيث تضرب سطح البحيرة بسرعة 16.5 قدم / ثانية. وإذا افترضنا أن الكرة سوف تواجه تعجيل باتجاه الأسفل يساوي $a = 10 - 0.8v$ عندما تكون في الماء، وتحتاج الي 3 ثواني للوصول الي قاع البحيرة. المطلوب تحديد سرعة الكرة عند اصطدامها بقاع البحيرة وعمق البحيرة.

أي من التكاملات يجب علينا أن نستخدم في هذه الحالة؟

$$(a) \int_{v_0}^v dv = \int_0^t a(t) dt$$

$$(c) \int_{v_0}^v v dv = \int_{x_0}^x a(x) dx$$

$$(b) \int_{x_0}^x dx = \int_{v_0}^v \frac{v dv}{a(v)}$$

$$(d) \int_{v_0}^v \frac{dv}{a(v)} = \int_0^t dt$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

35

35

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving



SOLUTION: ترجمة المثال

بدء تشغيل السيارة من السكون وتتسارع وفقا للعلاقة

$$a = 3 - 0.001v^2$$

The car starts from rest and accelerates according to the relationship

$$a = 3 - 0.001v^2$$

It travels around a circular track that has a radius of 200 meters. Calculate the velocity of the car after it has travelled halfway around the track. What is the car's maximum possible speed?

السيارة تتحرك حول مسار دائري يتكون من دائرة نصف قطرها 200 متر. احسب سرعة السيارة بعد أن تكون قد سافرت منتصف الطريق حول المسار. ما هي السرعة القصوى المناسبة للسيارة.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

36

36

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Given $a = 3 - 0.001v^2$
المعطيات: $v_0 = 0, r = 200 \text{ m}$

Find أوجد: v after $\frac{1}{2}$ lap
Maximum speed

اختيار العلاقة الكينماتيكية المناسبة لهذه الحالة

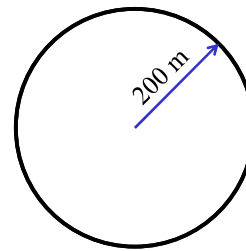
المجلة معطاة كدالة في السرعة ، وايضا نستطيع أن نجد المسافة .
الوقت هنا لا يشارك في هذه المسألة ، ولذلك نحن سوف نختار :



$$v \frac{dv}{dx} = a(v) \quad \int_{x_0}^x dx = \int_{v_0}^v \frac{v dv}{a(v)}$$

• إيجاد المسافة الكلية التي تحركتها السيارة في نصف دورة.

$$x = \pi r = 3.14(200) = 628.32 \text{ m}$$



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

37

37

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

كامل الطرفين وضع حدود التكامل

$$\int_{x_0}^x dx = \int_{v_0}^v \frac{v dv}{a(v)} \quad \int_0^{628.32} dx = \int_0^v \frac{v}{3 - 0.001v^2} dv$$

عوض بحدود التكامل ، وحل لإيجاد السرعة v

$$628.32 = -\frac{1}{0.002} \ln [3 - 0.001v^2]_0^v$$

$$628.32(-0.002) = \ln [3 - 0.001v^2] - \ln [3 - 0.001(0)]$$

$$\ln [3 - 0.001v^2] = -1.2566 + 1.0986 = -0.15802$$

خذ e للطرفين

$$3 - 0.001v^2 = e^{-0.15802}$$



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

38

38

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

ضع v في الطرف الايسر
وباقى الحدود في الطرف
الاخر من المعادلة

$$3 - 0.001v^2 = e^{-0.15802}$$

$$v^2 = \frac{3 - e^{-0.15802}}{0.001} = 2146.2$$

$$v = 46.3268 \text{ m/s}$$



كيف يمكنك تحديد الحد الأقصى للسرعة للسيارة؟

$$a = 3 - 0.001v^2$$

أقصى سرعة تحدث عندما تكون العجلة تساوي صفر

$$0.001v^2 = 3$$

عوض عن العجلة بصفر في العلاقة المعطاة في المسألة

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{3}{0.001}}$$

$$v_{\max} = 54.772 \text{ m/s}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

39

39

Vector Mechanics for Engineers: مثال اضافي 1

عجلة جسيم يتحرك على طول خط مستقيم هي $a = \sqrt{s} \text{ m/s}^2$ حيث أن s مقاسة بالامتر . إذا كان موضعه $s=0$ وسرعته $v=0$ عند زمن $t=0$ ، أوجد سرعة الجسيم والزمن عندما يكون موضعه $s=16\text{m}$ ؟

Example 2: The acceleration of a particle moving along a straight line is $a = \sqrt{s} \text{ m/s}^2$, where s is in meters. If its position $s = 0$ and velocity $v = 0$ when $t = 0$, determine its **velocity** when $s = 16 \text{ m}$. What time is that?

$$a ds = v dv \Rightarrow \sqrt{s} ds = v dv$$

$$\Rightarrow \int_{s=0}^s \sqrt{s} ds = \int_{v=0}^v v dv \Rightarrow \frac{2}{3} s^{3/2} = \frac{1}{2} v^2$$

$$\Rightarrow v = \frac{2\sqrt{3}}{3} s^{3/4} = v(s)$$

$$@ s = 16 \text{ m}, \quad v = 9.24 \text{ m/s} \quad \text{Ans.}$$

$$v = \frac{ds}{dt} \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{3} s^{3/4} = \frac{ds}{dt}$$

$$\Rightarrow dt = \frac{\sqrt{3}}{2} s^{-3/4} ds \Rightarrow \int_{t=0}^t dt = \int_{s=0}^s \frac{\sqrt{3}}{2} s^{-3/4} ds$$

$$\Rightarrow t = 2\sqrt{3} s^{1/4}$$

$$@ s = 16 \text{ m}, \quad t = 6.93 \text{ s} \quad \text{Ans.}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

40

40

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

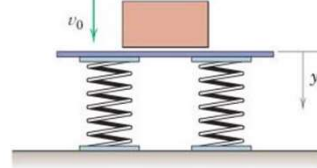
المسألة رقم 2.35 من كتاب ميريام

The body falling with speed v_0 strikes and maintains contact with the platform supported by springs. The acceleration of the body after impact is $a = g - cy$, where c is a positive constant and y is measured from the original platform position. If the maximum compression of the springs is observed to be y_m , determining the constant of c

جسم يسقط بسرعة ابتدائية v_0 بحيث يرتطم ويحافظ على اتصاله مع منصة مرتكزة على نابضين كما بالشكل. عجلة الجسم بعد الاصطدام هي

$$a = g - cy$$

حيث c هو ثابت موجب، g هي الجاذبية الأرضية، والمسافة y تقاس من موضع المنصة الأصلي. إذا كان الحد الأقصى للانضغاط النوابض هو y_m ، اوجد قيمة الثابت c

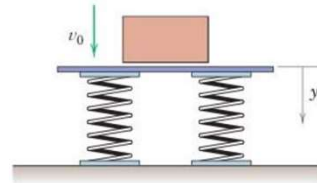


© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

41

41

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



$$\begin{aligned}
 a &= g - cy = v \frac{dv}{dy} \\
 \int_0^{y_m} (g - cy) dy &= \int_{v_0}^0 v dv \\
 \left(gy - c \frac{y^2}{2} \right) \Big|_0^{y_m} &= \frac{v^2}{2} \Big|_{v_0}^0 \\
 gy_m - c \frac{y_m^2}{2} &= -\frac{v_0^2}{2} \Rightarrow c = \frac{v_0^2 + 2gy_m}{y_m^2}
 \end{aligned}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

42

42

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Uniformly Accelerated Rectilinear Motion

الحركة المستقيمة بعجلة منتظمة

إذا كانت القوى المطبقة على جسم ثابتة (وفي اتجاه ثابت)، فإن نوع الحركة الناتجة هي حركة مستقيمة بعجلة ثابتة.



مثال آخر : السقوط الحر عندما تكون قوة السحب مهملة.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

43

43

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Uniformly Accelerated Rectilinear Motion

الحركة المستقيمة بعجلة منتظمة

للجسيمات في حركة مستقيمة بعجلة منتظمة: العجلة تكون ثابتة. يمكنك التعرف على هذه المعادلات للعجلة الثابتة من مقررات الفيزياء التي درستها في السابق.

$$\frac{dv}{dt} = a = \text{constant} \quad \int_{v_0}^v dv = a \int_0^t dt \quad v = v_0 + at$$

$$\frac{dx}{dt} = v_0 + at \quad \int_{x_0}^x dx = \int_0^t (v_0 + at) dt \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v \frac{dv}{dx} = a = \text{constant} \quad \int_{v_0}^v v dv = a \int_{x_0}^x dx \quad v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

انتبه - هذه العلاقات لا تنطبق إلا على حركة مستقيمة بعجلة منتظمة!

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

44

44

Tenth Edition

Vector Mechanics for Engineers: مثال اضافي 2

ترمى كرة رأسياً لأعلى بسرعة ابتدائية تساوي 20ft/sec من على سطح الأرض ، ما هو أقصى ارتفاع تصله الكرة ؟

Question 1: A ball is thrown straight upward from ground level. Its initial velocity is 20 ft/s. Determine the maximum height it would reach.

(a) 6.21 m (b) 20.4 m

(c) 6.21 ft (d) 20.4 ft

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

45

45

Tenth Edition

Vector Mechanics for Engineers: مثال اضافي 3

تتحرك سيارة من السكون بعجلة ثابتة قدرها 3000 mi/hr^2 على طريق مستقيم . حدد الزمن الذي تحتاجه السيارة لكي تقطع مسافة قدرها واحد ميل ، وسرعتها عند ذلك الزمن؟؟

Question 2: A car starts from rest and travels at a constant acceleration of 3000 mi/hr^2 along a straight path. How long does it take for it to reach a distance of 1 mile? What is its velocity at that point?

(a) 1.55 min, 60 mi/h. (b) 3.33 min, 77.5 mi/h.

(c) 3.33 min, 60 mi/h. (d) 1.55 min, 77.5 mi/h.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

46

46

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مثال اضافي 4

الحركة الرئيسية بعجلة ثابتة

ترمى كرة عمودياً إلى أعلى من سطح الأرض وبسرعة ابتدائية V_0 ، وتصل إلى أقصى ارتفاع h قبل السقوط للرجوع إلى سطح الأرض . في اللحظة التي تصل فيها الكرة أقصى ارتفاع لها ، ترمى كرة ثانية عمودياً إلى أعلى من سطح الأرض وبسرعة الابتدائية V_0 . عند أي ارتفاع y سوف تتلاقى الكرتان؟؟

- a. $y = h$
- b. $y > h/2$
- c. $y = h/2$
- d. $y < h/2$
- e. $y = 0$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

47

47

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

المسألة رقم 2.29 من كتاب ميريام

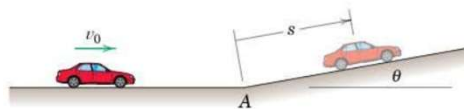
The car is traveling at a constant speed $v_0 = 100 \text{ km/hr}$ on the level portion of the road. When the 6 percent ($\tan \theta = 6/100$) incline is encountered, the driver does not change throttle setting and consequently the car decelerates as the constant rate $g \sin(\theta)$. Determine the speed of the car:

A-10 seconds after passing point A , (b) when $s=100\text{m}$

تسير السيارة بسرعة ثابتة = 100 كم لكل ساعة على جزء مستو من الطريق. عندما تصل السيارة إلى انحدار مقداره ($\tan \theta = 6/100$)

فإن السائق لا يغير من اعدادات الخنق (لا يزيد من كمية البنزين إلى المحرك) وبالتالي فإن السيارة يتباطأ بمعدل ثابت $a = g \sin(\theta)$

اوجد سرعة السيارة عند كل من: 1- عشر ثواني بعد مرورها من النقطة (A) ؟
2- عندما $S = 100\text{m}$ ؟



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

48

48

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

49

49

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

المسألة رقم 2.46 من كتاب ميريام

On its takeoff roll, the airplane starts from rest and accelerates according to $a = a_0 - kv^2$, where a_0 is the constant acceleration resulting from the engine thrust and kv^2 is the acceleration due to aerodynamic drag. If $a_0 = 2 \text{ m/s}^2$, $k = 0.00004$, and v is in meters per second, determine the design length of runway required for the airplane to reach the takeoff speed of 250 km/h if the drag term is: 1) excluded, and 2) included.

تبدأ الطائرة رحلة إقلاعها من السكون وتتسارع بعجلة $a = a_0 - kv^2$ حيث: a_0 هو التعجيل الثابت الناتج من قوة المحرك، ويساوي $a_0 = 2 \text{ m/s}^2$ و kv^2 هو العجلة الناجمة عن مقاومة الهواء بحيث $k = 0.00004$ و v تقاس بالمتري لكل ثانية، أحسب طول المدرج S الذي تحتاجه الطائرة لكي تصل إلى سرعة إقلاع مقدارها 250 كم / ساعة في الحالات التالية
1- إهمال مقاومة الهواء ؟
2- عدم إهمال مقاومة الهواء؟



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

50

50

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

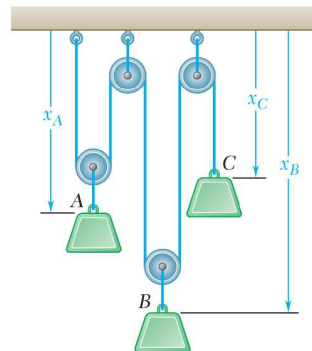


Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Motion of Several Particles

حركة مجموعات جسيمات

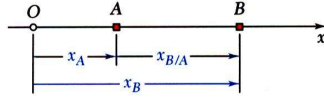
في بعض التطبيقات قد نكون مجبورين لدراسة حركة مجموعة جسيمات مختلفة والتي قد تكون في حركتها مستقلة أو مرتبطة معا.



Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Motion of Several Particles: Relative Motion

حركة مجموعات جسيمات (الحركة النسبية)



- للجسيمات التي تتحرك على طول الخط نفسه، ينبغي تسجيل الوقت من نفس لحظة الانطلاق وقياس الازاحة من نفس نقطة الاصل (نقطة الاسناد) في نفس الاتجاه.

$$x_{B/A} = x_B - x_A = \text{الموضع النسبي B نسبة الى A}$$

$$x_B = x_A + x_{B/A}$$

relative velocity of B with respect to A

$$v_{B/A} = v_B - v_A = \text{السرعة النسبية B نسبة الى A}$$

$$v_B = v_A + v_{B/A}$$

relative acceleration of B with respect to A

$$a_{B/A} = a_B - a_A = \text{العجلة النسبية B نسبة الى A}$$

$$a_B = a_A + a_{B/A}$$

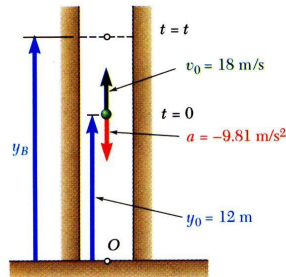
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

53

53

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 11.4



Ball thrown vertically from 12 m level in elevator shaft with initial velocity of 18 m/s. At same instant, open-platform elevator passes 5 m level moving upward at 2 m/s.

Determine (a) when and where ball hits elevator and (b) relative velocity of ball and elevator at contact.

SOLUTION: ترجمة المثال

ترمى كرة عموديا لأعلى من ارتفاع 12 متر في نقالة المصعد بسرعة ابتدائية تساوي 18 م / ث. في نفس اللحظة، مصعد ذو المنصة المفتوحة يمر بطابق ارتفاعه 5 متر صاعدا بسرعة 2 م / ث. المطلوب تحديد الاتي:

a- متى وأين تضرب الكرة المصعد؟

b- السرعة النسبية للكرة نسبة الى المصعد عند التلامس؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

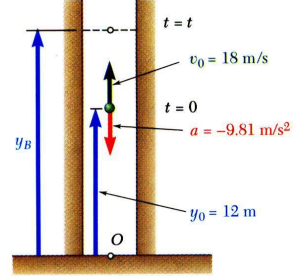
54

54

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Sample Problem 11.4

SOLUTION:

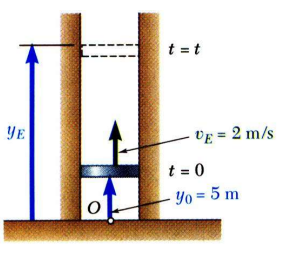
• عوض بقيم كل من الموضع الابتدائي والسرعة الابتدائية وثابت العجلة للكرة في المعادلات العامة للحركة المستقيمة بعجلة منتظمة.



$$v_B = v_0 + at = 18 \frac{\text{m}}{\text{s}} - \left(9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) t$$

$$y_B = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2 = 12 \text{ m} + \left(18 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) t - \left(4.905 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) t^2$$

• عوض بقيم كل من الموضع الابتدائي وثابت السرعة للمصعد في معادلة الحركة المستقيمة المنتظمة.



$$v_E = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

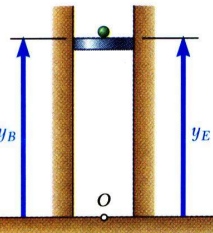
$$y_E = y_0 + v_E t = 5 \text{ m} + \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right) t$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 55

55

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Sample Problem 11.4

• اكتب معادلة من أجل الموضع النسبي للكرة نسبة الى المصعد وحل المعادلة عند التصادم (الموضع النسبي = 0)



$$y_{B/E} = (12 + 18t - 4.905t^2) - (5 + 2t) = 0$$

$$t = -0.39 \text{ s (meaningless)}$$

$$t = 3.65 \text{ s}$$

• عوض بقيمة زمن التصادم في معادلة موضع المصعد و السرعة النسبية للكرة نسبة الى المصعد .

$$y_E = 5 + 2(3.65)$$

$$y_E = 12.3 \text{ m}$$

$$v_{B/E} = (18 - 9.81t) - 2$$

$$= 16 - 9.81(3.65)$$

$$v_{B/E} = -19.81 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

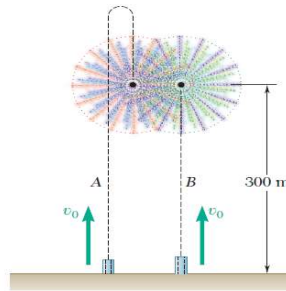
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 56

56

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مسألة 11.45 من كتاب فكتور – الصفحة 628

Two rockets are launched at a fireworks display. Rocket A is launched with an initial velocity $v_0 = \frac{100}{s}$ and rocket B is launched (t_1) later with the same initial velocity. The two rockets are timed to explode simultaneously at a height of 300m as A is falling and B is rising. Assuming a constant acceleration $g = 9.81\text{ m/s}^2$, determine (a) the time (t_1), (b) the velocity of B relative to A at the time of the explosion.



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

57

57

تم إطلاق صاروخين في عرض للألعاب النارية. الصاروخ A أطلق بسرعة أولية 100 م/ث ، والصاروخ B أطلق بعد زمن مقداره (t_1) وبنفس السرعة الأولية. الصاروخان ينفجران في نفس التوقيت وعلى نفس الارتفاع (300 م)، حيث كانت حركة الصاروخ A في اتجاه الهبوط بينما كانت حركة الصاروخ B في اتجاه الصعود لحظة الانفجار كما بالشكل. اوجد:

(أ) الزمن (t_1) ؟

(ب) السرعة النسبية B نسبة إلى A عند لحظة الانفجار.

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

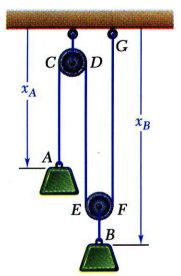
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

58

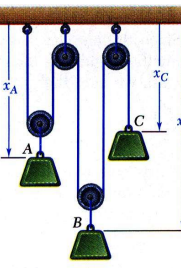
58

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

حركة مجموعات جسيمات : الحركة الاعتمادية (المرتبطة) Motion of Several Particles: Dependent Motion



- من الممكن ان يعتمد موضع جسيم على موضع جسيم آخر أو مجموعة جسيمات أخرى
- موضع الصندوق B يعتمد على موضع الصندوق A . بمأن طول الحبل ثابت هذا يعني أن مجموع أطوال المقاطع يكون ثابت أيضا .



- مواضع الثلاث صناديق تكون اعتمادية .
- للمواضع النسبية الخطية : نفس العلاقات تربط بين السرعات والعجلات.

$$x_A + 2x_B = \text{constant (one degree of freedom)}$$

$$2x_A + 2x_B + x_C = \text{constant (two degrees of freedom)}$$

$$2 \frac{dx_A}{dt} + 2 \frac{dx_B}{dt} + \frac{dx_C}{dt} = 0 \quad \text{or} \quad 2v_A + 2v_B + v_C = 0$$

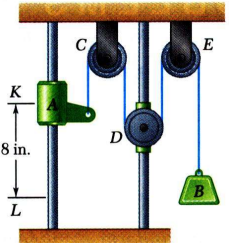
$$2 \frac{dv_A}{dt} + 2 \frac{dv_B}{dt} + \frac{dv_C}{dt} = 0 \quad \text{or} \quad 2a_A + 2a_B + a_C = 0$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

59

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 11.5



SOLUTION: ترجمة المثال

ربطت البكرة D بالحلقة المعدنية بواسطة حبل وتسحب الى اسفل بسرعة 3 بوصة/ثانية . عند الزمن t=0 ، الحلقة A تبدأ في الحركة الى أسفل من الموضع K بعجلة ثابتة وسرعة ابتدائية تساوي صفر. إذا علمت بأن الحلقة A تكون سرعتها تساوي 12 بوصة /ثانية عندما تمر بالموضع L ، احسب التغير في الارتفاع ، السرعة ، و العجلة للصندوق B عندما يكون الصندوق A عند الموضع L ؟

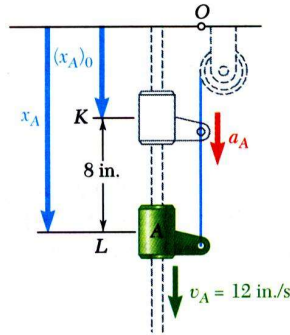
Pulley D is attached to a collar which is pulled down at 3 in./s. At t = 0, collar A starts moving down from K with constant acceleration and zero initial velocity. Knowing that velocity of collar A is 12 in./s as it passes L, determine the change in elevation, velocity, and acceleration of block B when block A is at L.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

60

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 11.5



SOLUTION: الحل

- عرف نقطة الاصل عند السطح الافقي العلوي بحيث تكون الازحة موجبة باتجاه الاسفل.
- الحلقة A تتحرك بحركة مستقيمة وبعجلة منتظمة . حل لاجاد العجلة والوقت t لكي تصل الحلقة A الى الموضع L .

$$v_A^2 = (v_A)_0^2 + 2a_A[x_A - (x_A)_0]$$

$$\left(12 \frac{\text{in.}}{\text{s}}\right)^2 = 2a_A(8 \text{ in.}) \quad a_A = 9 \frac{\text{in.}}{\text{s}^2}$$

$$v_A = (v_A)_0 + a_A t$$

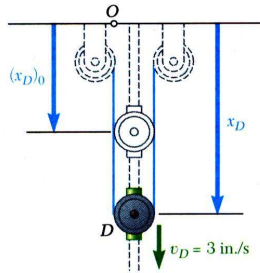
$$12 \frac{\text{in.}}{\text{s}} = 9 \frac{\text{in.}}{\text{s}^2} t \quad t = 1.333 \text{ s}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

61

61

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



- البكرة D تتحرك بحركة مستقيمة منتظمة . احسب التغير في الموضع عند زمن t .

$$x_D = (x_D)_0 + v_D t$$

$$x_D - (x_D)_0 = \left(3 \frac{\text{in.}}{\text{s}}\right)(1.333 \text{ s}) = 4 \text{ in.}$$

- تعتمد حركة الصندوق B على حركة الحلقة A والبكرة D . اكتب علاقة الحركة وحل لاجاد التغير في موضع الصندوق B عند زمن t .

الطول الكلي للحبل يبقى ثابت:

$$x_A + 2x_D + x_B = (x_A)_0 + 2(x_D)_0 + (x_B)_0$$

$$[x_A - (x_A)_0] + 2[x_D - (x_D)_0] + [x_B - (x_B)_0] = 0$$

$$(8 \text{ in.}) + 2(4 \text{ in.}) + [x_B - (x_B)_0] = 0$$

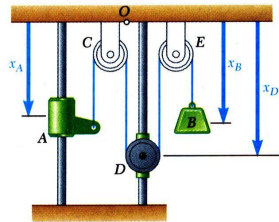
$$x_B - (x_B)_0 = -16 \text{ in.}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

62

62

Tenth Edition Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



• فاضل علاقة الحركة مرتين للحصول على معادلات السرعة والعجلة للصندوق B.

$$x_A + 2x_D + x_B = \text{constant}$$

$$v_A + 2v_D + v_B = 0$$

$$\left(12 \frac{\text{in.}}{\text{s}}\right) + 2\left(3 \frac{\text{in.}}{\text{s}}\right) + v_B = 0$$

$$v_B = -18 \frac{\text{in.}}{\text{s}}$$

$$a_A + 2a_D + a_B = 0$$

$$\left(9 \frac{\text{in.}}{\text{s}^2}\right) + v_B = 0$$

$$a_B = -9 \frac{\text{in.}}{\text{s}^2}$$

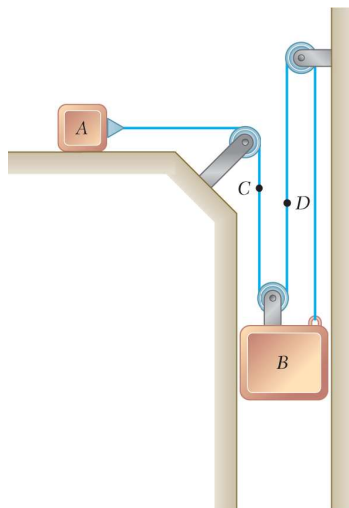
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

63

63

Tenth Edition Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving



Slider block A moves to the left with a constant velocity of 6 m/s. Determine the velocity of block B.

الصندوق A المنزلقي يتحرك الى اليسار بسرعة ثابتة تساوي 6 متر/ثانية . احسب سرعة الصندوق B ؟؟؟

خطوات الحل Solution steps

- Sketch your system and choose coordinate system
ارسم المنظومة واختار نظام الاحداثيات الخاص بك.
- Write out constraint equation
اكتب المعادلة المقيدة لحل هذه المسألة.
- Differentiate the constraint equation to get velocity
فاضل المعادلة المقيدة لكي تحصل على السرعة المطلوبة.

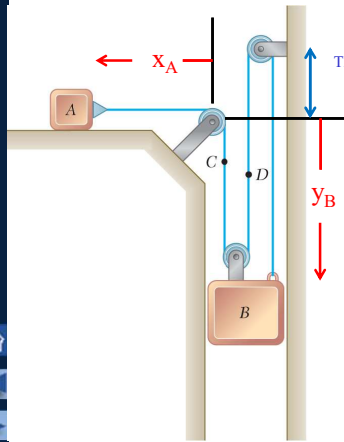
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

64

64

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving



Given المعطيات: $v_A = 6 \text{ m/s}$ left Find: v_B

This length is constant no matter how the blocks move

هذا الطول يكون دائما ثابت بغض النظر على كيفية حركة الصناديق

ارسم المنظومة واختار نظام الاحداثيات الخاص بك.

• اكتب المعادلة المقيدة لحل هذه المسألة .

$$x_A + 3y_B + \text{constants} = L$$

فاضل المعادلة المقيدة لكي تحصل على السرعة المطلوبة .

$$6 \text{ m/s} + 3v_B = 0$$

$$v_B = 2 \text{ m/s} \uparrow$$

لاحظ ان كلما تكبر الازاحة الافقية كلما تقل الازاحة الرئيسية

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

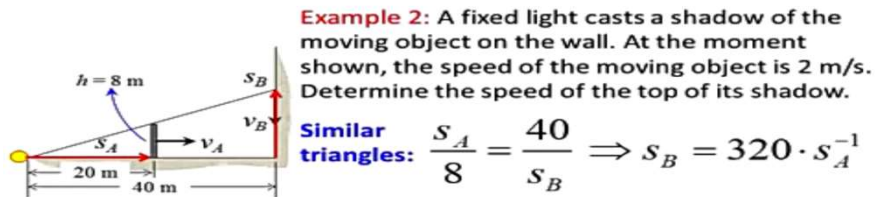
65

65

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

حركة مجموعة جسيمات : الحركة الاعتمادية. مثال اضافي 8

تلقى إنارة مثبتة خلف جسيم ظل على حائط كما هو موضح بالشكل . في اللحظة الموضحة بالرسم ، سرعة الجسيم A تساوي 2 متر لكل ثانية متحركاً نحو الحائط ، أوجد سرعة قمة الظل للجسيم (B) ؟
نلاحظ هنا أن كلما اقترب الجسيم A من الحائط ، كلما قل ارتفاع قمة الظل للجسيم !!!!



Example 2: A fixed light casts a shadow of the moving object on the wall. At the moment shown, the speed of the moving object is 2 m/s. Determine the speed of the top of its shadow.

Similar triangles: $\frac{s_A}{8} = \frac{40}{s_B} \Rightarrow s_B = 320 \cdot s_A^{-1}$

$$\Rightarrow \frac{ds_B}{dt} = \frac{d(320 \cdot s_A^{-1})}{ds_A} \cdot \frac{ds_A}{dt} = 320 \cdot (-1)s_A^{-2} \cdot v_A$$

$$v_B = -1.6 \text{ (m/s)} \text{ Ans.}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

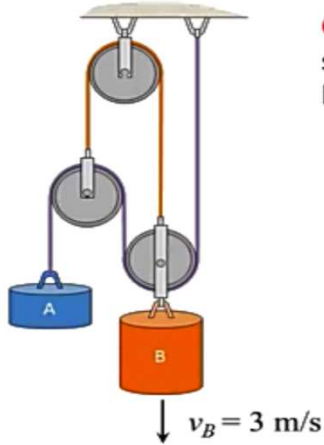
66

66

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مثال إضافي 9

في نظام البكرات الموضح بالشكل ، سرعة الجسم B معطاة ، أوجد سرعة الجسم A ؟



Question 1: For the pulley system as shown, the velocity of object B is known, determine the velocity of A.

- (a) 0.75 m/s
- (b) 1.5 m/s
- (c) 6 m/s
- (d) 12 m/s

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

67

67

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

في نظام البكرات الموضح بالشكل ، سرعة الجسم B معطاة ، أوجد سرعة الجسم A ؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

68

68

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مسألة 11.43 من كتاب فكتور – الصفحة 627

Two automobiles A and B are approaching each other in adjacent highway lanes. At $t = 0$, A and B are 3200 ft apart, their speeds are $v_A = 65\text{ mi/h}$ and $v_B = 40\text{ mi/h}$, and they are at points P and Q , respectively. Knowing that A passes point Q (40 s) after B was there and that B passes point P (42 s) after A was there, determine (a) the uniform accelerations of A and B , (b) when the vehicles pass each other, (c) the speed of B at that time.

سيارتان A و B تقتربان من بعضهما في الطريق السريع. عند $t=0$ المسافة بينهما هي 3200 قدم، حيث:

$$v_A = 65\text{ mi/h}, v_B = 40\text{ mi/h}$$

إذا علمت أن السيارة A تصل إلى النقطة Q

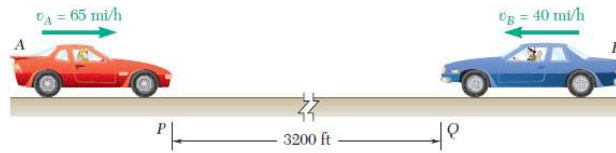
بعد 40 ثانية، والسيارة B تصل إلى النقطة P

بعد 42 ثانية، أوجد:

(أ) العجلة المنتظمة للسيارتين B و A

(ب) متى يتجاوز السيارتين.

(ج) سرعة السيارة B في ذلك الوقت.

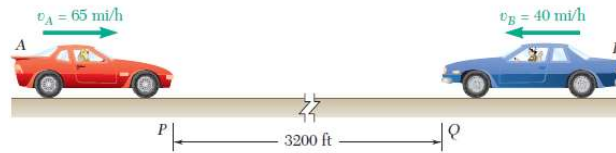


© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

69

69

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



سيارة A تبدأ من النقطة P :

المسافة المقطوعة هي 3200 قدم.

$$v_a = 65 \frac{\text{mi}}{\text{h}} = 65 * \frac{5280\text{ft}}{3600\text{sec}}$$

$$v_A = 95.33\text{ ft/sec}$$

الزمن 40 ثانية

يمكن إيجاد العجلة المنتظمة للسيارة A

سيارة B تبدأ من النقطة Q :

المسافة المقطوعة هي 3200 قدم.

$$v_B = 40 \frac{\text{mi}}{\text{h}} = 40 * \frac{5280\text{ft}}{3600\text{sec}}$$

$$v_B = 58.67\text{ ft/sec}$$

الزمن 42 ثانية

يمكن إيجاد العجلة المنتظمة للسيارة B

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

70

70

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

SOLUTION

- (a) We have $x_A = 0 + (v_A)_0 t + \frac{1}{2} a_A t^2$ $(v_A)_0 = 65 \text{ mi/h} = 95.33 \text{ ft/s}$
 (x is positive $\rightarrow$; origin at P .)
 At $t = 40 \text{ s}$: $3200 \text{ m} = (95.333 \text{ m/s})(40 \text{ s}) + \frac{1}{2} a_A (40 \text{ s})^2$ $a_A = -0.767 \text{ ft/s}^2 \blacktriangleleft$
 Also, $x_B = 0 + (v_B)_0 t + \frac{1}{2} a_B t^2$ $(v_B)_0 = 40 \text{ mi/h} = 58.667 \text{ ft/s}$
 (x_B is positive $\leftarrow$; origin at Q .)
 At $t = 42 \text{ s}$: $3200 \text{ ft} = (58.667 \text{ ft/s})(42 \text{ s}) + \frac{1}{2} a_B (42 \text{ s})^2$
 or $a_B = 0.83447 \text{ ft/s}^2$ $a_B = 0.834 \text{ ft/s}^2 \blacktriangleleft$
 (b) When the cars pass each other $x_A + x_B = 3200 \text{ ft}$
 Then $(95.333 \text{ ft/s})t_{AB} + \frac{1}{2}(-0.76667 \text{ ft/s}^2)t_{AB}^2 + (58.667 \text{ ft/s})t_{AB} + \frac{1}{2}(0.83447 \text{ ft/s}^2)t_{AB}^2 = 3200 \text{ ft}$
 or $0.03390t_{AB}^2 + 154t_{AB} - 3200 = 0$
 Solving $t = 20.685 \text{ s}$ and $t = -4563 \text{ s}$ $t > 0 \Rightarrow t_{AB} = 20.7 \text{ s} \blacktriangleleft$
 (c) We have $v_B = (v_B)_0 + a_B t$
 At $t = t_{AB}$: $v_B = 58.667 \text{ ft/s} + (0.83447 \text{ ft/s}^2)(20.685 \text{ s})$
 $= 75.927 \text{ ft/s}$ $v_B = 51.8 \text{ mi/h} \blacktriangleleft$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

71

71

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Curvilinear Motion: Position, Velocity & Acceleration

الحركة على خط منحن : الإزاحة ، السرعة ، العجلة

كل من الكرة والسيارة في حركة على خط منحنى



- يعتبر الجسم المتحرك على طول مسار منحنى او على مسار غير خطي في حركة منحنية (الحركة في بعدين).

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

72

72

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

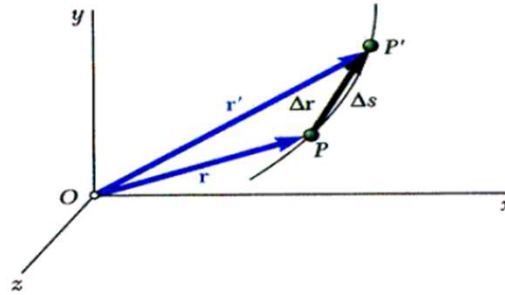
Curvilinear Motion: Position, Velocity & Acceleration

الحركة على خط منحن : الازاحة ، السرعة ، العجلة

• يتم تعريف متجه الموضع لجسيم عند زمن t بواسطة متجه بين نقطة الاصل O في مستوى مرجعي ثابت و موقع الجسيم .

- Consider a particle which occupies position P defined by $\vec{r}$ at time t and P' defined by $\vec{r}'$ at $t + \Delta t$,

- اعتبر جسيم يحتل الموضع P معرف بي $\vec{r}$ عند زمن t ، و P' معرف بي $\vec{r}'$ عند زمن $t + \Delta t$,



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

73

73

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Curvilinear Motion: Position, Velocity & Acceleration

الحركة على خط منحن : الازاحة ، السرعة ، العجلة

السرعة اللحظية

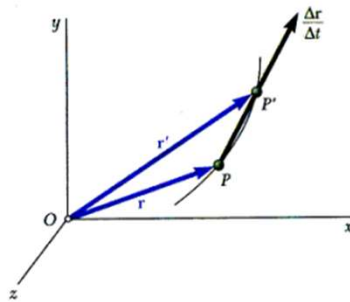
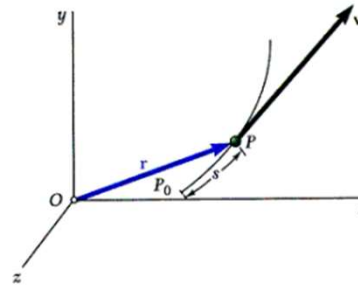
(المتجهة)

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

السرعة اللحظية

(القياسية)

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt}$$



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

74

74

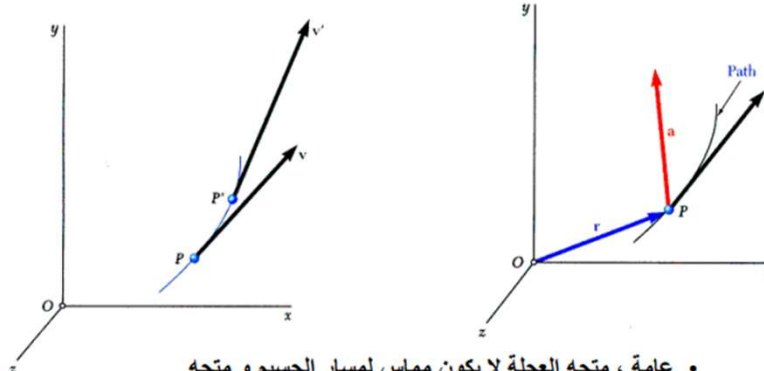
Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Curvilinear Motion: Position, Velocity & Acceleration

الحركة على خط منحن : الازاحة ، السرعة ، العجلة

• اعتبر السرعة $\vec{v}$ لجسيم عند زمن t ، والسرعة $\vec{v}'$ عند زمن $t + \Delta t$.

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \text{العجلة اللحظية المتجهة}$$



• عامة ، متجه العجلة لا يكون مماس لمسار الجسيم و متجه السرعة.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

75

75

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Rectangular Components of Velocity & Acceleration

المركبات المتعامدة للسرعة والعجلة (x , y)

• عندما يكون متجه الموضع لجسيم P معرف بواسطة مركباته العمودية :

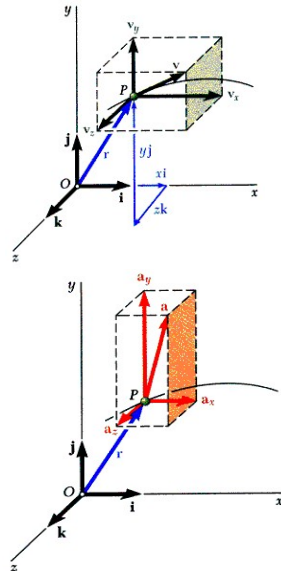
$$\vec{r} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$$

• Velocity vector, فإن متجه السرعة يكتب على الصورة

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} = \dot{x}\vec{i} + \dot{y}\vec{j} + \dot{z}\vec{k} \\ &= v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k} \end{aligned}$$

• Acceleration vector, ومتجه العجلة يكون على الصورة

$$\begin{aligned} \vec{a} &= \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k} = \ddot{x}\vec{i} + \ddot{y}\vec{j} + \ddot{z}\vec{k} \\ &= a_x\vec{i} + a_y\vec{j} + a_z\vec{k} \end{aligned}$$



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

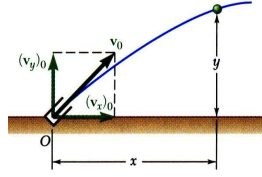
76

76

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Rectangular Components of Velocity & Acceleration

المركبات المتعامدة للسرعة والعجلة (x, y)



- تكون المركبات العمودية مجدية عندما يكون اجراء التكامل على المركبات العمودية للعجلة ممكن ايجاده باستقلالية. مثال على ذلك (حركة المقذوفات).

$$a_x = \ddot{x} = 0 \quad a_y = \ddot{y} = -g \quad a_z = \ddot{z} = 0$$

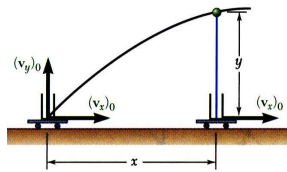
مع شروط ابتدائية

$$x_0 = y_0 = z_0 = 0 \quad (v_x)_0, (v_y)_0, (v_z)_0$$

Integrating twice yields نكامل مرتين ينتج

$$v_x = (v_x)_0 \quad v_y = (v_y)_0 - gt \quad v_z = 0$$

$$x = (v_x)_0 t \quad y = (v_y)_0 t - \frac{1}{2}gt^2 \quad z = 0$$



- الحركة في الاتجاه الافقي تكون حركة منتظمة

- الحركة في الاتجاه العمودي تكون حركة بعجلة منتظمة

- حركة مقذوف يمكن استبدالها بحركتين مستقلتين على خطين مستقيمين.

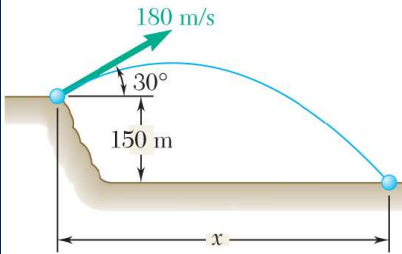
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

77

77

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 11.7



A projectile is fired from the edge of a 150-m cliff with an initial velocity of 180 m/s at an angle of 30° with the horizontal. Neglecting air resistance, find (a) the horizontal distance from the gun to the point where the projectile strikes the ground, (b) the greatest elevation above the ground reached by the projectile.

SOLUTION: ترجمة المثال

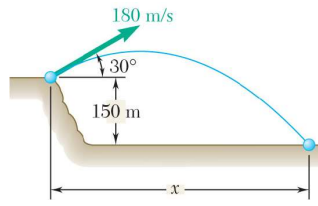
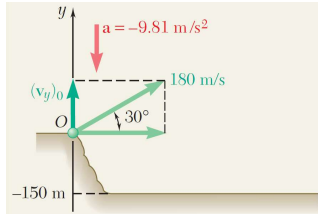
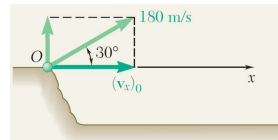
اطلقت قذيفة من حافة جبل على ارتفاع 150 متر من سطح الارض بسرعة ابتدائية 180 متر لكل ثانية وبزاوية تميل 30 درجة على الافقى، مقاومة الهواء مهملة . (a) أوجد المسافة الافقية من نقطة الاطلاق الى النقطة التي عندها تصطدم الكرة الارض ، (b) أوجد أقصى ارتفاع على الارض تصله القذيفة ؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

78

78

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



SOLUTION: الحل

المعطيات: $(v)_0 = 180 \text{ m/s}$ $(y)_0 = 0 \text{ m}$
 $(a)_y = -9.81 \text{ m/s}^2$ $(a)_x = 0 \text{ m/s}^2$

عجلة ثابتة - الحركة العمودية:

$$(v_y)_0 = (180 \text{ m/s}) \sin 30^\circ = +90 \text{ m/s}$$

$$v_y = (v_y)_0 + at \quad v_y = 90 - 9.81t \quad (1)$$

$$y = (v_y)_0 t + \frac{1}{2}at^2 \quad y = 90t - 4.90t^2 \quad (2)$$

$$v_y^2 = (v_y)_0^2 + 2ay \quad v_y^2 = 8100 - 19.62y \quad (3)$$

سرعة ثابتة - الحركة الأفقية:

نعتبر اتجاه x الموجب الى اليمين

$$(v_x)_0 = (180 \text{ m/s}) \cos 30^\circ = +155.9 \text{ m/s}$$

$$x = (v_x)_0 t \quad x = 155.9t$$

79

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

SOLUTION: الحل

المسافة الأفقية

المقذوف يضرب الارض عند: $y = -150 \text{ m}$

عوض بقيمة y في المعادلة رقم (1):

$$-150 = 90t - 4.90t^2$$

حل لاييجاد الزمن t، وخذ الجذر الموجب

$$t^2 - 18.37t - 30.6 = 0 \quad t = 19.91 \text{ s}$$

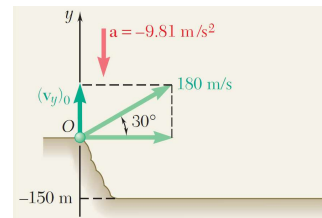
عوض بالزمن t في المعادلة رقم (4):

$$x = 155.9(19.91) \quad x = 3100 \text{ m}$$

• عند أقصى ارتفاع $v_y = 0$.

$$0 = 8100 - 19.62y \quad y = 413 \text{ m}$$

$$\text{أقصى ارتفاع على الارض} = 150 \text{ m} + 413 \text{ m} = 563 \text{ m}$$



80

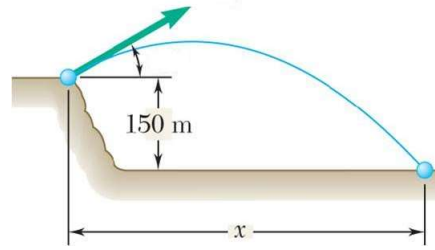
80

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Quiz

If you fire a projectile from 150 meters above the ground (see Ex Problem 11.7), what launch angle will give you the greatest horizontal distance x ?

إذا أطلقت قذيفة من ارتفاع 150 متر على سطح الأرض (انظر مثال 11-7)، أي زاوية قذف ستعطيك أكبر مسافة أفقية x ؟



- a) زاوية قذف تساوي 45 درجة
- b) زاوية قذف أقل من 45 درجة
- c) زاوية قذف أكبر من 45 درجة
- d) تعتمد على السرعة الابتدائية للمقذوف

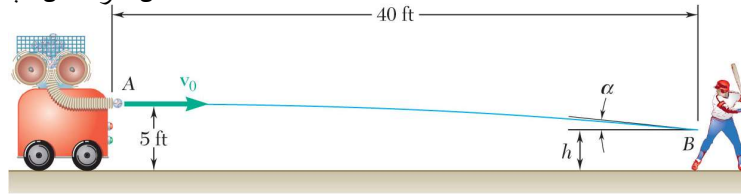
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

81

81

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مثال آخر للشغل الجماعي



SOLUTION: الحل

آلة لترويح كرة البيسبول ترمى الكرات بسرعة أفقية v_0 . إذا أردنا أن يكون الارتفاع h يساوي 42 بوصة، أوجد قيمة v_0 ؟

A baseball pitching machine "throws" baseballs with a horizontal velocity v_0 . If you want the height h to be 42 in., determine the value of v_0 .

خذ في الاعتبار الحركة العمودية والأفقية كل منهما منفصلة (they are independent)

• طبق معادلات الحركة في اتجاه y-direction.

• طبق معادلات الحركة في اتجاه x-direction.

• أوجد الزمن الذي تحتاجه القذيفة لي تسقط الارتفاع 42 بوصة.

• $v_{y0} = 0$ أحسب

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

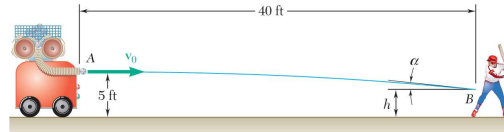
82

82

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

المعطيات: $x = 40 \text{ ft}$, $y_0 = 5 \text{ ft}$,
 $y_f = 42 \text{ in.}$
 المطلوب: v_0

1 قدم = 12 بوصة



تحليل الحركة في اتجاه y .

$$y_f = y_0 + (0)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$3.5 = 5 - \frac{1}{2}gt^2$$

$$-1.5 \text{ ft} = -\frac{1}{2}(32.2 \text{ ft/s}^2)t^2$$

$$t = 0.305234 \text{ s}$$

تحليل الحركة في اتجاه x .

$$x = 0 + (v_x)_0 t = v_0 t$$

$$40 \text{ ft} = (v_0)(0.305234 \text{ s})$$

$$v_0 = 131.047 \text{ ft/s} = 89.4 \text{ mi/h}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

83

83

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مثال اضافي 10

الحركة على منحنى

دالة عجلة جسيم في حركة منحنية تعطى بالعلاقة التالية :

$$\mathbf{a} = \{(-0.2t)\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 1.5\mathbf{k}\} \text{ m/s}^2,$$

حيث أن الزمن t يقاس بالثواني . إذا كانت سرعته الابتدائية تساوي $\mathbf{v}_0 = 8\mathbf{i} \text{ m/s}$ ، وموضعه الابتدائي عند نقطة الاصل ، فإن مقدار سرعته عند زمن $t = 3 \text{ sec}$ هي؟

(a) 2.57 m/s

(b) 4.06 m/s

(c) 14.7 m/s

(d) 10.3 m/s

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

84

84

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مثال اضافي 11

الحركة على منحنى

دالة عجلة جسيم في حركة منحنية تعطى بالعلاقة التالية :

$$\mathbf{a} = \{(-0.2t)\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 1.5\mathbf{k}\} \text{ m/s}^2,$$

حيث أن الزمن t يقاس بالثواني . إذا كانت سرعته الابتدائية تساوي $\mathbf{v}_0 = 8\mathbf{i} \text{ m/s}$ ، وموضعه الابتدائي عند نقطة الاصل ، فإن مقدار موضعه عند زمن $t = 3 \text{ sec}$ هو ؟

(a) 25.7 m

(b) 38.9 m

(c) 62.3 m

(d) 22.1 m

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

85

85

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مثال اضافي 12

الحركة على منحنى (المقذوفات)

الشكل بالاسفل يوضح مسار قذيفة ، القذيفة اطلقت بسرعة ابتدائية مقدارها 30 متر لكل ثانية ، وبزاوية قائمة على السطح المائل ، أحسب المسافة d ؟

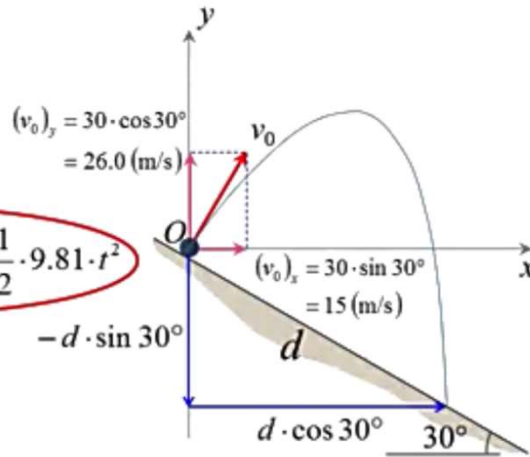
$$x = x_0 + (v_0)_x t$$

$$\Rightarrow d \cdot \cos 30^\circ = 15 \cdot t$$

$$y = y_0 + (v_0)_y t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$\Rightarrow -d \cdot \sin 30^\circ = 26.0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9.81 \cdot t^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 7.06 \text{ s} \\ d = 122 \text{ m} \end{cases} \text{ Ans.}$$



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

86

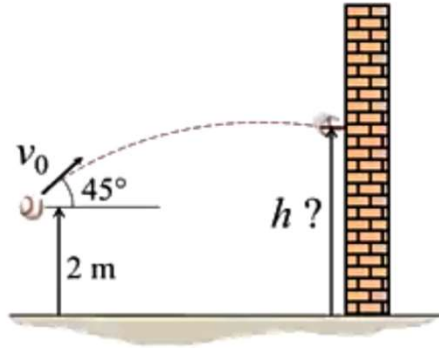
86

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مثال اضافي 14

الحركة على منحنى (المقذوفات)

ترمى كرة البيسبول بسرعة ابتدائية مقدارها 8 m/s وبزاوية قذف تساوي 45° درجة ، اتجاه حائط يبعد 6 متر (أنظر الشكل بالاسفل)، فإن الارتفاع h الذي عنده تصدم الكرة الحائط هو ???



- (a) 5.12 m
- (b) 4.48 m
- (c) 2.48 m
- (d) 0.48 m

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

87

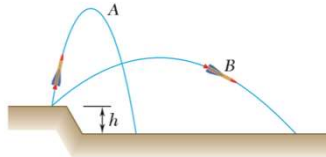
87

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مثال اضافي 15

الحركة على منحنى (المقذوفات)

الجسيم A والجسيم B قذفت بنفس السرعة الابتدائية ومن نفس نقطة الاطلاق في نفس الوقت ولاكن بزوايا قذف مختلفة (أنظر الشكل التالي) ، باهمال مقاومة الهواء ، أي من الجسيمات سوف تصطدم بالارض أولاً ؟؟



- a) A
- b) B
- c) في نفس الوقت
- d) تعتمد على الارتفاع h

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

88

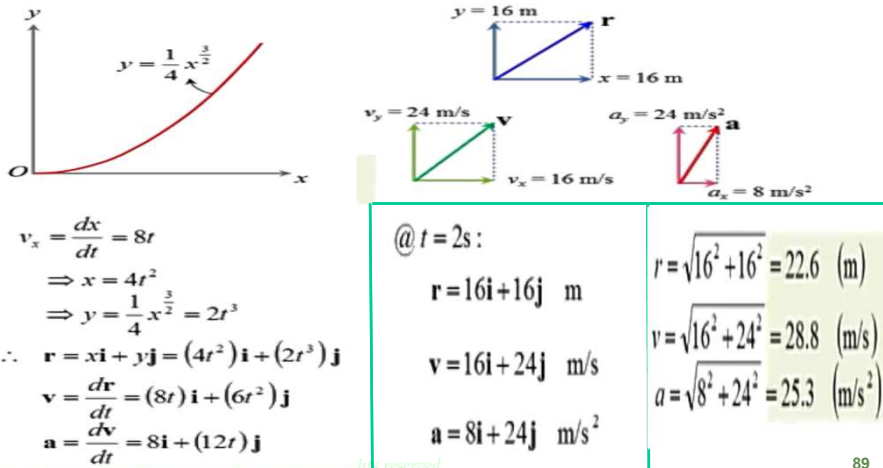
88

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مثال اضافي 16

الحركة على مسار منحنى

جسيم يتحرك من نقطة الاصل على طول مسار منحنى كما هو موضح بالشكل . إذا كانت سرعته الأفقية تساوي $(V_x=8t \text{ m/sec})$ ، حيث أن الزمن t يقاس بالثواني ، أوجد مقادير كل من سرعته وعجلته وموضعه من نقطة الاصل عند زمن $t=2\text{sec}$ ؟؟



89

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Motion Relative to a Frame in Translation

الحركة النسبية (المحاور المتنقلة)

يجب على لاعب كرة القدم أن يأخذ في الاعتبار الحركة النسبية للكرة والحركة النسبية لأعضاء فريقه عند تمرير الكرة .

من المهم جدا ان يكون كابتن الطائرة قادر على تقدير الحركة النسبية لطائرته نسبة إلى المناورين لكي يقوم بهبوط آمن بالطائرة.

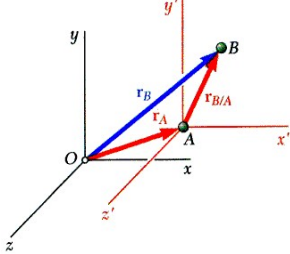


90

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

الحركة النسبية (المحاور المتحركة)

Motion Relative to a Frame in Translation



- تعيين إطار واحد لمحاور الاحداثيات كمحاور المصدر الثابتة (x, y, z). وبقي المحاور الغير مثبتة بالمصدر الثابت تعتبر محاور متحركة (x', y', z').
- متجهي الموضع A و B نسبة الى نظام محاور المصدر الثابتة Oxyz.
- المتجه $\vec{r}_{B/A}$ يربط A بي B يعرف بمتجه الموضع B نسبة الى نظام المحاور المتحركة x'y'z'.

$$\vec{r}_B = \vec{r}_A + \vec{r}_{B/A}$$

فاضل مرتين:

$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A} \quad \vec{v}_{B/A} = A \text{ سرعة B نسبة الى}$$

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A} \quad \vec{a}_{B/A} = A \text{ عجلة B نسبة الى}$$

- يمكن الحصول على الحركة المطلقة لـ B بجمع حركة A مع الحركة النسبية لـ B نسبة الى نظام المحاور المتحركة الملامسة بالنقطة A

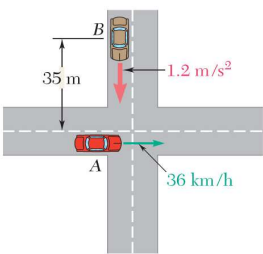
91

91

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مثال 9.11

Sample Problem 11.9



ترجمة المثال: SOLUTION:

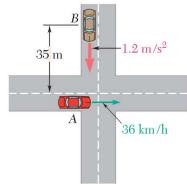
السيارة A تتحرك شرقا بسرعة ثابتة 36 كم / ساعة. عندما السيارة A تقطع التقاطع كما هو مبين بالشكل، تبدأ السيارة B من السكون من بعد 35 متر شمال التقاطع وتتحرك الى الجنوب بعجلة ثابتة مقدارها 1.2 م / ث تربيع. أوجد موضع، وسرعة، وعجلة السيارة B النسبية نسبة الى السيارة A بعد 5 ثواني من قطع السيارة A التقاطع.

Automobile A is traveling east at the constant speed of 36 km/h. As automobile A crosses the intersection shown, automobile B starts from rest 35 m north of the intersection and moves south with a constant acceleration of 1.2 m/s². Determine the position, velocity, and acceleration of B relative to A 5 s after A crosses the intersection.

92

92

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



SOLUTION: الحل

• عرف المحاور على الطريق

المعطيات: $v_A = 36 \text{ km/h}$, $a_A = 0$, $(x_A)_0 = 0$

$(v_B)_0 = 0$, $a_B = -1.2 \text{ m/s}^2$, $(y_A)_0 = 35 \text{ m}$

حدد حركة السيارة A :

$$v_A = \left(36 \frac{\text{km}}{\text{h}} \right) \left(\frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \right) = 10 \text{ m/s}$$

نحن نملك حركة منتظمة للسيارة A:

$$\begin{aligned} a_A &= 0 \\ v_A &= +10 \text{ m/s} \\ x_A &= (x_A)_0 + v_A t = 0 + 10t \end{aligned}$$

At $t = 5 \text{ s}$

$$\begin{aligned} a_A &= 0 \\ v_A &= +10 \text{ m/s} \\ x_A &= +(10 \text{ m/s})(5 \text{ s}) = +50 \text{ m} \end{aligned}$$

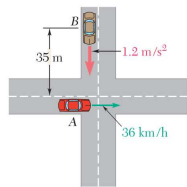
$$\begin{aligned} a_A &= 0 \\ v_A &= 10 \text{ m/s} \rightarrow \\ r_A &= 50 \text{ m} \rightarrow \end{aligned}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

93

93

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



SOLUTION: الحل

حدد حركة السيارة B:

نحن نملك حركة بعجلة منتظمة للسيارة B:

$$\begin{aligned} a_B &= -1.2 \text{ m/s}^2 \\ v_B &= (v_B)_0 + at = 0 - 1.2 t \\ y_B &= (y_B)_0 + (v_B)_0 t + \frac{1}{2} a_B t^2 = 35 + 0 - \frac{1}{2} (1.2) t^2 \end{aligned}$$

At $t = 5 \text{ s}$

$$\begin{aligned} a_B &= -1.2 \text{ m/s}^2 \\ v_B &= -(1.2 \text{ m/s}^2)(5 \text{ s}) = -6 \text{ m/s} \\ y_B &= 35 - \frac{1}{2} (1.2 \text{ m/s}^2)(5 \text{ s})^2 = +20 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_B &= 1.2 \text{ m/s}^2 \downarrow \\ v_B &= 6 \text{ m/s} \downarrow \\ r_B &= 20 \text{ m} \uparrow \end{aligned}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

94

94

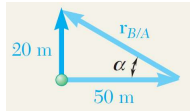
Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

SOLUTION:
لحل

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_A &= 0 \\ \mathbf{v}_A &= 10 \text{ m/s} \rightarrow \\ \mathbf{r}_A &= 50 \text{ m} \rightarrow \end{aligned}$$

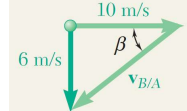
$$\begin{aligned} \mathbf{a}_B &= 1.2 \text{ m/s}^2 \downarrow \\ \mathbf{v}_B &= 6 \text{ m/s} \downarrow \\ \mathbf{r}_B &= 20 \text{ m} \uparrow \end{aligned}$$

يمكننا حل المسألة هندسيا وتطبيق قانون ضل الزاوية :



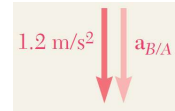
$$r_{B/A} = 53.9 \text{ m} \quad \alpha = 21.8^\circ$$

$$\mathbf{r}_{B/A} = 53.9 \text{ m} \angle 21.8^\circ$$



$$v_{B/A} = 11.66 \text{ m/s} \quad \beta = 31.0^\circ$$

$$\mathbf{v}_{B/A} = 11.66 \text{ m/s} \angle 31.0^\circ$$



$$\mathbf{a}_{B/A} = 1.2 \text{ m/s}^2 \downarrow$$

أو بإمكاننا استخدام المتجهات لإيجاد المحصلات المكافئة (قوانين الحركة النسبية) :

$$\mathbf{r}_B = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_{B/A}$$

$$\mathbf{v}_B = \mathbf{v}_A + \mathbf{v}_{B/A}$$

$$\mathbf{a}_B = \mathbf{a}_A + \mathbf{a}_{B/A}$$

$$20\mathbf{j} = 50\mathbf{i} + \mathbf{r}_{B/A}$$

$$-6\mathbf{j} = 10\mathbf{i} + \mathbf{v}_{B/A}$$

$$-1.2\mathbf{j} = 0\mathbf{i} + \mathbf{a}_{B/A}$$

$$\mathbf{r}_{B/A} = 20\mathbf{j} - 50\mathbf{i} \text{ (m)}$$

$$\mathbf{v}_{B/A} = -6\mathbf{j} - 10\mathbf{i} \text{ (m/s)}$$

$$\mathbf{a}_{B/A} = -1.2\mathbf{j} \text{ (m/s}^2\text{)}$$

عمليا ، راكب في السيارة A سوف يرى السيارة B وكأنها تتحرك الى الجنوب والغرب .

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

$$v_{B/A} = 11.66 \text{ m/s}$$

95

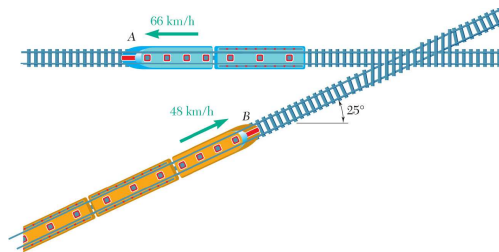
95

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Concept Quiz

If you are sitting in train B looking out the window, in which direction does it appear that train A is moving?

إذا كنت جالس في القطار B وتتنظر خلال نوافذه ، في أي اتجاه سوف تبدو لك حركة القطار A ؟



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

96

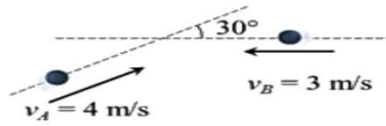
96

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

الحركة على مسار منحنى (الحركة النسبية (المحاور المتحركة)) مثال اضافي 18

في اللحظة الموضحة بالشكل ، تزداد سرعة الجسم A بعجلة مقدارها واحد متر لكل ثانية مربعة ، بينما تتناقص سرعة الجسم B بعجلة مقدارها 0.5 متر لكل ثانية مربعة . أ وجد مقدار السرعة النسبية للجسم B نسبة الى الجسم A ؟؟

Question 1: At the instant shown, object A's speed is **increasing** at 1 m/s^2 ; object B's speed is **decreasing** at 0.5 m/s^2 . Determine the magnitude of the relative **velocity** of B with respect to A.



- (a) 4.46 m/s
- (b) 6.77 m/s
- (c) 8.46 m/s
- (d) 10.2 m/s

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

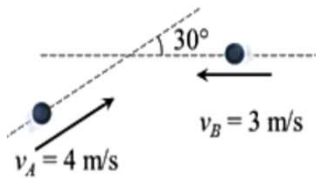
97

97

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

الحركة على مسار منحنى (الحركة النسبية (المحاور المتحركة)) اجابة مثال اضافي 18

في اللحظة الموضحة بالشكل ، تزداد سرعة الجسم A بعجلة مقدارها واحد متر لكل ثانية مربعة ، بينما تتناقص سرعة الجسم B بعجلة مقدارها 0.5 متر لكل ثانية مربعة . أ وجد مقدار السرعة النسبية للجسم B نسبة الى الجسم A ؟؟



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

98

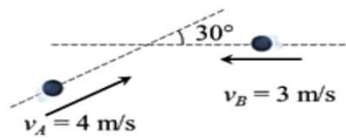
98

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

الحركة على مسار منحنى (الحركة النسبية (المحاور المتحركة)) مثال اضافي 19

في اللحظة الموضحة بالشكل ، تزداد سرعة الجسم A بعجلة مقدارها واحد متر لكل ثانية مربعة ، بينما تتناقص سرعة الجسم B بعجلة مقدارها 0.5 متر لكل ثانية مربعة . أ وجد مقدار العجلة النسبية للجسيم B نسبة الى الجسم A ؟؟

Question 2: At the instant shown, object A's speed is **increasing** at 1 m/s^2 ; object B's speed is **decreasing** at 0.5 m/s^2 . Determine the magnitude of the relative **acceleration** of B with respect to A.



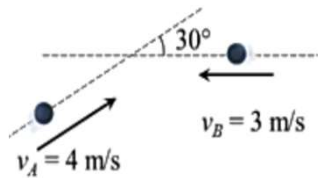
- (a) 0.620 m/s^2
- (b) 0.866 m/s^2
- (c) 1.44 m/s^2
- (d) 1.87 m/s^2

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

99

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

في اللحظة الموضحة بالشكل ، تزداد سرعة الجسم A بعجلة مقدارها واحد متر لكل ثانية مربعة ، بينما تتناقص سرعة الجسم B بعجلة مقدارها 0.5 متر لكل ثانية مربعة . أ وجد مقدار العجلة النسبية للجسيم B نسبة الى الجسم A ؟؟



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

100

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Tangential and Normal Components

المركبات المماسية والعمودية

إذا كان لدينا فكرة عن مسار سيارة، غالباً ما تكون هنا طريقة المركبات العمودية والمماسية ملائمة لدراسة وتحليل الحركة للسيارة. تسمى هذه الطريقة أحياناً (إحداثيات المسار).



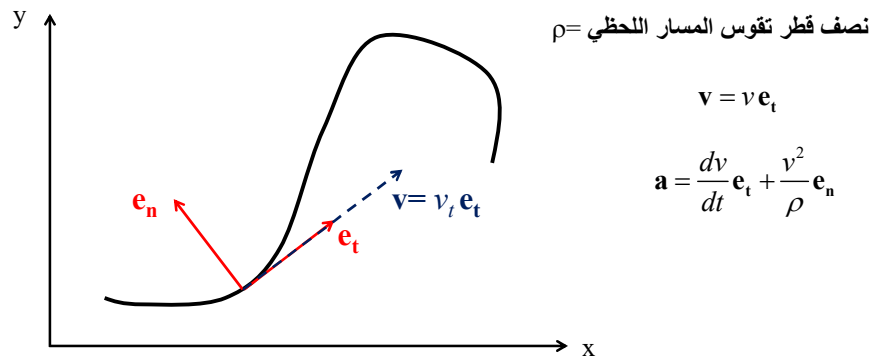
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

101

101

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

المركبات المماسية والعمودية لحركة جسيم في مستوى



- الاتجاه المماسي ($\mathbf{e}_t$) عبارة عن مماس لمسار الجسيم. ومتجه السرعة للجسيم يكون في نفس اتجاه المماس.
- الاتجاه العمودي ($\mathbf{e}_n$) يكون عمودياً على الاتجاه المماسي $\mathbf{e}_t$ ويكون اتجاهه الموجب نحو مركز التقوس لمسار الجسيم.
- العجلة تتكون من مركبتان مماسية في اتجاه ($\mathbf{e}_t$) وعمودية في اتجاه ($\mathbf{e}_n$).

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

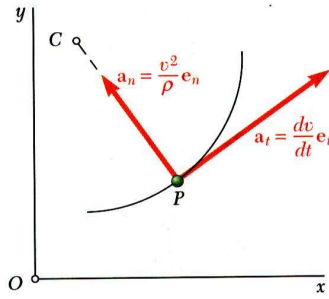
102

102

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

المركبات المماسية والعمودية لحركة جسيم في مستوى

- نعبر عن متجه السرعة بالمعادلة $\vec{v} = v\vec{e}_t$ ، ويمكن كتابة عجلة الجسيم كالتالي :



$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n \quad a_t = \frac{dv}{dt} \quad a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

- المركبة المماسية للعجلة تعبر عن التغير في السرعة ، والمركبة العمودية للعجلة تعبر عن التغير في الاتجاه.

- ممكن أن تكون المركبة المماسية موجبة أو سالبة ، بينما تكون المركبة العمودية دائما في اتجاه مركز التقوس .

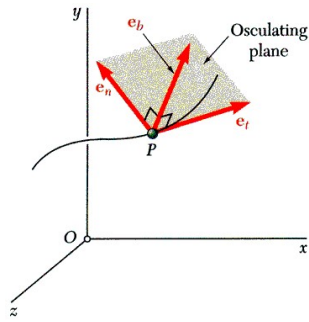
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

103

103

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

المركبات المماسية والعمودية لحركة جسيم في الفراغ



- يمكن أيضا تطبيق علاقات مركبات العجلة المماسية والعمودية على جسيم يتحرك على طول منحنى في الفراغ.

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho}\vec{e}_n \quad a_t = \frac{dv}{dt} \quad a_n = \frac{v^2}{\rho}$$

- يسمى المستوى المكون لمتجهي الوحدة المماسي والعمودي بمستوى التلامس .

- يمكن إيجاد المتجه العمودي على مستوى التلامس من ضرب الاتجاهي لمتجهي الوحدة المماسي والعمودي :

$$\vec{e}_b = \vec{e}_t \times \vec{e}_n$$

$$\vec{e}_n = \text{principal normal} \quad \text{العمودي الاساسي}$$

$$\vec{e}_b = \text{binormal} \quad \text{العمودي الثانوي}$$

- لاتملك العجلة مركبة في الاتجاه العمودي الثانوي .

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

104

104

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

ملخص للمركبات المماسية والعمودية

نقاط مهمة

- نظام الاحداثيات المماسية والعمودية (n-t) مثبت على الجسم ، ولهذا فهو يتحرك مع الجسم.
- عند وصف الحركة لجسم باستخدام مركبات (n-t) ، السرعة تملك مركبة واحدة فقط $\mathbf{v} = v \mathbf{e}_t$
- المركبة المماسية للعجلة a_t تعبر عن التغير في مقدار السرعة ، والمركبة العمودية للعجلة a_n تعبر عن التغير في اتجاه السرعة.

$$\mathbf{v} = \frac{ds}{dt} \mathbf{e}_t \quad a_t = \frac{dv}{dt} \quad a_t ds = v dv \quad \text{إذن :}$$

• وأيضاً:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} (a_t)_c t^2 \quad v = v_0 + (a_t)_c t$$

$$v^2 = v_0^2 + 2(a_t)_c (s - s_0)$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

105

105

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

ملخص للمركبات المماسية والعمودية

نقاط مهمة

- ممكن أن تكون المركبة المماسية a_t موجبة أو سالبة ، بينما تكون المركبة العمودية a_n دائماً في اتجاه مركز التقوس .
- إذا كان الجسم يتحرك على مسار منحن معطاة كدالة $y=f(x)$ ، فإن قطر التقوس يساوي :

$$\rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}$$

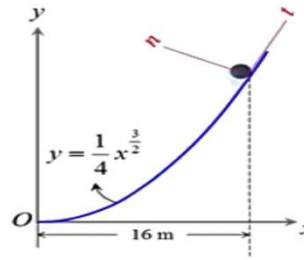
مثال : معادلة المنحنى لمسار جسم معطاة كما هو موضح على الرسم ، أوجد قطر التقوس للمسار؟

$$\rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{|d^2y/dx^2|}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3}{8} x^{\frac{1}{2}} \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{3}{16} x^{-\frac{1}{2}}$$

$$@ x = 16 \text{ m} \quad \frac{dy}{dx} = 1.5 \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{3}{64}$$

$$\therefore \rho = 125 \text{ m}$$



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

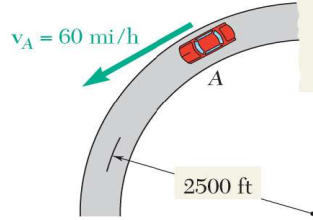
106

106

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 11.10

مثال 10.11



A motorist is traveling on a curved section of highway of radius 2500 ft at the speed of 60 mi/h. The motorist suddenly applies the brakes, causing the automobile to slow down at a constant rate. Knowing that after 8 s the speed has been reduced to 45 mi/h, determine the acceleration of the automobile immediately after the brakes have been applied.

SOLUTION: ترجمة المثال

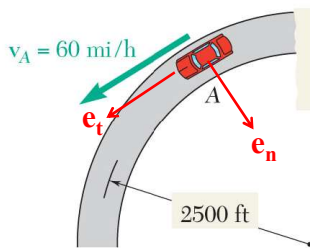
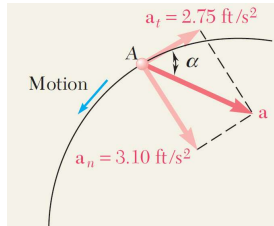
يسير سائق السيارة على جزء منحنى من الطريق السريع نصف قطره 2500 قدم بسرعة 60 ميل / ساعة. سائق السيارة يضبط فجأة على الفرامل، وهذا أدى إلى إبطاء السيارة بمعدل ثابت. إذا علمت بأن بعد 8 ثواني من الفرملة انخفضت سرعة السيارة إلى 45 ميل / ساعة، أوجد عجلة السيارة بعد الضغط على الفرامل مباشرة.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

107

107

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



• عرف الاحداثيات على الرسم:
• أوجد السرعة والعجلة في الاتجاه المماسي :

$$60 \text{ mi/h} = \left(60 \frac{\text{mi}}{\text{h}}\right) \left(\frac{5280 \text{ ft}}{1 \text{ mi}}\right) \left(\frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}}\right) = 88 \text{ ft/s}$$

$$45 \text{ mi/h} = 66 \text{ ft/s}$$

• العجلة التناقصية ثابتة ، إذن :

$$a_t = \text{average } a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{66 \text{ ft/s} - 88 \text{ ft/s}}{8 \text{ s}} = -2.75 \text{ ft/s}^2$$

• مباشرة بعد تطبيق القوة على الفرامل ، السرعة مازالت تساوي 88 قدم لكل ثانية :

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{(88 \text{ ft/s})^2}{2500 \text{ ft}} = 3.10 \text{ ft/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{2.75^2 + 3.10^2}$$

$$a = 4.14 \text{ ft/s}^2$$

$$\tan \alpha = \frac{a_n}{a_t} = \frac{3.10 \text{ ft/s}^2}{2.75 \text{ ft/s}^2}$$

$$\alpha = 48.4^\circ$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

108

108

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Tangential and Normal Components

المركبات المماسية والعمودية

في سنة 2001 ، تم إلغاء سباق للسيارات كان سيحدث في ميدان TMS بسبب الارتفاع المفرط في العجلة العمودية وهذا الارتفاع أثر سلبيا على سائقي سيارات السباق ، حيث أنه قد تعرض سائقي السيارات الى عجلة مرتفعة جدا ناتجة عن الجاذبية الأرضية g -loads (تشبه القوى التي يتعرض لها كابتن الطائرات الحربية) وربما البعض منهم تعرض الي حالة إغماء . ماهي الاشياء التي تعتقد أنها ستحل هذه المشكلة ؟



بعض الاحتمالات :

- التقليل من السرعة المسموح بها.
- الزيادة في قطر التقوس (هذا ممكن ان يكون صعب ومكلف).
- افرض على المتسابقين لبس بدلة الامان الخاصة (g-suits).

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

109

109

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Tangential and Normal Components

المركبات المماسية والعمودية



أمثلة على g -loads:

يمكن تقسيمها الى ثلاثة مركبات G_x , G_y , G_z .

- G_x مثل القوة المؤثرة على الصدر نتيجة التسريع عند الإقلاع بالطائرة أو عند الفرملة في حالة الهبوط.
- G_y مثل رد الفعل من الكتف الى الكتف عند تغير اتجاه الطائرة بزاوية حادة كبيرة.
- G_z رد الفعل من الرأس الى القدم أو بالعكس الناتج من مواجهة المطبات الهوائية عند السرعات العالية.

هذه المعاناة الناتجة عن عجلة الجاذبية الأرضية قد تؤدي الى الاتي (ضربات عالية للقلب ، عدم الوصول الدم الى الدماغ) خاصة عند g -loads أكبر من $1g$.

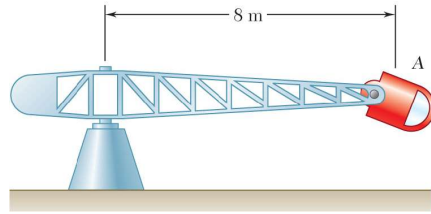
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

110

110

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Problem



The tangential acceleration of the centrifuge cab is given by

$$a_t = 0.5t \text{ (m/s}^2\text{)}$$

where t is in seconds and a_t is in m/s^2 . If the centrifuge starts from rest, determine the total acceleration magnitude of the cab after 10 seconds.

SOLUTION: ترجمة المثال

العجلة المماسية لغطاء جهاز الطرد المركزي (A) الموضح بالشكل تعطى بالعلاقة التالي:

$$a_t = 0.5t \text{ (m/s}^2\text{)}$$

حيث أن: الزمن t يقاس بالثواني و
العجلة المماسية a_t تقاس بالمتري
لكل ثانية مربعة. إذا بدأ الجهاز
الحركة من السكون، أوجد مقدار
العجلة الكلية لغطاء A بعد 10
ثواني؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

111

111

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

• عرف الاحداثيات الخاصة بك على الرسم.

في المسقط الجانبي، الاتجاه المماسي يكون
في اتجاه العمودي الداخل الى الصفحة.

أحسب السرعة المماسية:

$$a_t = 0.5t$$

$$v_t = \int_0^t 0.5t \, dt = 0.25t^2 \Big|_0^t = 0.25t^2$$

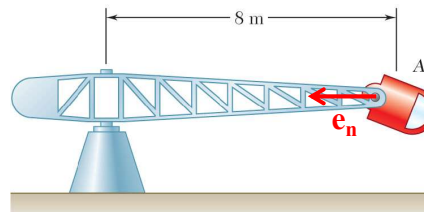
$$v_t = 0.25(10)^2 = 25 \text{ m/s}$$

أحسب العجلة العمودية:

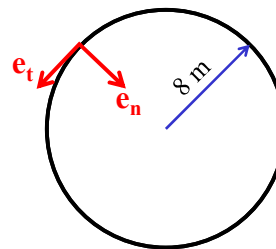
$$a_n = \frac{(v_t)^2}{r} = \frac{25^2}{8} = 78.125 \text{ m/s}^2$$

أوجد مقدار العجلة الكلية:

$$a_{mag} = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = \sqrt{78.125^2 + [(0.5)(10)]^2}$$



Top View



$$a_{mag} = 78.285 \text{ m/s}^2$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

112

112

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

مثال اضافي 20

الحركة على مسار منحنى (المركبات المماسية والعمودية)

جسيم يتحرك على طول مسار مكون من أنصاف دائرة لها نفس نصف القطر مساوي لثمانية أمتار كما هو موضح بالشكل . إذا كان الجسيم يبدأ حركته من السكون من النقطة A بعجلة ثابتة مقدارها 2 متر لكل ثانية مربعة ، أحسب كم يحتاج الجسيم من الوقت لكي يصل النقطة B ؟

Question 1: A particle travels along a path made up by two semicircles with same radius of 8 m, as shown. If it travels from rest from point A and its speed is increasing at a constant 2 m/s^2 , determine **how long it takes** for the particle to get to point B.



- (a) 3.55 s
- (b) 7.09 s
- (c) 14.2 s
- (d) 3.30 s

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

113

113

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

جسيم يتحرك على طول مسار مكون من أنصاف دائرة لها نفس نصف القطر مساوي لثمانية أمتار كما هو موضح بالشكل . إذا كان الجسيم يبدأ حركته من السكون من النقطة A بعجلة ثابتة مقدارها 2 متر لكل ثانية مربعة ، أحسب كم يحتاج الجسيم من الوقت لكي يصل النقطة B ؟



- (a) 3.55 s
- (b) 7.09 s
- (c) 14.2 s
- (d) 3.30 s

صندوق الحل هنا : الجسيم يتحرك بعجلة مماسية ثابتة على طول المسار (انصاف الدائرة) مقدارها

$$a_t = 2 \text{ m/s}^2$$

يجب علينا تطبيق قوانين العجلة الثابتة في الاتجاه المماسي لإيجاد الزمن الكلي الذي يحتاجه الجسيم .
المعطيات : العجلة (2) والسرعة الابتدائية عند A (0) و المسافة المقطوعة S عبارة عن محيط الدائرة.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

114

114

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

الحركة على مسار منحنى (المركبات المماسية والعمودية) مثال اضافي 21

جسيم يتحرك على طول مسار مكون من أنصاف دائرة لها نفس نصف القطر مساوي لثمانية أمتار كما هو موضح بالشكل . إذا كان الجسيم يبدأ حركته من السكون من النقطة A بعجلة ثابتة مقدارها 2 متر لكل ثانية مربعة ، أحسب مقدار عجلة الجسيم عند النقطة B ؟

Question 2: A particle travels along a path made up by two semicircles with same radius of 8 m, as shown. If it travels from rest from point A and its speed is increasing at a constant 2 m/s^2 , determine **the magnitude of its acceleration** at point B.



- (a) 5.80 m/s^2
- (b) 6.61 m/s^2
- (c) 25.2 m/s^2
- (d) 101 m/s^2

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

115

115

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

جسيم يتحرك على طول مسار مكون من أنصاف دائرة لها نفس نصف القطر مساوي لثمانية أمتار كما هو موضح بالشكل . إذا كان الجسيم يبدأ حركته من السكون من النقطة A بعجلة ثابتة مقدارها 2 متر لكل ثانية مربعة ، أحسب مقدار عجلة الجسيم عند النقطة B ؟



- (a) 5.80 m/s^2
- (b) 6.61 m/s^2
- (c) 25.2 m/s^2
- (d) 101 m/s^2

صندوق الحل هنا : الجسيم يتحرك بعجلة مماسية ثابتة على طول المسار (انصاف الدائرة) مقدارها

$$a_t = 2 \text{ m/s}^2$$

يجب علينا تطبيق قوانين العجلة الثابتة في الاتجاه المماسي لإيجاد السرعة النهائية للجسيم عند B ، ومن ثم إيجاد العجلة العمودية عند B من قوانين المركبات المماسية والعمودية للعجلة ، وإيجاد محصلة العجلة المماسية والعمودية النهائية .
المعطيات : العجلة (2) والسرعة الابتدائية عند A (0) والمسافة المقطوعة S عبارة عن محيط الدائرة.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

116

116

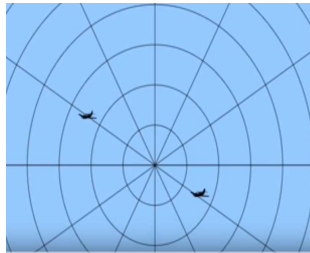
Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Radial and Transverse Components

(r-θ) المركبات القطبية

من خلال معرفة مسافة بعد الطائرة وزاوية الرادار،
يمكن للمراقبين الجويين تتبع الطائرات.

يمكن تدوير سلالم شاحنات المطافئ وكذلك يمكن
تمديدتها ، هنا يمكن تحليل حركة نهاية السلم
باستخدام المركبات القطبية القطرية r والمستعرضة
(الزاوية) θ.



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

117

117

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

(r-θ)

• موضع الجسم P معرف كمسافة **r** من
نقطة الاصل O الى P ، هذا يعرف بالاتجاه
القطري **e_r** . الاتجاه المستعرض **e_θ** يكون
عموديا على الاتجاه القطري **e_r** .

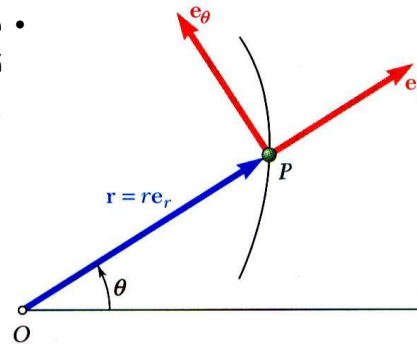
$$\vec{r} = r\vec{e}_r$$

• متجه السرعة للجسيم هو :

$$\vec{v} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\vec{e}_\theta$$

• متجه العجلة للجسيم هو :

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta$$



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

118

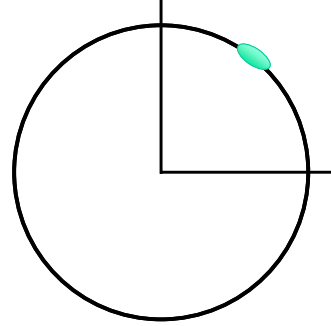
118

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Concept Quiz

If you are travelling in a perfect circle, what is always true about radial/transverse coordinates and normal/tangential coordinates?

إذا كنت تتحرك على مسار دائري تماما ، أي من الجمل الآتية تكون دائما صحيحة عن المركبات المماسية والعمودية و المركبات القطبية ؟



- اتجاه e_r يكون مطابقا لاتجاه e_θ .
- اتجاه e_θ يكون عموديا على اتجاه e_n
- اتجاه e_θ يكون موازيا مع اتجاه e_r .

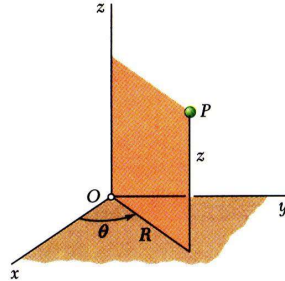
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

119

119

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

المركبات الاسطوانية (R-θ-z)



- عندما يكون الجسم معطاة بدلالة المركبات الاسطوانية (فراغ) ، يكون التعبير عن السرعة والعجلة للجسم ملائما باستخدام متجهات الوحدة التالية:

$$\bar{e}_R, \bar{e}_\theta, \text{ and } \bar{k}.$$

- متجه الموضع :

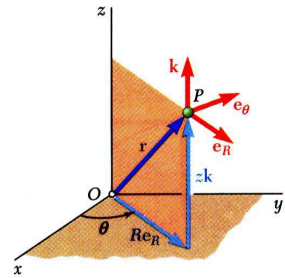
$$\bar{r} = R \bar{e}_R + z \bar{k}$$

- متجه السرعة:

$$\bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} = \dot{R} \bar{e}_R + R \dot{\theta} \bar{e}_\theta + \dot{z} \bar{k}$$

- متجه العجلة:

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = (\ddot{R} - R\dot{\theta}^2) \bar{e}_R + (R\ddot{\theta} + 2\dot{R}\dot{\theta}) \bar{e}_\theta + \ddot{z} \bar{k}$$



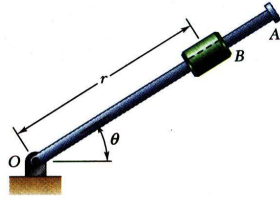
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

120

120

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 11.12



Rotation of the arm about O is defined by $\theta = 0.15t^2$ where θ is in radians and t in seconds. Collar B slides along the arm such that $r = 0.9 - 0.12t^2$ where r is in meters.

After the arm has rotated through 30° , determine (a) the total velocity of the collar, (b) the total acceleration of the collar, and (c) the relative acceleration of the collar with respect to the arm.

SOLUTION: ترجمة المثال

دوران الذراع حول النقطة O معرف بالمعادلة التالية: $\theta = 0.15t^2$ حيث θ مقاسة بالراد والزمن t مقاس بالثواني. الحلقة B تنزلق على طول الذراع $r = 0.9 - 0.12t^2$ حيث r مقاسة بالامتار. بعد دوران الذراع بزاوية 30° ، أوجد التالي:

(a) السرعة الكلية للحلقة.

(b) العجلة الكلية للحلقة.

(c) العجلة النسبية للحلقة نسبة للذراع.

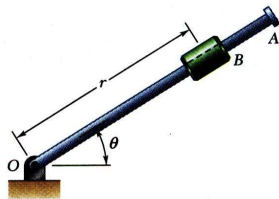
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

121

121

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 11.12



SOLUTION:

• قيم الزمن t عند $\theta = 30^\circ$.

$$\theta = 0.15t^2$$

$$= 30^\circ = 0.524 \text{ rad} \quad t = 1.869 \text{ s}$$

• قدر الموضع القطري والزاوي، والتفاضل الاول والتفاضل الثاني عند زمن t .

$$r = 0.9 - 0.12t^2 = 0.481 \text{ m}$$

$$\dot{r} = -0.24t = -0.449 \text{ m/s}$$

$$\ddot{r} = -0.24 \text{ m/s}^2$$

$$\theta = 0.15t^2 = 0.524 \text{ rad}$$

$$\dot{\theta} = 0.30t = 0.561 \text{ rad/s}$$

$$\ddot{\theta} = 0.30 \text{ rad/s}^2$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

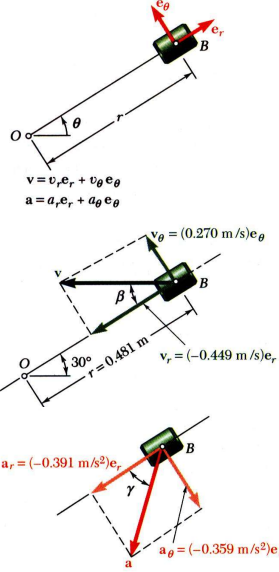
122

122

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 11.12

• احسب السرعة والعجلة .



$v_r = \dot{r} = -0.449 \text{ m/s}$
 $v_\theta = r\dot{\theta} = (0.481 \text{ m})(0.561 \text{ rad/s}) = 0.270 \text{ m/s}$
 $v = \sqrt{v_r^2 + v_\theta^2} \quad \beta = \tan^{-1} \frac{v_\theta}{v_r}$
 $v = 0.524 \text{ m/s} \quad \beta = 31.0^\circ$

$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$
 $= -0.240 \text{ m/s}^2 - (0.481 \text{ m})(0.561 \text{ rad/s})^2$
 $= -0.391 \text{ m/s}^2$
 $a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$
 $= (0.481 \text{ m})(0.3 \text{ rad/s}^2) + 2(-0.449 \text{ m/s})(0.561 \text{ rad/s})$
 $= -0.359 \text{ m/s}^2$
 $a = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} \quad \gamma = \tan^{-1} \frac{a_\theta}{a_r}$
 $a = 0.531 \text{ m/s}^2 \quad \gamma = 42.6^\circ$

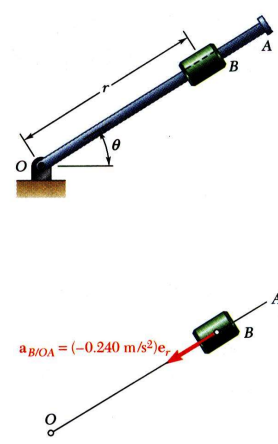
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

123

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 11.12

• قدر العجلة النسبية للحلقة نسبة الى الذراع.



Motion of collar with respect to arm is rectilinear and defined by coordinate r .
 الحركة النسبية للحلقة نسبة الى الذراع تكون في خط مستقيم ومعرفة بالاحداثي r .

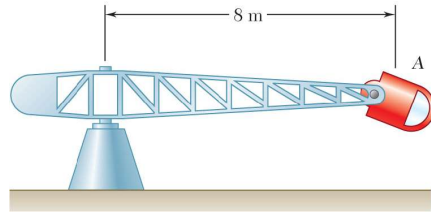
$a_{B/OA} = \ddot{r} = -0.240 \text{ m/s}^2$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

124

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving



The angular acceleration of the centrifuge arm varies according to

$$\ddot{\theta} = 0.05 \theta \text{ (rad/s}^2\text{)}$$

where θ is measured in radians. If the centrifuge starts from rest, determine the acceleration magnitude after the gondola has travelled two full rotations.

SOLUTION: ترجمة المثال

العجلة الزاوية لذراع جهاز الطرد المركزي تتغير حسب العلاقة التالية :

$$\ddot{\theta} = 0.05 \theta \text{ (rad/s}^2\text{)}$$

حيث θ مقاسة بالراد . إذا بدا الجهاز من السكون ، أوجد مقدار العجلة بعد ان يدور الجندول دورتين كاملتين ؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

125

125

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving

- عرف نظام الاحداثيات الخاص بك .
- في المسقط الجانبي ، الاتجاه الزاوي يكون في اتجاه العمودي الداخلى الى الصفحة .
- أوجد السرعة الزاوية.

$$\ddot{\theta} = 0.05 \theta \text{ (rad/s}^2\text{)}$$

بمأن العجلة دالة في الموضع :

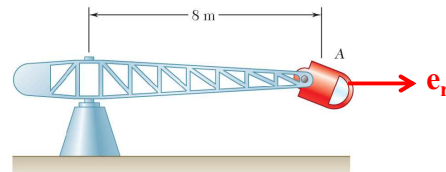
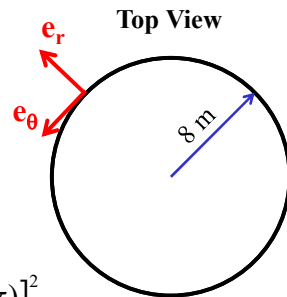
$$\ddot{\theta} d\theta = \dot{\theta} d\dot{\theta}$$

قدر التكامل :

$$\int_0^{2(2\pi)} 0.05 \theta d\theta = \int_0^{\dot{\theta}} \dot{\theta} d\dot{\theta}$$

$$\frac{0.05 \theta^2}{2} \Big|_0^{2(2\pi)} = \frac{\dot{\theta}^2}{2} \Big|_0^{\dot{\theta}}$$

$$\dot{\theta}^2 = 0.05 [2(2\pi)]^2$$



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

126

126

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Group Problem Solving

• أوجد السرعة الزاوية بعد دورتين.
 $\dot{\theta}^2 = 0.05[2(2\pi)]^2$
 $\dot{\theta} = 2.8099 \text{ rad/s}$

• أحسب العجلة الزاوية بعد دورتين.
 $\ddot{\theta} = 0.05\dot{\theta} = 0.05(2)(2\pi) = 0.6283 \text{ rad/s}^2$

احسب مركبات العجلة المستعرضة والقطرية
 $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \vec{e}_\theta$
 $= (0 - (8)(2.8099)^2) \vec{e}_r + ((8)(0.6283) + 0) \vec{e}_\theta$
 $= -63.166 \vec{e}_r + 5.0265 \vec{e}_\theta \text{ (m/s}^2\text{)}$

المقدار :
 $a_{mag} = \sqrt{a_r^2 + a_\theta^2} = \sqrt{(-63.166)^2 + [5.0265]^2}$
 $a_{mag} = 63.365 \text{ m/s}^2$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

127

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
قوانين الحركة المستقيمة

أنواع الحركة

- الحركة المطلقة
حركة جسيم من نقطة ثابتة
- الحركة النسبية
حركة جسيمين
- الحركة المقيدة
حركة جسيمين تربط بينهما علاقة رياضية

الحركة المستقيمة

معادلات الحركة المستقيمة

الموضع معلوم

تفاضل

السرعة والعجلة

دالة في الزمن

$\int_{v_0}^v dv = \int_0^t a(t) dt$

دالة في الموضع

$\int_{v_0}^v v dv = \int_0^t a(x) dx$

دالة في السرعة

$\int_{v_0}^v \frac{dv}{dx} = \int_0^t dt$
 $\int_{v_0}^v \frac{dv}{dx} = \int_0^x dx$

العجلة معلومة

حالة خاصة

العجلة المنتظمة

$v = v_0 + at$
 $x = x_0 + v_0 t + 0.5at^2$
 $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

128

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics				أنواع الحركة
قوانين الحركة المنحنية				
العجلة	السرعة	الموضع	الإحداثيات	
$\vec{a} = a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k}$ $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{i} + \frac{dv}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$	$\vec{v} = v_x \vec{i} + v_y \vec{j} + v_z \vec{k}$ $\vec{v} = \frac{dx}{dt} \vec{i} + \frac{dy}{dt} \vec{j} + \frac{dz}{dt} \vec{k}$	$\vec{r} = x \vec{i} + y \vec{j} + z \vec{k}$	المركبات المتعامدة (x,y,z)	الحركة المطلقة حركة جسيم من نقطة ثابتة
$a_x = 0 \quad a_y = g$ $a_z = 0 \quad (v_z)_0 = 0$	حركة المقذوفات			
$a = \frac{dv}{dt} \vec{e}_t + \frac{v^2}{\rho} \vec{e}_n$	$\vec{v} = v \vec{e}_t$	$\vec{r} = 0 \vec{e}_t + 0 \vec{e}_n$	المركبات المماسية والعمودية (n-t) المسار معلوم	الحركة النسبية حركة جسيمين
$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \vec{e}_\theta$	$\vec{v} = \dot{r} \vec{e}_r + r\dot{\theta} \vec{e}_\theta$	$\vec{r} = r \vec{e}_r$	المركبات القطبية (r-θ)	

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

129

129

Tenth Edition

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

اختر وتمرن على بعض المسائل

على الفصل الحادي عشر من

الكتاب المدرسي

Practice makes perfect

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

130

130

Tenth Edition

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

The End of Chapter 11

نهاية الفصل الاول

الفصل الثاني سوف يكون بعنوان كينيتيكا الجسيمات: (قانون نيوتن الثاني)

Kinetics of Particles: Newton's Second Law

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

131

131

Tenth Edition

CHAPTER 12

VECTOR MECHANICS FOR ENGINEERS: DYNAMICS




Kinetics of Particles: Newton's Second Law

الفصل الثاني كينيتيكا الجسيمات قانون نيوتن الثاني

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

132

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics	
Contents	كينتيكا الجسيمات قانون نيوتن الثاني
كمية الحركة الزاوية لجسيم (الزخم الزاوي)	المقدمة
Angular Momentum of a Particle	Introduction
معادلات الحركة باستخدام (الاحداثيات القطبية)	قانون نيوتن الثاني للحركة
Equations of Motion in Radial & Transverse Components	Newton's Second Law of Motion
حفظ كمية الحركة الزاوية (حفظ الزخم الزاوي)	كمية الحركة الخطية لجسيم (الزخم الخطي).
Conservation of Angular Momentum	Linear Momentum of a Particle
قانون نيوتن للجاذبية	أنظمة الوحدات
Newton's Law of Gravitation	Systems of Units
مثال (8-12)	معادلات الحركة
Sample Problem 12.8	Equations of Motion
	الاتزان الديناميكي
	Dynamic Equilibrium
	أمثلة (1-12 إلى 7-12)
	Sample Problem 12.1
	Sample Problem 12.3
	Sample Problem 12.4
	Sample Problem 12.5
	Sample Problem 12.7
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.	
	133

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics	
Kinetics of Particles	كينتيكا الجسيمات
يجب أن نحلل كل القوى المؤثرة على كرسي متحرك من أجل تصميم منحدر جيد.	يمكن للسرعات العالية لأرجوحة أن تسبب في قوى كبيرة على سلسلة الأرجوحة أو الحبل، وهذا سيسبب في تقطع السلسلة أو تلف الحبل.
	
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.	
	134

$$\Sigma \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

• قانون نيوتن الثاني للحركة .

• إذا كانت محصلة قوى مؤثرة على جسيم لاتساوي الصفر ،
فإن الجسيم سوف يملك عجلة تتناسب مع مقدار المحصلة
ويكون اتجاهها في اتجاه المحصلة .

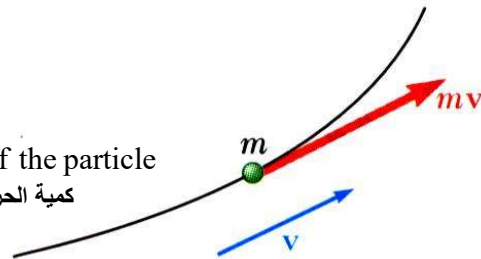


- يجب التعبير عنه نسبة الى اطار نيوتن او نظام القصور الذاتي الاولي كمصدر مرجعي،
كمثال (محاور المصدر الثابتة، ليس لها حركة دورانية أو انتقالية في الفضاء)
- هذه الصيغة من القانون تستخدم لأنظمة الكتل الثابتة .

• استبدال العجلة في قانون نيوتن الثاني بتفاضل السرعة ينتج الاتي :

$$\begin{aligned}\Sigma \vec{F} &= m \frac{d\vec{v}}{dt} \\ &= \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{d\vec{L}}{dt}\end{aligned}$$

$\vec{L}$ = linear momentum of the particle
كمية الحركة الخطية للجسيم (الزخم الخطي)



• مبدأ حفظ كمية الحركة الخطية (مبدأ حفظ الزخم الخطي) :

إذا كانت محصلة قوى مؤثرة على جسيم تساوي الصفر ، فإن كمية الحركة الخطية
للجسيم تبقى ثابتة في المقدار والاتجاه .

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Systems of Units أنظمة الوحدات

يمكن الاختيار بحرية لثلاثة من وحدات الأبعاد الأساسية الأربع (القوة والكتلة والطول والوقت)، ولكن لابد من حساب البعد الرابع بما يتوافق مع قانون نيوتن الثاني.

النظام الدولي للوحدات (SI): الوحدات الأساسية هي وحدات الطول والكتلة (كجم)، والزمن (الثانية). وحدة القوة مستنتجة من:

$$1 \text{ N} = (1 \text{ kg}) \left(1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

النظام الأمريكي للوحدات: الوحدات الأساسية هي وحدات الطول (قدم) والقوة (باوند lbf)، والزمن (الثانية Sec). وحدة الكتلة مستنتجة من:

$$1 \text{ lb} = \frac{1 \text{ lbf}}{32.2 \text{ ft/s}^2} \quad 1 \text{ slug} = \frac{1 \text{ lb}}{1 \text{ ft/s}^2} = 1 \frac{\text{lb} \cdot \text{s}^2}{\text{ft}}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 137

137

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Equations of Motion معادلات الحركة

• قانون نيوتن الثاني

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

• يمكن استخدام معادلات المركبات القياسية: مثل المركبات المتعامدة

$$\sum (F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k}) = m(a_x \vec{i} + a_y \vec{j} + a_z \vec{k})$$

$$\sum F_x = ma_x \quad \sum F_y = ma_y \quad \sum F_z = ma_z$$

$$\sum F_x = m\ddot{x} \quad \sum F_y = m\ddot{y} \quad \sum F_z = m\ddot{z}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 138

138

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

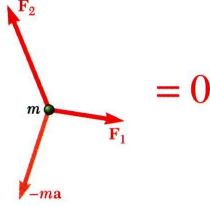
Dynamic Equilibrium

الاتزان الديناميكي

- تعبير آخر لقانون نيوتن الثاني :-

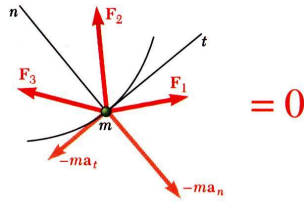
$$\sum \vec{F} - m\vec{a} = 0$$

$-m\vec{a} = \text{inertial vector}$



- يكون الجسم في حالة اتزان ديناميكي ، اذا كان نظام القوى مساوي للصفر ((متضمنا متجه القصور الذاتي)).

- يمكن هنا استخدام طرق التحليل المستخدمة للجسيمات المتزنة استاتيكا . مثلا يمكن التعبير عن القوى المؤثرة في نفس المستوى باستخدام نظرية مضع المتجهات المغلق.



- متجهات القصور الذاتي عادة ماتسمى بقوى القصور الذاتي (القوى الداخلية) ، حيث أنها تعبر عن مقاومة الجسم التي يبدلها بسبب التغير في الحركة ، مثل التغير في السرعة والاتجاه .

- قد تكون قوى القصور الذاتي (القوى الداخلية) مفيدة كمصطلح ، ولكن لا تشبه قوى التلامس والجاذبية الموجودة في الاستاتيكا.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

139

139

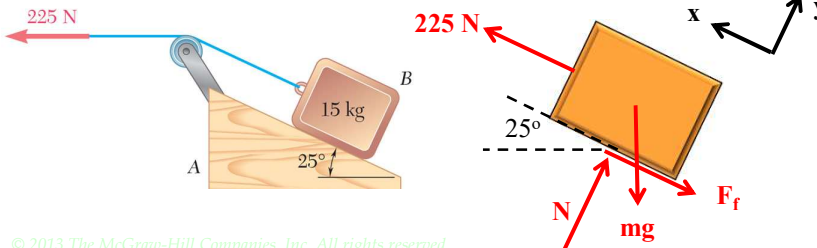
Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Free Body Diagrams and Kinetic Diagrams

مخططات الجسم الحر و المخططات الكينيتيكية

مخططات الجسم الحر FBD هي نفسها المستخدمة في الاستاتيكا ، ولكن هنا لابد من اضافة مخططات كينيتيكا الجسم KD .

- 1- اعزل الجسم المراد دراسته (الجسم الحر).
- 2- ارسم المحاور المستخدمة (كارتيزية ، مسارية ، قطبية).
- 3- أضف القوى المؤثرة على الجسم (الوزن ، قوة السحب ، ...).
- 4- استبدل المحامل الداعمة برودود أفعال (رد فعل أفقي ، رد فعل عمودي).
- 5- وضح الابعاد على الرسم (زوايا) .



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

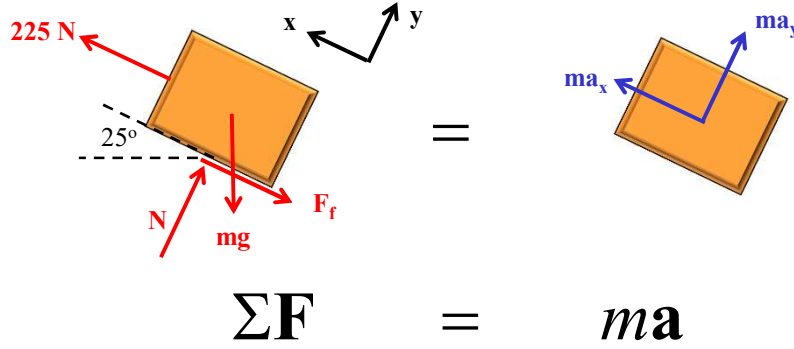
140

140

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Free Body Diagrams and Kinetic Diagrams

- أرسم قوي القصور الذاتي (الداخلية) للجسم المراد تحليل حركته على المخطط الكينتيكي:
- 1- اعزل الجسم المراد دراسته (الجسم الحر).
 - 2- ارسم مضروب الكتلة في العجلة للجسيم ، إذا كانت غير معرفة : افرضها في الاتجاه الموجب للمحاور المختارة .



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

141

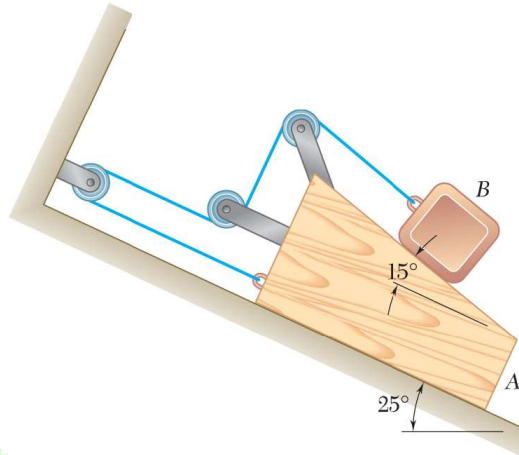
141

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Free Body Diagrams and Kinetic Diagrams

Draw the FBD and KD for block A (note that the massless, frictionless pulleys are attached to block A and should be included in the system).

- أرسم (FBD) و (KD) للصندوق A (لاحظ أن البكرات ذات الوزن المهمل والاحتكاك المهمل مثبتة بالصندوق A يجب تضمينها في النظام)؟



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

142

142

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Free Body Diagrams and Kinetic Diagrams

1. اعزل الجسم
2. ضع المحاور
3. ارسم القوى المطبقة
4. ضع ردود الافعال
5. ضع الابعاد
6. ارسم المخطط الكينتيكي

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

143

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Free Body Diagrams and Kinetic Diagrams

Draw the FBD and KD for the collar B. Assume there is friction acting between the rod and collar, motion is in the vertical plane, and θ, r are increasing

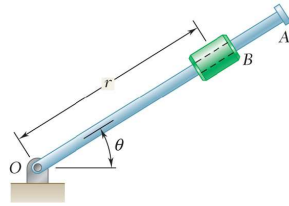
أرسم (FBD) و (KD) للحلقة B. افرض أن هناك احتكاك بين الحلقة والقضيب ، الحركة تكون في المستوى العمودي و θ, r في حالة ازدياد؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

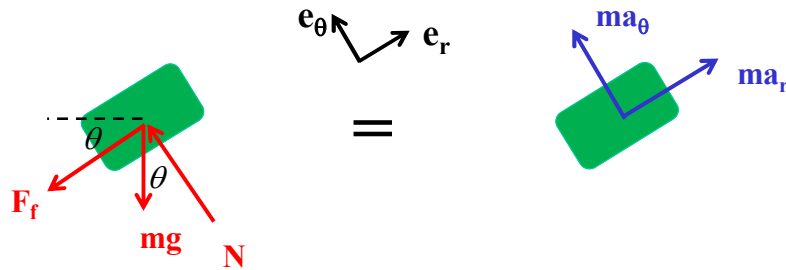
144

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Free Body Diagrams and Kinetic Diagrams



1. اعزل الجسم
2. ضع المحاور
3. ارسم القوى المطبقة
4. ضع ردود الأفعال
5. ضع الأبعاد
6. ارسم المخطط الكينتيكي



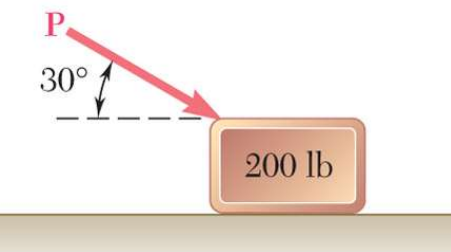
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

145

145

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 12.1



A 200-lb block rests on a horizontal plane. Find the magnitude of the force P required to give the block an acceleration of 10 ft/s^2 to the right. The coefficient of kinetic friction between the block and plane is $\mu_k = 0.25$.

SOLUTION: ترجمة المثال

يستريح الصندوق ذو الوزن 200 باوند-قوة على مستوى أفقي. أوجد مقدار القوة P اللازمة لإعطاء الصندوق عجلة مقدارها 10 ft/s^2 إلى اليمين. معامل الاحتكاك الحركي بين الصندوق والسطح يساوي $\mu_k = 0.25$ ؟

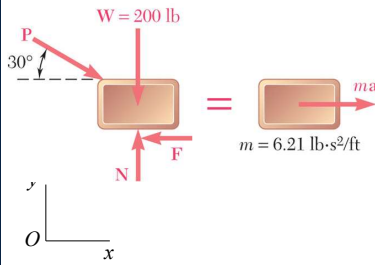
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

146

146

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 12.1



$$m = \frac{W}{g} = \frac{200 \text{ lb}}{32.2 \text{ ft/s}^2}$$

$$= 6.21 \frac{\text{lb} \cdot \text{s}^2}{\text{ft}}$$

$$F = \mu_k N$$

$$= 0.25N$$

SOLUTION: الحل

• حل معادلة الحركة للكتلة الى معادلات مركباتها العمودية .

$$\sum F_x = ma :$$

$$P \cos 30^\circ - 0.25N = (6.21 \text{ lb} \cdot \text{s}^2/\text{ft})(10 \text{ ft/s}^2)$$

$$= 62.1 \text{ lb}$$

$$\sum F_y = 0 :$$

$$N - P \sin 30^\circ - 200 \text{ lb} = 0$$

• المجاهيل عبارة عن القوة المطبقة P ورد الفعل N.

• يمكن حل هذه المعادلات لإيجاد المجاهيل .

$$N = P \sin 30^\circ + 200 \text{ lb}$$

$$P \cos 30^\circ - 0.25(P \sin 30^\circ + 200 \text{ lb}) = 62.1 \text{ lb}$$

$$P = 151 \text{ lb}$$

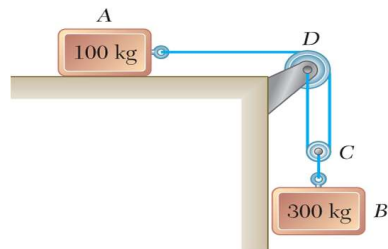
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

147

147

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 12.3



SOLUTION: ترجمة المثال

الصناديق الموضحة بالشكل تبدأ الحركة من السكون . لا يوجد احتكاك في المستوى الأفقي والبكرة . كتلة البكرة مهملة . أوجد عجلة كل من الصناديق وكذلك الشد في الحبل .

The two blocks shown start from rest. The horizontal plane and the pulley are frictionless, and the pulley is assumed to be of negligible mass. Determine the acceleration of each block and the tension in the cord.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

148

148

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Sample Problem 12.3

SOLUTION: الحل

- أكتب العلاقات الكينماتيكية للحركة الاعتمادية والعجلة للصناديق.

$$y_B = \frac{1}{2} x_A \quad a_B = \frac{1}{2} a_A$$

- أكتب معادلات الحركة للصناديق والبكرة.

Block A:

$$\sum F_x = m_A a_A :$$

$$T_1 = (100 \text{ kg}) a_A$$

Block B:

$$\sum F_y = m_B a_B :$$

$$m_B g - T_2 = m_B a_B$$

$$(300 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) - T_2 = (300 \text{ kg}) a_B$$

$$T_2 = 2940 \text{ N} - (300 \text{ kg}) a_B$$

Pulley C:

$$\sum F_y = m_C a_C = 0 :$$

$$T_2 - 2T_1 = 0$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 149

149

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Sample Problem 12.3

- اجمع العلاقات الكينماتيكية ومعادلات الحركة وحلها لاجاد العجلة للصناديق والشد في الحبل.

$$y_B = \frac{1}{2} x_A \quad a_B = \frac{1}{2} a_A$$

$$T_1 = (100 \text{ kg}) a_A$$

$$T_2 = 2940 \text{ N} - (300 \text{ kg}) a_B$$

$$= 2940 \text{ N} - (300 \text{ kg}) \left(\frac{1}{2} a_A \right)$$

$$T_2 - 2T_1 = 0$$

$$2940 \text{ N} - (150 \text{ kg}) a_A - 2(100 \text{ kg}) a_A = 0$$

$$a_A = 8.40 \text{ m/s}^2$$

$$a_B = \frac{1}{2} a_A = 4.20 \text{ m/s}^2$$

$$T_1 = (100 \text{ kg}) a_A = 840 \text{ N}$$

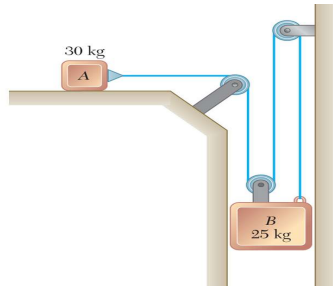
$$T_2 = 2T_1 = 1680 \text{ N}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 150

150

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving



SOLUTION: ترجمة المثال

تبدأ الصناديق حركتها من السكون .
باهمال كتل البكرات واهمال
الاحتكاك فيها . لا يوجد أيضا
احتكاك في المستوى الأفقى . أوجد :

- a عجلة كل صندوق .
- b الشد في الحبل .

The two blocks shown are originally at rest. Neglecting the masses of the pulleys and the effect of friction in the pulleys and between block A and the horizontal surface, determine (a) the acceleration of each block, (b) the tension in the cable.

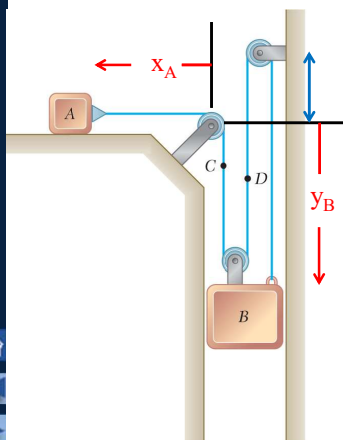
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

151

151

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving



SOLUTION: الحل

• أكتب معادلات الحركة والعجلة المقيدة الكينماتيكية.

تم الشغل على هذه المسألة في الفصل السابق :

$$x_A + 3y_B + \text{constants} = L$$

فاضل مرتين لاجاد علاقة العجلة بين الصناديق :

$$v_A + 3v_B = 0$$

$$a_A + 3a_B = 0$$

$$a_A = -3a_B \quad (1)$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

152

152

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Group Problem Solving

• إرسم FBD و KD لكل صندوق :

• أكتب معادلات الحركة لكل صندوق.

For Block B:

$$\Sigma F_y = m_B a_B$$

$$W_B - 3T = m_B a_B \quad (2)$$

For Block A:

$$\Sigma F_x = m_A a_A$$

$$-T = m_A a_B$$

From Eq (1) $T = 3m_A a_B \quad (3)$

• حل الثلاثة معادلات لإيجاد الثلاثة مجاهيل :

(3) → (2) $m_B g - 3(3m_A a_B) = m_B a_B$

$$a_B = \frac{g}{1 + 9 \frac{m_A}{m_B}} = \frac{9.81 \text{ m/s}^2}{1 + 9 \frac{30 \text{ kg}}{25 \text{ kg}}} = 0.83136 \text{ m/s}^2 \downarrow$$

$$T = 3 \times 30 \text{ kg} \times 0.83136 \text{ m/s}^2 = 74.8 \text{ N}$$

$$a_A = -2.49 = 2.49 \text{ m/s}^2 \rightarrow$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 153

153

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Concept Quiz

تبدا الانظمة الثلاثة حركتها من السكون ، رتب العجلات تنازليا (الأكبر عجلة الى الأقل)؟

a) (1) > (2) > (3) d) (1) = (2) = (3)

b) (1) = (2) > (3) e) (1) = (2) < (3)

c) (2) > (1) > (3)

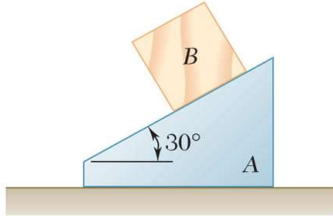
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 154

154

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 12.4

مثال 4.12



The 12-lb block B starts from rest and slides on the 30-lb wedge A , which is supported by a horizontal surface.

Neglecting friction, determine (a) the acceleration of the wedge, and (b) the acceleration of the block relative to the wedge.

SOLUTION ترجمة المثال

الصندوق B ذو الوزن 12 باوند-قوة يتحرك من السكون وينزلق فوق الصندوق A ذو الوزن 30 باوند-قوة ، الصندوق A مدعوم بالمستوى الأفقى.

بإهمال الاحتكاك ، اوجد :

a- عجلة الصندوق A .

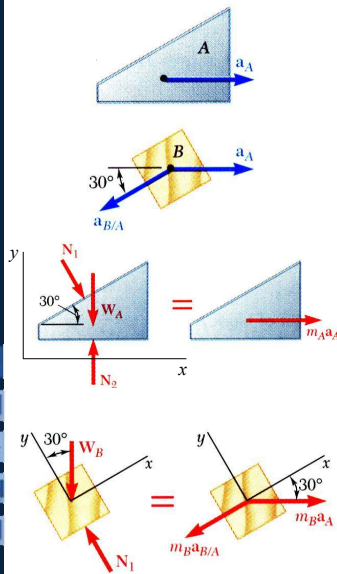
b- العجلة النسبية للصندوق B نسبة للصندوق A .

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

155

155

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



SOLUTION: الحل

- الصندوق B مقيد للانزلق إلى أسفل على سطح الصندوق A . إذن ، حركتهما مقيدة.

$$\vec{a}_B = \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A}$$

- أكتب معادلات الحركة للصناديق.

$$\sum F_x = m_A a_A :$$

$$N_1 \sin 30^\circ = m_A a_A$$

$$0.5 N_1 = (W_A / g) a_A$$

$$\sum F_x = m_B a_x = m_B (a_A \cos 30^\circ - a_{B/A}) :$$

$$-W_B \sin 30^\circ = (W_B / g) (a_A \cos 30^\circ - a_{B/A})$$

$$a_{B/A} = a_A \cos 30^\circ + g \sin 30^\circ$$

$$\sum F_y = m_B a_y = m_B (-a_A \sin 30^\circ) :$$

$$N_1 - W_B \cos 30^\circ = -(W_B / g) a_A \sin 30^\circ$$

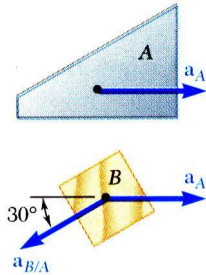
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

156

156

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

• حل لاجداد العجلة.



$$0.5N_1 = (W_A/g)a_A$$

$$N_1 - W_B \cos 30^\circ = -(W_B/g)a_A \sin 30^\circ$$

$$2(W_A/g)a_A - W_B \cos 30^\circ = -(W_B/g)a_A \sin 30^\circ$$

$$a_A = \frac{gW_B \cos 30^\circ}{2W_A + W_B \sin 30^\circ}$$

$$a_A = \frac{(32.2 \text{ ft/s}^2)(12 \text{ lb}) \cos 30^\circ}{2(30 \text{ lb}) + (12 \text{ lb}) \sin 30^\circ}$$

$$a_A = 5.07 \text{ ft/s}^2$$

$$a_{B/A} = a_A \cos 30^\circ + g \sin 30^\circ$$

$$a_{B/A} = (5.07 \text{ ft/s}^2) \cos 30^\circ + (32.2 \text{ ft/s}^2) \sin 30^\circ$$

$$a_{B/A} = 20.5 \text{ ft/s}^2$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

157

157

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Kinetics: Normal and Tangential Coordinates

معادلات الحركة : الإحداثيات العمودية والمماسية

تتعرض الطائرات و القطارات الى قوى عمودية كبيرة عند تغير اتجاهها .
بسبب قوة الجاذبية الارضية عند السرعات العالية.



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

158

158

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Kinetics: Normal and Tangential Coordinates

معادلات الحركة : الاحداثيات العمودية والمماسية

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

• قانون نيوتن الثاني للحركة

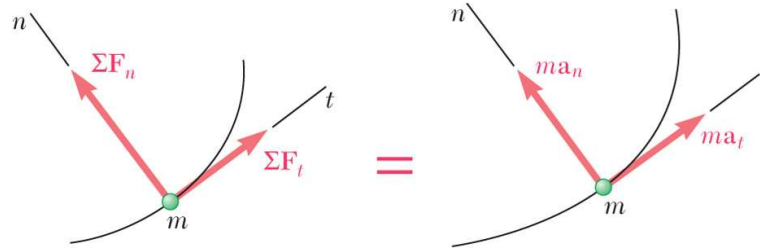
• للمركبات المماسية والعمودية :

$$\sum F_t = ma_t$$

$$\sum F_t = m \frac{dv}{dt}$$

$$\sum F_n = ma_n$$

$$\sum F_n = m \frac{v^2}{\rho}$$



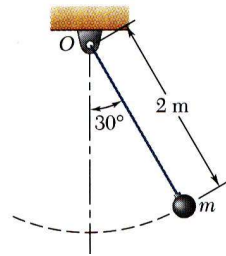
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

159

159

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 12.5



The bob of a 2-m pendulum describes an arc of a circle in a vertical plane. If the tension in the cord is 2.5 times the weight of the bob for the position shown, find the velocity and acceleration of the bob in that position.

SOLUTION: ترجمة المثال

في البندول الموضح بالشكل ، يتحرك رأسه على مسار دائري في المستوى العمودي. إذا كان الشد في الحبل يساوي (2.5) مضروباً في وزن رأسه) ، أوجد السرعة والعجلة للرأس في هذا الوضع.

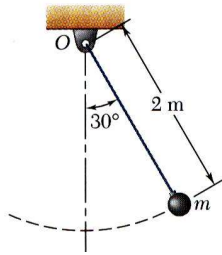
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

160

160

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Tenth Edition



SOLUTION:

- عبر عن معادلات الحركة للرأس بدلالة المركبات المماسية والعمودية.
- حل معادلات المركبات للحركة لإيجاد مركبات العجلة المماسية والعمودية.

$$\sum F_t = ma_t : \quad mg \sin 30^\circ = ma_t$$

$$a_t = g \sin 30^\circ$$

$$a_t = 4.9 \text{ m/s}^2$$

$$\sum F_n = ma_n : \quad 2.5mg - mg \cos 30^\circ = ma_n$$

$$a_n = g(2.5 - \cos 30^\circ)$$

$$a_n = 16.03 \text{ m/s}^2$$

- أوجد السرعة كدالة في العجلة العمودية .

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} \quad v = \sqrt{\rho a_n} = \sqrt{(2 \text{ m})(16.03 \text{ m/s}^2)}$$

$$v = \pm 5.66 \text{ m/s}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

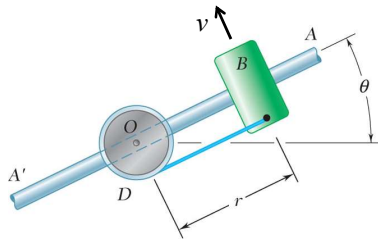
161

161

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Tenth Edition

Group Problem Solving



The 3-kg collar B rests on the frictionless arm AA' . The collar is held in place by the rope attached to drum D and rotates about O in a horizontal plane. The linear velocity of the collar B is increasing according to $v = 0.2 t^2$ where v is in m/s and t is in sec. Find the tension in the rope and the force of the bar on the collar after 5 seconds if $r = 0.4 \text{ m}$.

SOLUTION: ترجمة المثال

الحلقة B كتلتها 3 كيلوجرام تستريح على الذراع AA' (الاحتكاك في الذراع مهم).

الحلقة مثبتة في مكانها بواسطة حبل مربوط في الدسك D وتدور حول النقطة O في المستوى الأفقي. السرعة الخطية للحلقة B تزيد حسب العلاقة التالية :

$v = 0.2 t^2$ حيث أن v تقاس ب m/s والزمن t يقاس بالثواني . أوجد الشد في الحبل وقوة الذراع المؤثرة على الحلقة B بعد 5 ثواني إذا كان $r = 0.4 \text{ m}$ ؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

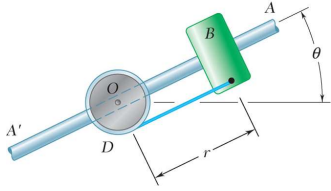
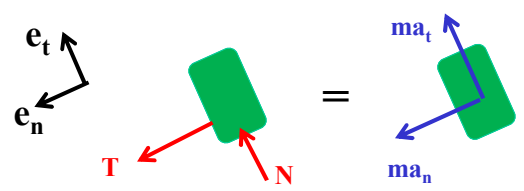
162

162

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

SOLUTION:

- المعطيات: $v = 0.2t^2$, $r = 0.4$ m
- أوجد: T and N at $t = 5$ sec
- إرسم مخططات KD, FBD للحلقة.

أكتب معادلات الحركة للحلقة.

$$\Sigma F_n = ma_n \quad \Sigma F_t = ma_t$$

$$N = m \frac{v^2}{\rho} \quad T = m \frac{dv}{dt}$$

اعكسهم

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

163

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

الكميات: v_t , a_n , a_t

$$v_t = 0.2t^2 = 0.2(5^2) = 5 \text{ m/s}$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{5^2}{0.4} = 62.5 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = 0.4t = 0.4(5) = 2 \text{ m/s}^2$$

التعويض في معادلات الحركة

$$\Sigma F_n = ma_n \quad \Sigma F_t = ma_t$$

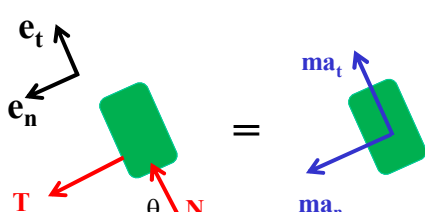
$$N = 3.0(62.5) \quad T = 3.0(2)$$

خطأ في التعويض

اعكسهم

$N = 187.5 \text{ N}$

$T = 6.0 \text{ N}$



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

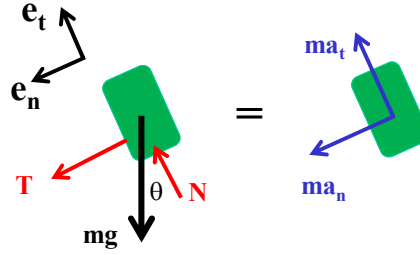
164

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

كيف يتم حل المسألة إذا كانت الحركة في المستوى العمودي ؟

You would add an mg term and would also need to calculate θ

يجب عليك اضافة المضروب mg وحساب الزاوية θ .



متى تكون القوة المماسية أكبر من العمودية ؟

تكون فقط في البداية عند البدء في التجهيل . وعادة تكون $a_t \gg a_n$.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

165

165

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Kinetics: Radial and Transverse Coordinates

معادلات الحركة باستخدام (الاحداثيات القطبية)

عادة ما نستخدم الاحداثيات القطبية في تحليل حركة المحركات الهيدروليكية والاذرع الروبوتية الممتدة .



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

166

166

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

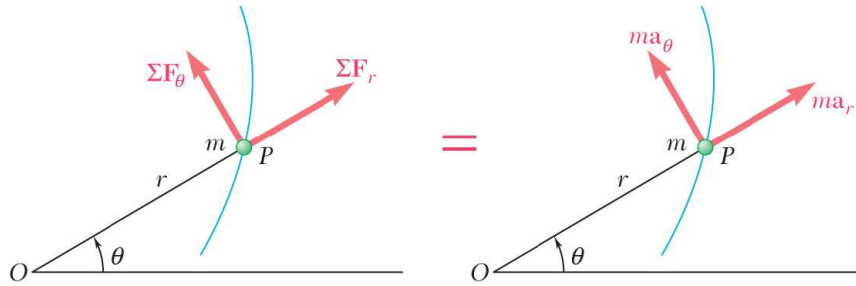
Eqs of Motion in Radial & Transverse Components

معادلات الحركة باستخدام (الأحداثيات القطبية)

• أعتبر جسيم معرف بي r و θ في النظام القطبي :

$$\sum F_r = ma_r = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)$$

$$\sum F_\theta = ma_\theta = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})$$



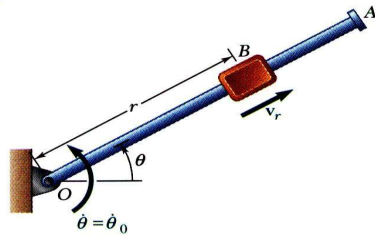
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

167

167

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 12.7



A block B of mass m can slide freely on a frictionless arm OA which rotates in a horizontal plane at a constant rate $\dot{\theta}_0$.

Knowing that B is released at a distance r_0 from O , express as a function of r

- the component v_r of the velocity of B along OA , and
- the magnitude of the horizontal force exerted on B by the arm OA .

SOLUTION: ترجمة المثال

ينزل الصندوق B ذو الكتلة m بحرية على ذراع أملس OA الذي يدور في المستوى الأفقي بمعدل ثابت $\dot{\theta}_0$.

إذا علمت أنه قد أطلق الصندوق B عند مسافة r_0 من O ، عبر عن الاتي كدالة في r :-

(a) المركبة v_r لسرعة الصندوق على طول الذراع OA .

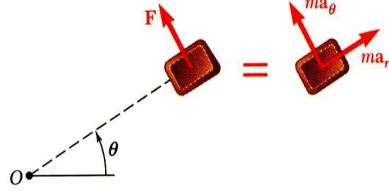
(b) مقدار القوة الأفقية المطبقة على الصندوق B بواسطة الذراع OA .

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

168

168

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



SOLUTION: الحل

• أكتب معادلات الحركة في اتجاه الزاوية والقطر.

$$\sum F_r = m a_r : 0 = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)$$

$$\sum F_\theta = m a_\theta : F = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})$$

• كامل معادلة الحركة القطرية لإيجاد معادلة السرعة القطرية.

$$\dot{r} = v_r = \frac{dv_r}{dt} = \frac{dv_r}{dr} \frac{dr}{dt} = v_r \frac{dv_r}{dr}$$

$$\dot{r} = v_r \frac{dv_r}{dr}$$

$$v_r dv_r = r \dot{\theta}^2 dr = r \dot{\theta}_0^2 dr$$

$$\int_0^{v_r} v_r dv_r = \dot{\theta}_0^2 \int_{r_0}^r r dr$$

$$v_r^2 = \dot{\theta}_0^2 (r^2 - r_0^2)$$

• عوض بالمعطيات في معادلة الحركة المستعرضة لإيجاد التعبير عن القوة المطبقة على الصندوق B.

$$F = 2m \dot{\theta}_0^2 (r^2 - r_0^2)^{1/2}$$

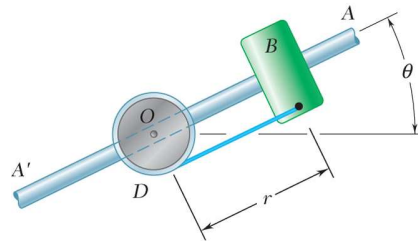
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

169

169

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving



SOLUTION: خطوات الحل

The 3-kg collar B slides on the frictionless arm AA'. The arm is attached to drum D and rotates about O in a horizontal plane at the rate $\dot{\theta} = 0.75t$ where $\dot{\theta}$ and t are expressed in rad/s and seconds, respectively. As the arm-drum assembly rotates, a mechanism within the drum releases the cord so that the collar moves outward from O with a constant speed of 0.5 m/s. Knowing that at $t = 0$, $r = 0$, determine the time at which the tension in the cord is equal to the magnitude of the horizontal force exerted on B by arm AA'.

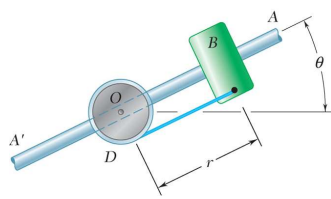
تنزلق الحلقة B ذات الكتلة 3 كيلوجرام على الذراع الأملس AA'. الذراع مربوط بالدسك D ويدور حول المركز O في المستوى الأفقي بمعدل $\dot{\theta} = 0.75t$ حيث $\dot{\theta}$ تقاس ب rad/sec و الزمن t يقاس بالثواني. في نفس الوقت الذي عنده يتحرك النظام المركب من (الذراع - دسك) حول المركز O، يطلق الدسك الحبل بحيث تتحرك الحلقة B مبتعدة عن المركز O بسرعة ثابتة مقدارها 0.5m/sec. إذا علمت أنه عند $t=0$ تكون $r=0$ ، أوجد الزمن t الذي عنده يكون مقدار الشد في الحبل مساويا لمقدار القوة الأفقية المطبقة على الحلقة B بواسطة الذراع AA'؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

170

170

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

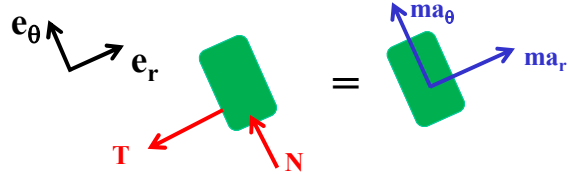


SOLUTION: • المعطيات: $\dot{\theta} = 0.75t$ $r(0) = 0$

$$\dot{r} = 5 \text{ m/s}$$

• أوجد الزمن عند $T=N$

• إرسم FBD و KD للحلقة B.



• أكتب معادلات الحركة للحلقة B.

$$+\nearrow \Sigma F_r = ma_r$$

$$\Sigma F_\theta = m_B a_\theta$$

$$+\searrow -T = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)$$

$$N = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

171

171

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

• أحسب كينماتيكا الحلقة.

$$\dot{r} = 5 \text{ m/s}$$

$$\dot{\theta} = (0.75t) \text{ rad/s}$$

$$\int_0^r dr = \int_0^t 0.5 dt$$

$$\ddot{\theta} = 0.75 \text{ rad/s}^2$$

$$r = (0.5t) \text{ m}$$

$$\ddot{r} = 0$$

عوض عن القيم في معادلات a_r, a_θ

$$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = 0 - [(0.5t) \text{ m}][(0.75t) \text{ rad/s}]^2 = -(0.28125t^3) \text{ m/s}^2$$

$$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} = [(0.5t) \text{ m}][0.75 \text{ rad/s}^2] + 2(0.5 \text{ m/s})[(0.75t) \text{ rad/s}] = (1.125t) \text{ m/s}^2$$

عوض في معادلات الحركة:

$$T = N$$

$$\Sigma F_r = ma_r: -T = (3 \text{ kg})(-0.28125t^3) \text{ m/s}^2$$

$$(0.84375t^3) = (3.375t)$$

$$\Sigma F_\theta = m_B a_\theta: N = (3 \text{ kg})(1.125t) \text{ m/s}^2$$

$$t^2 = 4.000$$

$$t = 2.00 \text{ s}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

172

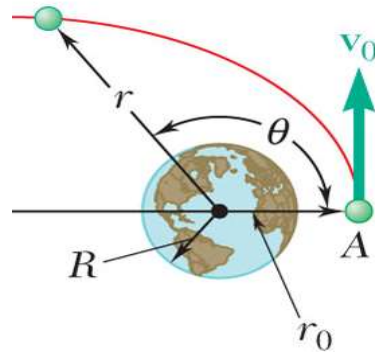
172

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Angular Momentum of a Particle

كمية الحركة الزاوية لجسيم (الزخم الزاوي)

يتم تحليل حركة الأقمار الصناعية بواسطة مبدأ حفظ كمية الحركة الزاوية (الزخم الزاوي) .



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

173

173

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

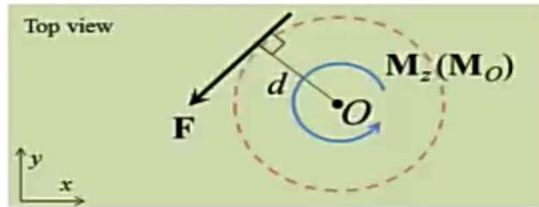
Angular Momentum of a Particle

كمية الحركة الزاوية لجسيم (الزخم الزاوي)

مراجعة : نعرف كيفية إيجاد عزم قوة حول نقطة أو محور من مقرر الاستاتيكا:

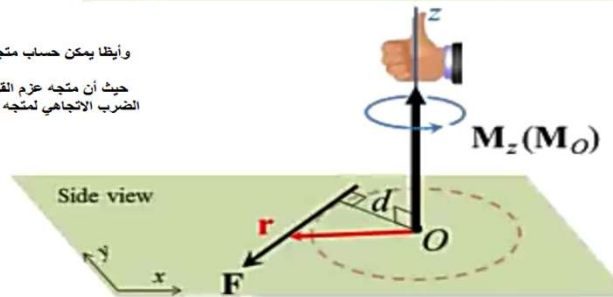
تعلمنا من مقرر الاستاتيكا الكيفية التي نحسب بها عزم القوة حول نقطة مرجع أو حول محور يمر بنقطة المرجع ، عزم القوة حول نقطة الاصل هو عبارة عن حاصل ضرب مقدار القوة في المسافة العمودية من خط عمل تأثير القوة ونقطة الاصل .

$$M_O = Fd$$



وأيتذا يمكن حساب متجه العزم لقوة حول نقطة الاصل أو محور يمر بنقطة الاصل. حيث أن متجه عزم القوة حول نقطة الاصل : هو عبارة عن حاصل الضرب الاتجاهي لمتجه المسافة بين نقطة الاصل وخط عمل القوة في متجه القوة

$$\vec{M}_O = \vec{r} \times \vec{F}$$



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

174

174

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Angular Momentum of a Particle كمية الحركة الزاوية لجسيم (الزخم الزاوي)

إذن : على نفس النحو يمكن إيجاد عزم كمية الحركة (الزخم الزاوي) حول محور يمر بالنقطة O:

Angular momentum

كمية الحركة الزاوية (الزخم الزاوي)

$$H_O = (mv) \cdot d$$

مقدار الزخم الزاوي حول المركز

متجه الزخم الزاوي حول المركز

$$\vec{H}_O = \vec{r} \times (m\vec{v})$$

Top view

Side view

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

175

175

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Eqs of Motion in Radial & Transverse Components معادلات الحركة بالأحداثيات القطبية

• أعتبر جسيم معرف عند r, θ في النظام القطبي :

$$\sum F_r = ma_r = m(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)$$

$$\sum F_\theta = ma_\theta = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})$$

• يمكن اشتقاق هذه النتيجة عن طريق مبدأ حفظ الزخم الزاوي :

$$H_O = m r v_\theta$$

$$H_O = m r^2 \dot{\theta}$$

$$r \sum F_\theta = \frac{d}{dt} (m r^2 \dot{\theta})$$

$$= m(r^2 \ddot{\theta} + 2r\dot{r}\dot{\theta})$$

$$\sum F_\theta = m(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})$$

من قانون نيوتن الثاني :
مجموع عزوم القوى حول نقطة يساوي مجموع معدل تغير عزم كمية الحركة حول نفس النقطة (معدل تغير الزخم الزاوي).

تذكر من الفصل الاول :

$$\vec{v} = \dot{r} \vec{e}_r + r \dot{\theta} \vec{e}_\theta$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2) \vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}) \vec{e}_\theta$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

176

176

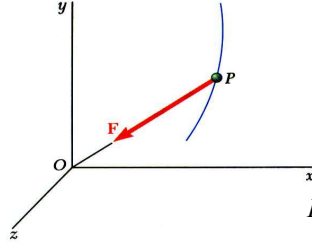
Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Conservation of Angular Momentum

مبدأ حفظ الزخم الزاوي

$$r_1 * mv_1 = r_2 * mv_2$$

- عندما يكون هناك قوة فقط مطبقة على جسيم وموجهة نحو أو مبتعدة عن نقطة ثابتة O ، يمكننا القول أن الجسيم يتحرك تحت تأثير قوة مركزية.

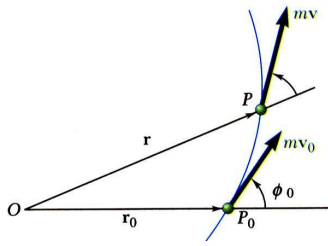


- بمأن خط عمل القوة يمر بالنقطة O ،

$$\sum \vec{M}_O = \dot{\vec{H}}_O = 0 \text{ and}$$

$$\vec{r} \times m\vec{V} = \vec{H}_O = \text{constant}$$

- متجهي الموضع وسرعة الجسيم تقع في مستوى عمودي على $\vec{H}_O$.



- مقدار الزخم الزاوي :-

$$H_O = rmV \sin \phi = \text{constant}$$

$$= r_0 m V_0 \sin \phi_0$$

$$\text{or } H_O = mr^2 \dot{\theta} = \text{constant}$$

$$\frac{H_O}{m} = r^2 \dot{\theta} = h = \frac{\text{angular momentum}}{\text{unit mass}}$$

وحدة كتلة

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

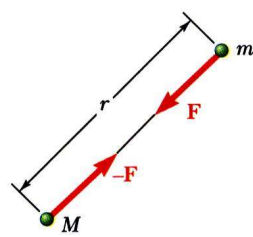
177

177

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Newton's Law of Gravitation

قانون نيوتن للجاذبية



- قوة الجاذبية المطبقة على الكوكب بواسطة الشمس أو قوة الجاذبية المطبقة على الأقمار الصناعية بواسطة الأرض هي أمثلة مهمة على قوة الجاذبية.

- قانون الجذب العام (الثقالة) لنيوتن : يتحكم في التجاذب المتبادل بين جسيمين كتلتهم m و M : (هذا التجاذب ناتج من قوتين متساويتين في المقدار ومختلفتين في الاتجاه و خط عملهما يقع على نفس الخط الرابط بين الجسيمين).

$$F = G \frac{Mm}{r^2}$$

ثابت الجاذبية

$G = \text{constant of gravitation}$

$$= 66.73 \times 10^{-12} \frac{\text{m}^3}{\text{kg} \cdot \text{s}^2} = 34.4 \times 10^{-9} \frac{\text{ft}^4}{\text{lb} \cdot \text{s}^4}$$

- لجسيم كتلته m على سطح الأرض :

$$W = m \frac{MG}{R^2} = mg \quad g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 32.2 \frac{\text{ft}}{\text{s}^2}$$

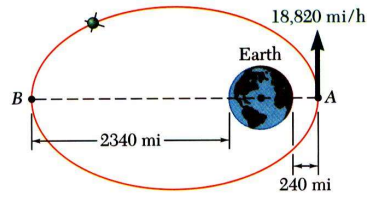
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

178

178

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 12.8



A satellite is launched in a direction parallel to the surface of the earth with a velocity of 18820 mi/h from an altitude of 240 mi. Determine the velocity of the satellite as it reaches its maximum altitude of 2340 mi. The radius of the earth is 3960 mi.

SOLUTION: ترجمة المثال

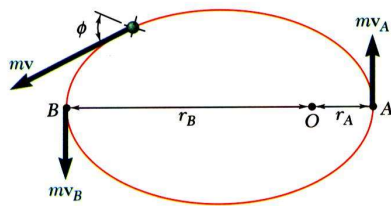
أطلق قمر صناعي في اتجاه موازى لسطح الأرض بسرعة 18820 ميل / ساعة ومن ارتفاع 240 ميل. أوجد سرعة القمر الصناعي عندما تصل أقصى ارتفاع وهو يساوي 2340 ميل. نصف قطر الأرض هو 3960 ميل؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

179

179

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



SOLUTION: الحل

• بمأن القمر الصناعي يتحرك تحت تأثير قوة مركزية ، إذا كمية الحركة الزاوية تكون ثابتة . احسب الزخم الزاوي عن A ، B وطبق مبدأ حفظ الزخم الزاوي عند النقطتين ومن ثم حل المعادلة لإيجاد سرعة القمر الصناعي عند أقصى ارتفاع.

$$rmv \sin \phi = H_O = \text{constant}$$

$$r_A m v_A = r_B m v_B$$

$$v_B = v_A \frac{r_A}{r_B}$$

$$= (18820 \text{ mi/h}) \frac{(3960 + 240) \text{ mi}}{(3960 + 2340) \text{ mi}}$$

$$v_B = 12550 \text{ mi/h}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

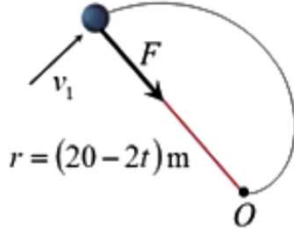
180

180

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

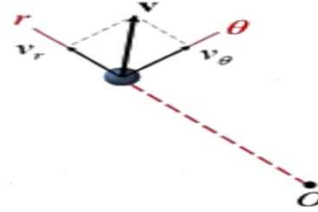
مبدأ حفظ كمية الحركة الزاوية (الزخم الزاوي) مثال اضافي 22

الحل :-



كرة كتلتها 2 كجم مربوطة بخيط وتتحرك في المستوى الأفقي. إذا كانت القوة F في الخيط تعمل على سحب الخيط بحيث يتغير طوله مع الزمن كما هو موضح بالشكل ، أحسب سرعة الكرة عند زمن $t = 5 \text{ sec}$. كشرط ابتدائي للحركة ، أعطيت الكرة سرعة ابتدائية مقدارها

10m/sec ، هذه السرعة عمودية على الخيط.



$$(H_0)_1 = (H_0)_2$$

$$r_1 \cdot m \cdot v_1 = r_2 \cdot m \cdot v_{\theta,2}$$

$$r = (20 - 2t) \text{ m} \quad r_1 = 20 \text{ m} \quad r_2 = 10 \text{ m} \quad v_1 = 10 \text{ m/s}$$

$$\therefore v_{\theta,2} = 20 \text{ m/s}$$

$$v_r = \frac{dr}{dt} = -2 \text{ m/s}$$

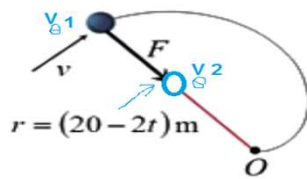
$$\therefore v_2 = \sqrt{20^2 + (-2)^2} = 20.1 \text{ (m/s)} \text{ Ans.}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

181

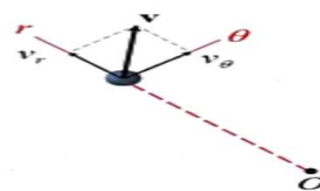
181

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



نفرض ان بداية الحركة عند النقطة 1 (اي بعد صفر ثانية من الحركة) هي النقطة الاولى والنقطة الثانية هي نقطة النهاية (اي بعد 5 ثواني من الحركة).

- نقوم بإيجاد القطر الابتدائي عند النقطة الاولى اي عند زمن قدره (0) وهو يساوي 20 ، والقطر عند النقطة الثانية اي بعد زمن 5 ثواني وهو 10 متر
- من المعطيات السرعة العمودية (يعني الزاوية عند البداية تساوي 10 متر لكل ثانية).



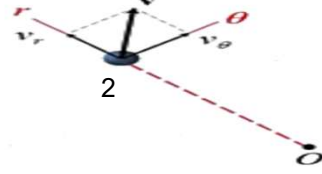
نلاحظ هنا أنه إذا أخذنا عزم كمية الحركة في اتجاه القطر يساوي صفر ، يعني عندنا عزم كمية الحركة في اتجاه الزاوية فقط ، انظر الشكل اليمين .

- يمكن تطبيق مبدأ الزخم الزاوي بسبب أنه هناك قوة مركزية (تمر بمركز الدوران)
- يجب ملاحظة التغير في القطر مع الزمن حسب المعادلة بالأعلى .

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

182

182



3
بتطبيق مبدأ الزخم الزاوي عند النقطتين 1 و 2 يمكن إيجاد السرعة في اتجاه الزاوية عند النقطة 2 .

- نلاحظ ان السؤال طالب السرعة الكلية عند النقطة 2 . فيجب إيجاد السرعة في اتجاه القطر عند الزمن 5 ثواني .
- نقوم بإجراء عملية التفاضل على معادلة الموضع في اتجاه القطر لإيجاد السرعة القطرية .
- الان لديك السرعة الزاوية والقطرية عند النقطة 2 (اي بعد 5 ثواني من الحركة) يمكنك اخذ الجذر التربيعي لفرق مربعيهما لإيجاد محصلة السرعة المطلوبة .

اختر وتمرن على بعض المسائل
على الفصل الثاني عشر من الكتاب
المدرسي

Practice makes perfect

Tenth Edition

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

The End of Chapter 12

نهاية الفصل الثاني

الفصل الثالث سوف يكون بعنوان

(كينيتيكا الجسيمات: طرق الطاقة وكمية الحركة)

Kinetics of Particles: Energy and Momentum Methods

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

185

185

Tenth Edition

VECTOR MECHANICS FOR ENGINEERS: DYNAMICS

CHAPTER 13

Ferdinand P. Beer
E. Russell Johnston, Jr.
Phillip J. Cornwell
Lecture Notes:
Brian P. Self
California Polytechnic State University

الفصل الثالث

كينيتيكا الجسيمات

طرق الطاقة

وكمية الحركة

Kinetics of Particles: Energy and Momentum Methods

الفصل الثالث

كينيتيكا الجسيمات

طريقتي الطاقة وكمية الحركة



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

186

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics	
Contents	
محتويات الفصل الثالث	
المقدمة Introduction	الحركة تحت تأثير قوة مركزية محافظة Motion Under a Conservative Central Force
شغل القوة Work of a Force	مبدأ الدفع وكمية الحركة Principle of Impulse and Momentum
مبدأ الشغل والطاقة Principle of Work & Energy	الحركة المندفعة Impulsive Motion
تطبيقات مبدأ الشغل والطاقة Applications of the Principle of Work & Energy	أمثلة 10-13 إلى 12-13 Sample Problems 13.10 to 13-12
القدرة والكفاءة Power and Efficiency	التصادم Impact
أمثلة 1-13 إلى 5-13 Sample Problems 13.1 to 13.5	التصادم المركزي المباشر Direct Central Impact
الطاقة الكامنة Potential Energy	التصادم المركزي المائل Oblique Central Impact
القوى المحافظة Conservative Forces	أمثلة 13.14 إلى 13.17 تتعامل مع الطاقة وكمية الحركة Sample Problem 13.14 to 13.17
حفظ الطاقة Conservation of Energy	

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics	
طرق الطاقة وكمية الحركة	
Energy and Momentum Methods	
عصا بوجو تسمح للطفل للتغيير بين الطاقة الحركية و الطاقة الكامنة من الجاذبية والطاقة الكامنة في الزنبرك.	عادة يتم تحليل ودراسة الحوادث بواسطة طرق كمية الحركة .
	

Tenth Edition

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Introduction

المقدمة

- سابقاً، تم حل المسائل التي تتعامل مع حركة الجسيمات من خلال المعادلة الأساسية للحركة،

$$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}.$$
- هذا الفصل يقدم طريقتين جديدتين اضافيتين لتحليل الحركة.
- **طريقة الشغل والطاقة** : تربط القوة والكتلة والسرعة والازاحة بعلاقة مباشرة.
- **طريقة الدفع وكمية الحركة** : تربط القوة والكتلة والسرعة والزمن بعلاقة مباشرة.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. - 189

189

Tenth Edition

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Introduction

منهجية مسائل الكينيتيكا

قوة - عجلة	سرعة - ازاحة	سرعة - زمن
↓	↓	↓
قانون نيوتن للحركة (الفصل السابق)	شغل - طاقة	الدفع - كمية الحركة
$\Sigma \vec{F} = m\vec{a}_G$	$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$	$m\vec{v}_1 + \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = m\vec{v}_2$

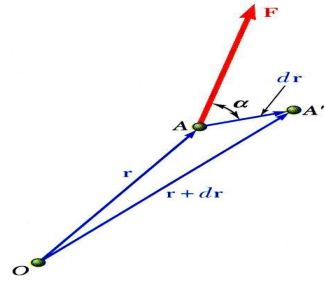
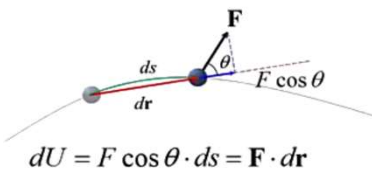
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 190

190

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Work of a Force

شغل القوة



$$dU = F \cos \theta \cdot ds = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$$

• المشتقة المتجهة $d\mathbf{r}$ هو ازاحة الجسيم.

• شغل القوة هو : عبارة عن المضروب القياسي للقوة في الازاحة.

$$\begin{aligned} dU &= \vec{F} \cdot d\vec{r} \\ &= F ds \cos \alpha \\ &= F_x dx + F_y dy + F_z dz \end{aligned}$$

• أبعاد الشغل هي الطول في قوة . ووحدته هو جول

length $\times$ force.

$$1 \text{ J (joule)} = (1 \text{ N})(1 \text{ m}) \quad 1 \text{ ft} \cdot \text{lbf} = 1.356 \text{ J}$$



$$\text{Work of force } F: U = F \cdot s$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

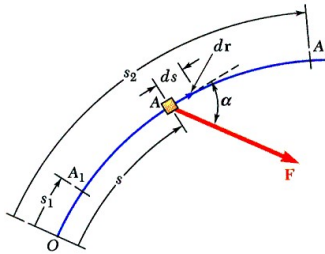
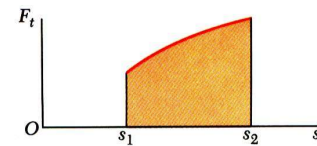
191

191

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Work of a Force

• شغل القوة خلال ازاحة محددة :



$$\begin{aligned} U_{1 \rightarrow 2} &= \int_{A_1}^{A_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} \\ &= \int_{s_1}^{s_2} (F \cos \alpha) ds = \int_{s_1}^{s_2} F_t ds \\ &= \int_{A_1}^{A_2} (F_x dx + F_y dy + F_z dz) \end{aligned}$$

• Work is represented by the area under the curve of F_t plotted against s .

• الشغل معرف بالمساحة تحت منحنى القوة المماسية-مسافة .

• F_t is the force in the direction of the displacement ds

• F_t هي القوة في اتجاه الازاحة ds .

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

192

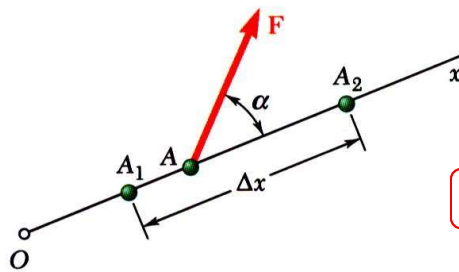
192

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Work of a Force

What is the work of a constant force in rectilinear motion?

ما هو الشغل للقوة الثابته في حركة مستقيمة ؟



- a) $U_{1 \rightarrow 2} = F \Delta x$
- b) $U_{1 \rightarrow 2} = (F \cos \alpha) \Delta x$
- c) $U_{1 \rightarrow 2} = (F \sin \alpha) \Delta x$
- d) $U_{1 \rightarrow 2} = 0$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

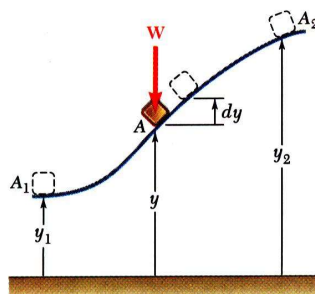
193

193

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Work of a Force

شغل قوة الوزن



• شغل قوة الوزن:

$$dU = F_x dx + F_y dy + F_z dz$$

$$= -W dy$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = - \int_{y_1}^{y_2} W dy$$

$$= -W(y_2 - y_1) = -W \Delta y$$

• Work of the weight is equal to product of weight W and vertical displacement Δy .

• شغل الوزن يساوي مضروب الوزن W في الازاحة الرأسية Δy .

• في الشكل العلوي ، متى يكون الشغل المبذول بواسطة الزمن موجب ؟

- a) الحركة من y_1 الى y_2
- b) الحركة من y_2 الى y_1
- c) مستحيل

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

194

194

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Work of a Force شغل قوة النابض

• مقدار القوة المطبقة بواسطة زنبرك تتناسب مع الاستطالة :

$F = kx$
 $k = \text{spring constant (N/m or lb/in.)}$
 ثابت النابض

• شغل قوة النابض :-

$dU = -F dx = -kx dx$

$U_{1 \rightarrow 2} = -\int_{x_1}^{x_2} kx dx = \frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} kx_2^2$

• شغل قوة النابض يكون موجب عندما يكون $x_2 < x_1$ اي عندما يعود النابض الى وضعه الاصلي.

• الشغل المبذول بواسطة قوة النابض معرف بسالب المساحة تحت منحنى القوة - مسافة .

$U_{1 \rightarrow 2} = -\frac{1}{2} (F_1 + F_2) \Delta x$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

195

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Work of a Force

Spring undeformed

As the block moves from A_0 to A_1 , is the work positive or negative?

عندما يتحرك الصندوق من الموضع A_0 الى A_1 ،
 يكون الشغل المبذول موجب أو سالب ؟

Positive Negative

عندما يتحرك الصندوق من الموضع A_0 الى A_2 ،
 يكون الشغل المبذول موجب أو سالب ؟

Positive Negative

Displacement is in the opposite direction of the force
 الازاحة تكون في الاتجاه المضاد للقوة

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

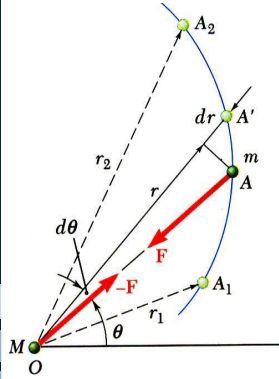
196

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Work of a Force

شغل قوة الجاذبية

شغل قوة الجاذبية (افرض ان الجسم M يحتل الموضع الثابت O بينما الجسم m يتحرك على طول المسار الموضح بالرسم :



$$dU = -Fdr = -G \frac{Mm}{r^2} dr$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = - \int_{r_1}^{r_2} G \frac{Mm}{r^2} dr = G \frac{Mm}{r_2} - G \frac{Mm}{r_1}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

197

197

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

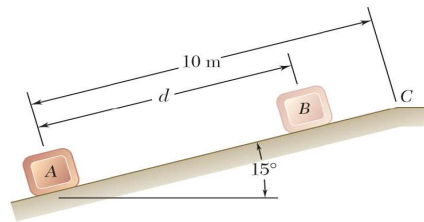
Work of a Force

Does the normal force do work as the block slides from B to A?

هل القوة العمودية تبذل شغل عندما ينزلق الصندوق من B الى A؟

نعم

لا



هل الوزن يبذل شغل عندما ينزلق الصندوق من B الى A؟

موجب أو

شغل سالب

نعم

لا

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

198

198

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Work of a Force

القوى التي لا تسبب شغل $(ds = 0 \text{ or } \cos \alpha = 0)$:-

- Reaction at frictionless pin supporting rotating body,
رد الفعل عند محمل عديم الاحتكاك لدعم جسم دوار
- Reaction at frictionless surface when body in contact moves along surface,
رد الفعل عند سطح عديم الاحتكاك لدعم جسم يتحرك على طول السطح
- Reaction at a roller moving along its track
رد الفعل عند بكره تتحرك على طول مسارها
- Weight of a body when its center of gravity moves horizontally.
وزن جسم عندما يكون مركز ثقله يتحرك أفقيا

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

199

199

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Particle Kinetic Energy: Principle of Work & Energy

الطاقة الحركية لجسيم: مبدأ الشغل والطاقة

• افترض أن جسيم كتلته m تؤثر عليه قوة $\vec{F}$:-

$$F_t = ma_t = m \frac{dv}{dt}$$

$$= m \frac{dv}{ds} \frac{ds}{dt} = mv \frac{dv}{ds}$$

$$F_t ds = mv dv$$

• كامل من A_1 الى A_2 :

$$\int_{s_1}^{s_2} F_t ds = m \int_{v_1}^{v_2} v dv = \frac{1}{2} mv_2^2 - \frac{1}{2} mv_1^2$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = T_2 - T_1 \quad T = \frac{1}{2} mv^2 = \text{kinetic energy}$$

• شغل القوة $\vec{F}$ المطبقة على جسيم يساوي التغير في الطاقة الحركية للجسيم .

• الشغل والطاقة الحركية لها نفس الوحدات :-

$$T = \frac{1}{2} mv^2 = \text{kg} \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = \left(\text{kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \text{m} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

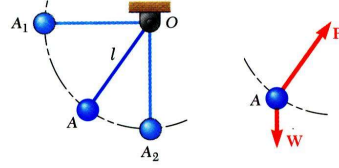
200

200

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Applications of the Principle of Work and Energy

تطبيقات مبدأ الشغل والطاقة



- The bob is released from rest at position A_1 . Determine the velocity of the pendulum bob at A_2 using work & kinetic energy.

• أطلقت كرة البندول الموضح بالشكل العلوي من الموضع A_1 . أوجد سرعة كرة البندول عند الموضع A_2 باستخدام مبدأ الشغل والطاقة الحركية؟

- القوة $\vec{P}$ تؤثر عموديا على المسار ولا تسبب شغل :

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$$

$$0 + Wl = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_2^2$$

$$v_2 = \sqrt{2gl}$$

- إمكانية حساب السرعة من غير الرجوع الى معادلة للعجلة وإجراء عملية التكامل .
- كل الكميات عبارة عن كميات قياسية وبالتالي يمكن جمعها مع بعض مباشرة.
- القوى التي لا تعمل شغل يجب حذفها من المسألة.

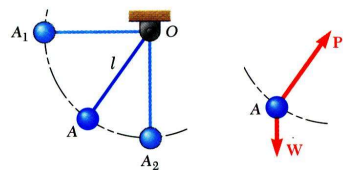
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

201

201

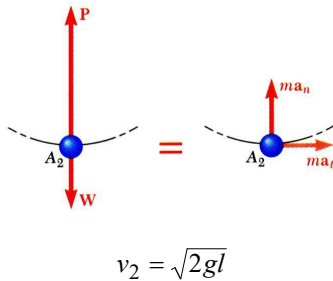
Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Applications of the Principle of Work and Energy



- لا يمكن تطبيق مبدأ الشغل والطاقة لإيجاد العجلة للبندول مباشرة.

- حساب الشد في الحبل يتطلب تزويد طريقة الشغل والطاقة مع تطبيق قانون نيوتن الثاني للحركة.



- عندما كرة البندول تمر بالموضع A_2

$$\sum F_n = m a_n$$

$$P - W = \frac{W}{g} \frac{v_2^2}{l}$$

$$P = W + \frac{W}{g} \frac{2gl}{l} = 3W$$

$$v_2 = \sqrt{2gl}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

202

202

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Power and Efficiency

القدرة والكفاءة

• القدرة عبارة عن معدل تغير الشغل بالنسبة للزمن

$$\begin{aligned} \text{Power} &= \frac{dU}{dt} = \frac{\vec{F} \cdot d\vec{r}}{dt} \\ &= \vec{F} \cdot \vec{v} \end{aligned}$$

• ابعاد القدرة هي الشغل / الزمن او السرعة * القوة

• وحدات القدرة هي : الواط

$$1 \text{ W (watt)} = 1 \frac{\text{J}}{\text{s}} = 1 \text{ N} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad \text{or} \quad 1 \text{ hp} = 550 \frac{\text{ft} \cdot \text{lbf}}{\text{s}} = 746 \text{ W}$$

• η = efficiency

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\text{output work}}{\text{input work}} \\ &= \frac{\text{power output}}{\text{power input}} \end{aligned}$$

η = الكفاءة

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\text{الشغل الناتج}}{\text{الشغل الداخلة}} \\ &= \frac{\text{القدرة الناتجة}}{\text{القدرة الداخلة}} \end{aligned}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

203

203

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.1



An automobile weighing 4000 lb is driven down a 5° incline at a speed of 60 mi/h when the brakes are applied causing a constant total braking force of 1500 lb.

Determine the distance traveled by the automobile as it comes to a stop.

SOLUTION: ترجمة المثال

سيارة وزنها 4000 lbf نقاد على سطح
يميل بخمسة درجات على الافقى بسرعة
60 ميل لكل ساعة في الوقت الذي طبقت
فيه الفرامل ، أدى الى مجموع قوة كبح
ثابته مقدارها 1500 lbf .

أوجد المسافة المقطوعة بواسطة السيارة
حتى تتوقف.

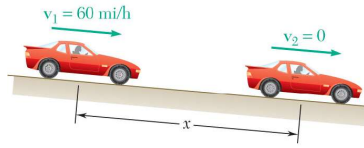
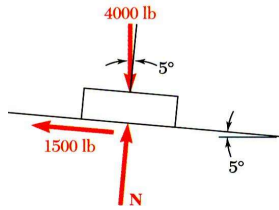
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

204

204

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.1



SOLUTION: الحل

• قدر التغير في الطاقة الحركية.

$$v_1 = \left(60 \frac{\text{mi}}{\text{h}} \right) \left(\frac{5280 \text{ ft}}{\text{mi}} \right) \left(\frac{\text{h}}{3600 \text{ s}} \right) = 88 \text{ ft/s}$$

$$T_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} (4000/32.2) (88)^2 = 481000 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

$$v_2 = 0 \quad T_2 = 0$$

• أوجد المسافة المقطوعة المطلوبة لكي يكون الشغل مساوي للتغير في الطاقة الحركية.

$$U_{1 \rightarrow 2} = (-1500 \text{ lb})x + (4000 \text{ lb})(\sin 5^\circ)x$$

$$= -(1151 \text{ lb})x$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$$

$$481000 \text{ ft} \cdot \text{lb} - (1151 \text{ lb})x = 0$$

$$x = 418 \text{ ft}$$

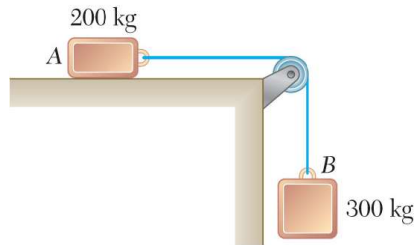
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

205

205

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.2



Two blocks are joined by an inextensible cable as shown. If the system is released from rest, determine the velocity of block A after it has moved 2 m. Assume that the coefficient of friction between block A and the plane is $\mu_k = 0.25$ and that the pulley is weightless and frictionless.

SOLUTION: ترجمة المثال

ربطت الصناديق الموضحة بالشكل بواسطة حبل غير قابل للتمدد. إذا أطلق النظام من السكون، أوجد سرعة الصندوق A بعد أن يقطع مسافة 2 متر. إذا كان معامل الاحتكاك بين الصندوق A والمستوى هو

$\mu_k = 0.25$ والبكرة عديمة الاحتكاك ومهملة الوزن؟

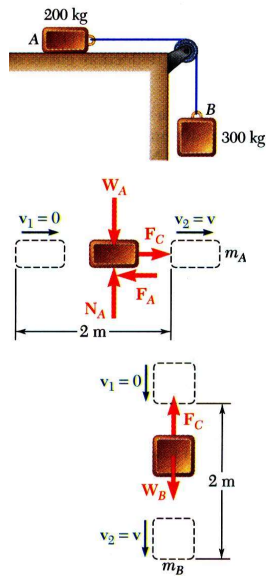
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

206

206

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.2



SOLUTION: الحل

• طبق مبدأ الشغل والطاقة على كل من الصناديق بانفصال.

$$W_A = (200 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 1962 \text{ N}$$

$$F_A = \mu_k N_A = \mu_k W_A = 0.25(1962 \text{ N}) = 490 \text{ N}$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 :$$

$$0 + F_C(2 \text{ m}) - F_A(2 \text{ m}) = \frac{1}{2} m_A v^2$$

$$F_C(2 \text{ m}) - (490 \text{ N})(2 \text{ m}) = \frac{1}{2} (200 \text{ kg}) v^2$$

$$W_B = (300 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2) = 2940 \text{ N}$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 :$$

$$0 - F_C(2 \text{ m}) + W_B(2 \text{ m}) = \frac{1}{2} m_B v^2$$

$$-F_C(2 \text{ m}) + (2940 \text{ N})(2 \text{ m}) = \frac{1}{2} (300 \text{ kg}) v^2$$

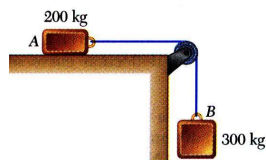
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

207

207

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.2



• اجمع المعادلتين مع بعض وحل لإيجاد السرعة.

$$F_C(2 \text{ m}) - (490 \text{ N})(2 \text{ m}) = \frac{1}{2} (200 \text{ kg}) v^2$$

$$-F_C(2 \text{ m}) + (2940 \text{ N})(2 \text{ m}) = \frac{1}{2} (300 \text{ kg}) v^2$$

$$(2940 \text{ N})(2 \text{ m}) - (490 \text{ N})(2 \text{ m}) = \frac{1}{2} (200 \text{ kg} + 300 \text{ kg}) v^2$$

$$4900 \text{ J} = \frac{1}{2} (500 \text{ kg}) v^2$$

$$v = 4.43 \text{ m/s}$$

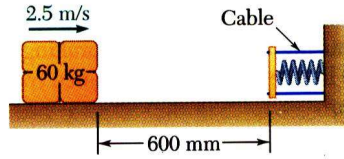
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

208

208

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.3



A spring is used to stop a 60 kg package which is sliding on a horizontal surface. The spring has a constant $k = 20 \text{ kN/m}$ and is held by cables so that it is initially compressed 120 mm. The package has a velocity of 2.5 m/s in the position shown and the maximum deflection of the spring is 40 mm.

Determine (a) the coefficient of kinetic friction between the package and surface and (b) the velocity of the package as it passes again through the position shown.

ترجمة المثال :

يستخدم زنبرك للإيقاف صندوق يزن 60 kg والذي ينزلق على سطح أفقي. ثابت الزنبرك $k = 20 \text{ kN/m}$ ، والزنبرك مشدود بواسطة كوابل لكي يكون مضغوط داخليا بطول 120 mm . سرعة الصندوق في اللحظة الموضحة بالشكل 2.5 m/s و أقصى انحراف للزنبرك تساوي 40 mm .

أوجد :

- a- معامل الاحتكاك الحركي بين الصندوق والسطح.
b- سرعة الصندوق عندما تعود الى الموضع الموضح بالشكل .

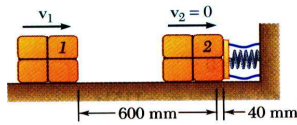
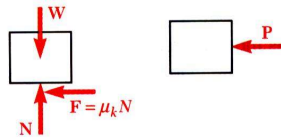
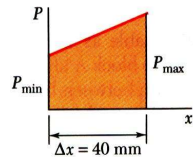
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

209

209

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.3



SOLUTION: الحل

- طبق مبدأ الشغل والطاقة بين النقطة الابتدائية 1 والنقطة النهائية 2 عندما يكون الزنبرك مضغوط كلياً .

$$T_1 = \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}(60 \text{ kg})(2.5 \text{ m/s})^2 = 187.5 \text{ J} \quad T_2 = 0$$

$$(U_{1 \rightarrow 2})_f = -\mu_k W x$$

$$= -\mu_k (60 \text{ kg})(9.81 \text{ m/s}^2)(0.640 \text{ m}) = -(377 \text{ J})\mu_k$$

$$P_{\min} = kx_0 = (20 \text{ kN/m})(0.120 \text{ m}) = 2400 \text{ N}$$

$$P_{\max} = k(x_0 + \Delta x) = (20 \text{ kN/m})(0.160 \text{ m}) = 3200 \text{ N}$$

$$(U_{1 \rightarrow 2})_e = -\frac{1}{2}(P_{\min} + P_{\max})\Delta x$$

$$= -\frac{1}{2}(2400 \text{ N} + 3200 \text{ N})(0.040 \text{ m}) = -112.0 \text{ J}$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = (U_{1 \rightarrow 2})_f + (U_{1 \rightarrow 2})_e = -(377 \text{ J})\mu_k - 112 \text{ J}$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 :$$

$$187.5 \text{ J} - (377 \text{ J})\mu_k - 112 \text{ J} = 0$$

$$\mu_k = 0.20$$

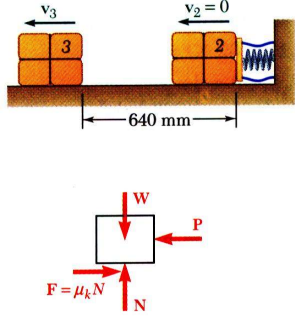
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

210

210

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Sample Problem 13.3

• طبق مبدأ الشغل والطاقة بين النقطة 2 و النقطة النهائية 3 عندما يمر الصندوق بموضعه الاصلي .



$$T_2 = 0 \quad T_3 = \frac{1}{2}mv_3^2 = \frac{1}{2}(60\text{kg})v_3^2$$

$$U_{2 \rightarrow 3} = (U_{2 \rightarrow 3})_f + (U_{2 \rightarrow 3})_e = -(377\text{J})\mu_k + 112\text{J} = +36.5\text{J}$$

$$T_2 + U_{2 \rightarrow 3} = T_3 :$$

$$0 + 36.5\text{J} = \frac{1}{2}(60\text{kg})v_3^2$$

$$v_3 = 1.103\text{m/s}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

211

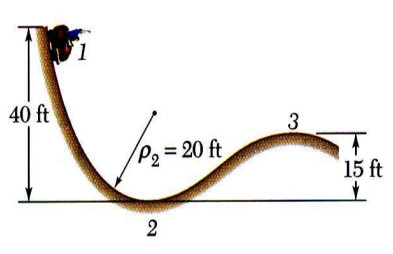
Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Sample Problem 13.4

سيارة وزنها 2000 باوند. قوة تبدأ حركتها من السكون عند النقطة 1 الى اسفل وبدون احتكاك على المسار الموضح بالشكل .

أوجد :

a- القوة المطبقة بواسطة المسار على السيارة عند النقطة 2 .

b- أصغر نصف قطر آمن للتقوس عند النقطة 3



A 2000 lb car starts from rest at point 1 and moves without friction down the track shown.

Determine:

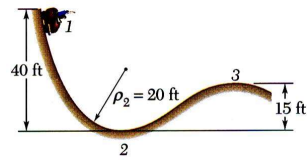
- the force exerted by the track on the car at point 2, and
- the minimum safe value of the radius of curvature at point 3.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

212

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.4



SOLUTION: الحل

- طبق مبدأ الشغل والطاقة لإيجاد السرعة عند النقطة 2 .

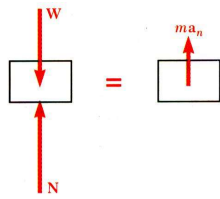
$$T_1 = 0 \quad T_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_2^2$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = +W(40 \text{ ft})$$

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2 : \quad 0 + W(40 \text{ ft}) = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_2^2$$

$$v_2^2 = 2(40 \text{ ft})g = 2(40 \text{ ft})(32.2 \text{ ft/s}^2) \quad v_2 = 50.8 \text{ ft/s}$$

- طبق قانون نيوتن عند النقطة 2 لإيجاد رد الفعل العمودي عند النقطة 2.



$$+\uparrow \sum F_n = m a_n :$$

$$-W + N = m a_n = \frac{W}{g} \frac{v_2^2}{\rho_2} = \frac{W}{g} \frac{2(40 \text{ ft})g}{20 \text{ ft}}$$

$$N = 5W$$

$$N = 10000 \text{ lb}$$

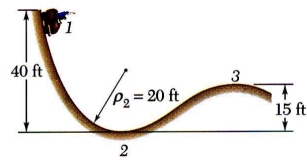
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

213

213

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.4



- طبق مبدأ الشغل والطاقة لإيجاد السرعة عند النقطة 3 .

$$T_1 + U_{1 \rightarrow 3} = T_3 \quad 0 + W(25 \text{ ft}) = \frac{1}{2} \frac{W}{g} v_3^2$$

$$v_3^2 = 2(25 \text{ ft})g = 2(25 \text{ ft})(32.2 \text{ ft/s}^2) \quad v_3 = 40.1 \text{ ft/s}$$

- طبق قانون نيوتن الثاني لإيجاد أصغر نصف قطر تقوس للقوس عند النقطة 3 والتي عندها يطبق المسار قوة موجبة على السيارة .

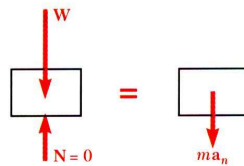
- نلاحظ هنا أنه يجب ان يكون رد الفعل اقل ما يمكن (صفر) لكي نحصل على اصغر نصف قطر تقوس .

$$+\downarrow \sum F_n = m a_n :$$

$$W = m a_n$$

$$= \frac{W}{g} \frac{v_3^2}{\rho_3} = \frac{W}{g} \frac{2(25 \text{ ft})g}{\rho_3}$$

$$\rho_3 = 50 \text{ ft}$$



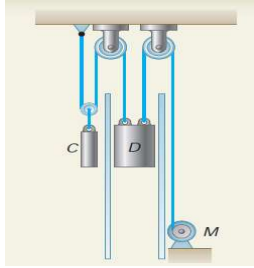
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

214

214

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.5



ترجمة المثال :

في الشكل المقابل ، يزن الصندوق D وحمولته معا 600 باوند-قوة ، بينما يزن الحمل C 800 باوند-قوة .

أوجد القدرة المبذولة بواسطة المحرك الكهربائي M عند الاتي:-

a - يتحرك الصندوق D الى الاعلى بسرعة ثابتة تساوي 8 ft/sec ؟

b - يملك الصندوق D سرعة لحظية تساوي 8 ft/sec و عجلة تساوي 2.5 ft/s² ، كلهما وجهت الى الاعلى ؟

The dumbwaiter D and its load have a combined weight of 600 lb, while the counterweight C weighs 800 lb.

Determine the power delivered by the electric motor M when the dumbwaiter (a) is moving up at a constant speed of 8 ft/s and (b) has an instantaneous velocity of 8 ft/s and an acceleration of 2.5 ft/s², both directed upwards.

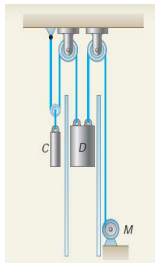
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

215

215

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.5



• في الحالة الاولى ، الاجسام في حركة منتظمة ، أحسب القوة المطبقة بواسطة حبل المحرك من معادلات الاتزان الاستاتيكية (العجلة تساوي الصفر):-

Free-body C:

$$+\uparrow \sum F_y = 0: \quad 2T - 800 \text{ lb} = 0 \quad T = 400 \text{ lb}$$

Free-body D:

$$+\uparrow \sum F_y = 0: \quad F + T - 600 \text{ lb} = 0 \\ F = 600 \text{ lb} - T = 600 \text{ lb} - 400 \text{ lb} = 200 \text{ lb}$$

$$\text{Power} = Fv_D = (200 \text{ lb})(8 \text{ ft/s}) \\ = 1600 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}$$

$$\text{Power} = (1600 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}) \frac{1 \text{ hp}}{550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}} = 2.91 \text{ hp}$$

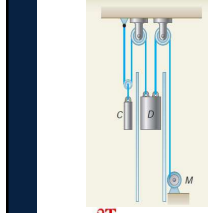
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

216

216

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.5



• في الحالة الثانية ، الاجسام تتحرك بعجلة ثابتة ، طبق قانون نيوتن الثاني على كل من الجسمين لإيجاد القوة المطلوبة من المحرك M :-

$$a_D = 2.5 \text{ ft/s}^2 \uparrow \quad a_C = -\frac{1}{2} a_D = 1.25 \text{ ft/s}^2 \downarrow$$

Free-body C:

$$+\downarrow \sum F_y = m_C a_C : 800 - 2T = \frac{800}{32.2}(1.25) \quad T = 384.5 \text{ lb}$$

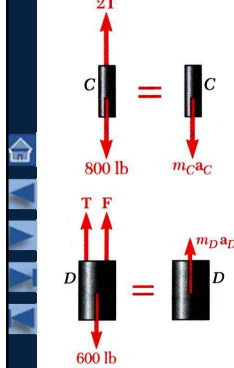
Free-body D:

$$+\uparrow \sum F_y = m_D a_D : F + T - 600 = \frac{600}{32.2}(2.5)$$

$$F + 384.5 - 600 = 46.6 \quad F = 262.1 \text{ lb}$$

$$\text{Power} = F v_D = (262.1 \text{ lb})(8 \text{ ft/s}) = 2097 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}$$

$$\text{Power} = (2097 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}) \frac{1 \text{ hp}}{550 \text{ ft} \cdot \text{lb/s}} = 3.81 \text{ hp}$$



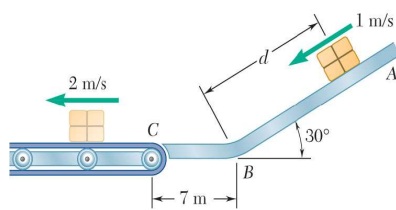
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

217

217

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving



Packages are thrown down an incline at A with a velocity of 1 m/s. The packages slide along the surface ABC to a conveyor belt which moves with a velocity of 2 m/s. Knowing that $\mu_k = 0.25$ between the packages and the surface ABC, determine the distance d if the packages are to arrive at C with a velocity of 2 m/s.

ترجمة المثال :
رميت الكرتونة على سطح مائل الى اسفل بسرعة 1 m/s . الكرتونة تنزلق على طول السطح ABC متجهة الى السير المتحرك ، يتحرك السير بسرعة 2 m/s . إذا علمت أن معامل الاحتكاك بين الكرتونة والسطح ABC $\mu_k = 0.25$ ، أوجد المسافة d الموضحة على الشكل ، لتصل الكرتونة عند النقطة C بسرعة 2 m/s ؟

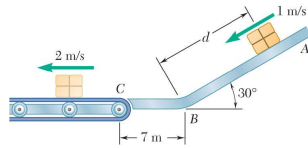
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

218

218

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving



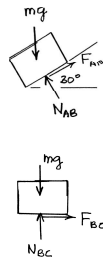
SOLUTION: الحل

Given: $v_A = 1 \text{ m/s}$, $v_C = 2 \text{ m/s}$, $\mu_k = 0.25$

Find: d

$$T_A + U_{A \rightarrow B} + U_{B \rightarrow C} = T_C$$

ارسم الجسم الحر للكرتونة عند
النقاط A و C .



A → B أوجد الشغل المبذول

$$N_{AB} = mg \cos 30^\circ$$

$$F_{AB} = \mu_k N_{AB} = 0.25 mg \cos 30^\circ$$

$$U_{A \rightarrow B} = mg d \sin 30^\circ - F_{AB} d$$

$$= mg d (\sin 30^\circ - \mu_k \cos 30^\circ)$$

B → C أوجد الشغل المبذول

$$N_{BC} = mg \quad x_{BC} = 7 \text{ m}$$

$$F_{BC} = \mu_k mg$$

$$U_{B \rightarrow C} = -\mu_k mg x_{BC}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

219

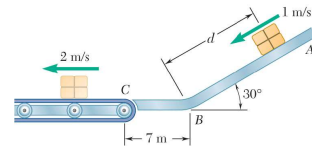
219

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving

احسب طاقة الحركة عند النقاط A ، C :-

$$T_A = \frac{1}{2} m v_A^2 \quad \text{and} \quad v_A = 1 \text{ m/s} \quad T_C = \frac{1}{2} m v_C^2 \quad \text{and} \quad v_C = 2 \text{ m/s}$$



عوض في معادلة مبدأ الشغل والطاقة $T_A + U_{A \rightarrow B} + U_{B \rightarrow C} = T_C$

$$\frac{1}{2} m v_A^2 + mg d (\sin 30^\circ - \mu_k \cos 30^\circ) - \mu_k mg x_{BC} = \frac{1}{2} m v_C^2$$

قسم على m وحل لايجد d :-

$$d = \frac{[v_C^2/2g + \mu_k x_{BC} - v_A^2/2g]}{(\sin 30^\circ - \mu_k \cos 30^\circ)}$$

$$= \frac{(2)^2/(2)(9.81) + (0.25)(7) - (1)^2/(2)(9.81)}{\sin 30^\circ - 0.25 \cos 30^\circ}$$

$$d = 6.71 \text{ m}$$

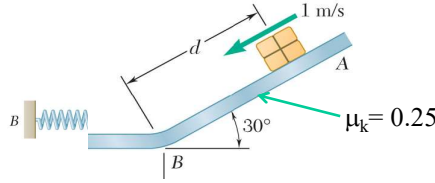
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

- 220

220

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

سؤال للمفاهيم



إذا أردت استيقاف الكرتونة عند نهاية المسار ، هل من الممكن استخدام زنبرك كما هو موضح بالشكل ؟

لا ، لأن الطاقة الكامنة بالزنبرك سوف تتحول الى طاقة حركية والتي سوف تدفع الكرتونة الى الخلف لتعود لاعلى السطح المائل .

هل الكرتونة سوف تتوقف على الإطلاق ؟

نعم ، في نهاية الامر ، لان طاقتها سوف تتناقص بسبب الاحتكاك الموجود بين الكرتونة والسطح .

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

221

221

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

الطاقة الكامنة

الطاقة الكامنة المخزنة عند القمة بلعبة القطار ستتحول الى طاقة حركية عندما تكون عربات القطار في حالة الهبوط.



الطاقة الكامنة المرنة مخزنة في المطاط تتحول الى طاقة حركية و طاقة كامنة للجذب الارضي عندما البنث تقفز الى اعلى



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

222

222

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Potential Energy الطاقة الكامنة

إذا كان شغل قوة يعتمد فقط على الاختلاف في الموضع ، يمكننا التعبير عن الشغل
 كـ طاقة كامنة .

هل يمكن التعبير عن شغل مبدول بواسطة القوى التالية كـ طاقة كامنة ؟

Can the work done by the following forces be expressed as potential energy?

وزن	نعم	لا
احتكاك	نعم	لا
قوة عمودية	نعم	لا
قوة زنبرك	نعم	لا

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 223

223

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Potential Energy الطاقة الكامنة

• شغل الثقالة $\vec{W}$

$U_{1 \rightarrow 2} = W y_1 - W y_2$

• الشغل لا يعتمد على نوع المسار الذي يتبعه ، بل يعتمد فقط
 على القيم الابتدائية والنهائية لـ Wy .

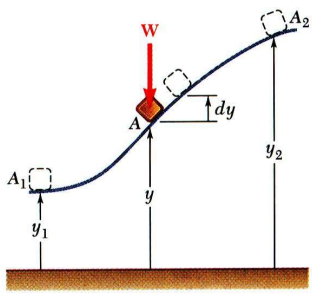
$V_g = W y$
 الطاقة الكامنة نتيجة الجذب الأرضي للجسم =

$U_{1 \rightarrow 2} = (V_g)_1 - (V_g)_2$

• يمكنك اختيار مستوى نقطة البداية الذي يقاس منه الارتفاع y .

• الشغل والطاقة الكامنة لهما نفس الوحدات :- جول

$V_g = W y = N \cdot m = J$

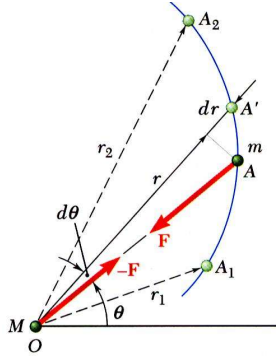


© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. - 224

224

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Potential Energy الطاقة الكامنة



- الصيغة السابقة للطاقة الكامنة للجذب الأرضي لجسم تكون صحيحة فقط عندما يمكن فرض وزن الجسم ثابت .
- للمركبات الفضائية ، يجب الأخذ في الاعتبار التغير في قوة الجاذبية مع البعد من مركز الأرض .
- شغل قوة الجاذبية :-

$$U_{1 \rightarrow 2} = \frac{GMm}{r_2} - \frac{GMm}{r_1}$$

- الطاقة الكامنة V_g عندما لا يمكننا إهمال التغير في قوة الجاذبية مع المسافة :-

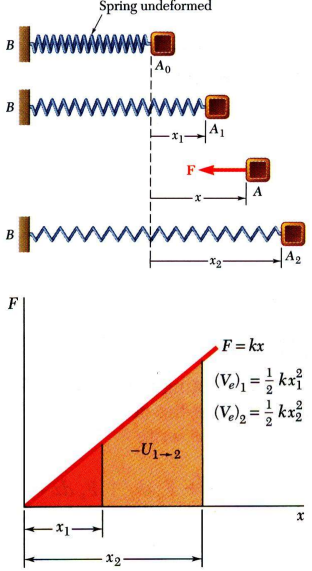
$$V_g = -\frac{GMm}{r} = -\frac{WR^2}{r}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 225

225

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Potential Energy الطاقة الكامنة



- شغل القوة المطبقة بواسطة الزنبرك تعتمد فقط على الاستطالة الابتدائية والنهائية للزنبرك .

$$U_{1 \rightarrow 2} = \frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} kx_2^2$$

- الطاقة الكامنة المرنة للجسم هي :-

$$V_e = \frac{1}{2} kx^2$$

$$U_{1 \rightarrow 2} = (V_e)_1 - (V_e)_2$$

- لاحظ أن الصيغة السابقة لـ V_e تكون صحيحة فقط إذا قيسَت الاستطالة في الزنبرك من موضع ما قبل التشوه .

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 226

226

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Conservative Forces القوى المحافضة

- مبدأ الطاقة الكامنة يمكن ان يطبق اذا كان شغل القوة لا يعتمد على نوع المسار الذي يتبعه .

$$U_{1 \rightarrow 2} = V(x_1, y_1, z_1) - V(x_2, y_2, z_2)$$

مثل هذه القوى تسمى بالقوى المحافضة

- لا ي قوة محافظة مطبقة على مسار مغلق :-

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{r} = 0$$

- الشغل الابتدائي بالنسبة لازاحة بين نقطتين متجاورتين :-

$$dU = V(x, y, z) - V(x + dx, y + dy, z + dz)$$

$$= -dV(x, y, z)$$

$$F_x dx + F_y dy + F_z dz = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} dx + \frac{\partial V}{\partial y} dy + \frac{\partial V}{\partial z} dz\right)$$

$$\vec{F} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial z}\right) = -\text{grad } V$$

متجه التدرج

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 227

227

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Conservation of Energy حفظ الطاقة

- شغل قوة محافظة :-

$$U_{1 \rightarrow 2} = V_1 - V_2$$

- مبدأ الشغل والطاقة :-

$$U_{1 \rightarrow 2} = T_2 - T_1$$

- وهذا يعني أن :-

- مبدأ حفظ الطاقة

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$E = T + V = \text{constant}$$

- عندما يتحرك جسيم تحت تأثير قوى محافظة ، مجموع الطاقة الميكانيكية تكون ثابتة .
- قوى الاحتكاك ليست قوى محافظة . مجموع الطاقة الميكانيكية لنظام به احتكاك ينقص كلما زادت قوة الاحتكاك .
- الطاقة الميكانيكية تبدد بواسطة الاحتكاك الى طاقة حرارية . مجموع الطاقة يكون ثابت .

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 228

228

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

الحركة تحت تأثير قوة مركزية محافظة Motion Under a Conservative Central Force

• عندما يتحرك جسيم تحت تأثير قوة مركزية محافظة ، كلاهما مبدأ حفظ الزخم الزاوي

$$r_0 m v_0 \sin \phi_0 = r m v \sin \phi$$

ومبدأ حفظ الطاقة

$$T_0 + V_0 = T + V$$

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{G M m}{r_0} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{G M m}{r}$$

يمكن تطبيقهما .

• بمعلومية البعد r ، يمكن إيجاد السرعة v و زاوية ميل المماس ϕ من المعادلات السابقة .

• عند أقل وأقصى قيم للمسافة r ، تكون زاوية الميل تساوي $\phi = 90^\circ$.

• بمعلومية الشروط الابتدائية للاطلاق ، يمكن حل المعادلات السابقة لإيجاد :- $r_{min}, r_{max}, v_{min}, v_{max}$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 13 - 229

229

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.6

ترجمة المثال:

حلقة ذات وزن 20 باوند-قوة تنزلق بدون احتكاك على عمود قائم كما هو موضح بالشكل . الزنبرك المربوط بالحلقة يملك طول غير مشوه يساوي 4 بوصة (طوله قبل عملية الاستطالة) و ثابت يساوي 3 باوند-قوة لكل بوصة .

إذا أطلقت الحلقة من السكون عند الموضع 1 ، أوجد سرعة الحلقة بعد تحركها 6 بوصة (عند الموضع 2) ؟

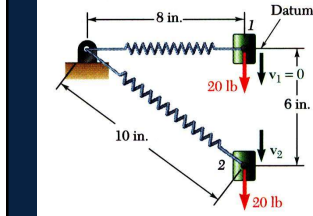
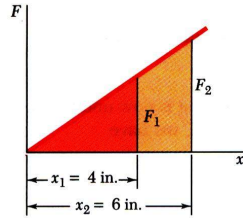
A 20 lb collar slides without friction along a vertical rod as shown. The spring attached to the collar has an undeformed length of 4 in. and a constant of 3 lb/in.

If the collar is released from rest at position 1, determine its velocity after it has moved 6 in. to position 2.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 230

230

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



SOLUTION: الحل

• طبق مبدأ حفظ الطاقة بين النقطتين 1 ، 2 .

الموضع 1: $V_e = \frac{1}{2} kx_1^2 = \frac{1}{2} (3 \text{ lb/in.}) (8 \text{ in.} - 4 \text{ in.})^2 = 24 \text{ in.} \cdot \text{lb}$

$$V_1 = V_e + V_g = 24 \text{ in.} \cdot \text{lb} + 0 = 2 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

$$T_1 = 0$$

الموضع 2: $V_e = \frac{1}{2} kx_2^2 = \frac{1}{2} (3 \text{ lb/in.}) (10 \text{ in.} - 4 \text{ in.})^2 = 54 \text{ in.} \cdot \text{lb}$

$$V_g = Wy = (20 \text{ lb}) (-6 \text{ in.}) = -120 \text{ in.} \cdot \text{lb}$$

$$V_2 = V_e + V_g = 54 - 120 = -66 \text{ in.} \cdot \text{lb} = -5.5 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} mv_2^2 = \frac{1}{2} \frac{20}{32.2} v_2^2 = 0.311 v_2^2$$

مبدأ حفظ الطاقة

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$0 + 2 \text{ ft} \cdot \text{lb} = 0.311 v_2^2 - 5.5 \text{ ft} \cdot \text{lb}$$

$$v_2 = 4.91 \text{ ft/s} \downarrow$$

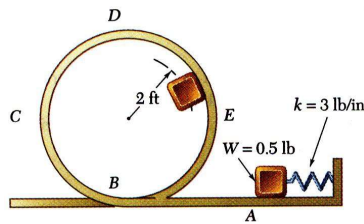
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

231

231

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.7



The 0.5 lb pellet is pushed against the spring and released from rest at A.

Neglecting friction, determine the smallest deflection of the spring for which the pellet will travel around the loop and remain in contact with the loop at all times.

ترجمة المثال :

دفعت الكرة ذو الوزن 0.5 باوند-
قوة ضد الزنبرك ، وأطلقت من
السكون عند النقطة A . باهمال
الاحتكاك ، أوجد أقل انحراف
للزنبرك لكي تتحرك الكرة حول
الحلقة وتبقى متلامسة للحلقة طول
الوقت ؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

- 232

232

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

SOLUTION الحل:

- ضع القوة المطبقة بواسطة الحلقة تساوي الصفر ، حل لإيجاد أقل سرعة عند D .

$+\downarrow \sum F_n = ma_n : W = ma_n \quad mg = mv_D^2/r$

$v_D^2 = rg = (2 \text{ ft})(32.2 \text{ ft/s}) = 64.4 \text{ ft}^2/\text{s}^2$

- طبق مبدأ حفظ الطاقة بين النقطتين A و D .

$V_1 = V_e + V_g = \frac{1}{2}kx^2 + 0 = \frac{1}{2}(36 \text{ lb/ft})x^2 = 18x^2$

$T_1 = 0$

$V_2 = V_e + V_g = 0 + Wy = (0.5 \text{ lb})(4 \text{ ft}) = 2 \text{ ft} \cdot \text{lb}$

$T_2 = \frac{1}{2}mv_D^2 = \frac{1}{2} \frac{0.5 \text{ lb}}{32.2 \text{ ft/s}^2} (64.4 \text{ ft}^2/\text{s}^2) = 0.5 \text{ ft} \cdot \text{lb}$

$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$

$0 + 18x^2 = 0.5 + 2$

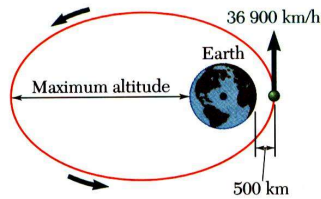
$x = 0.3727 \text{ ft} = 4.47 \text{ in.}$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 233

233

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.9



A satellite is launched in a direction parallel to the surface of the earth with a velocity of 36900 km/h from an altitude of 500 km.

Determine (a) the maximum altitude reached by the satellite,

ترجمة المثال :

أطلق قمر صناعي في اتجاه موازي لسطح الأرض بسرعة تساوي 36900 كيلومتر لكل ساعة من ارتفاع 500 كيلومتر .

أوجد :

a- أقصى ارتفاع يصل اليه القمر الصناعي .

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

- 234

234

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

• طبق مبادئ كل من حفظ الطاقة و حفظ الزخم الزاوي على النقطتين (أقصى وأقل ارتفاع) لإيجاد أقصى ارتفاع.

مبدأ حفظ الطاقة

$$T_A + V_A = T_{A'} + V_{A'} \quad \frac{1}{2}mv_0^2 - \frac{GMm}{r_0} = \frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{GMm}{r_1}$$

مبدأ الزخم الزاوي

$$r_0mv_0 = r_1mv_1 \quad v_1 = v_0 \frac{r_0}{r_1}$$

قارن المعادلتين ببعض

$$\frac{1}{2}v_0^2 \left(1 - \frac{r_0^2}{r_1^2}\right) = \frac{GM}{r_0} \left(1 - \frac{r_0}{r_1}\right) \quad 1 + \frac{r_0}{r_1} = \frac{2GM}{r_0v_0^2}$$

$r_0 = 6370 \text{ km} + 500 \text{ km} = 6870 \text{ km}$

$v_0 = 36900 \text{ km/h} = 10.25 \times 10^6 \text{ m/s}$

$GM = gR^2 = (9.81 \text{ m/s}^2)(6.37 \times 10^6 \text{ m})^2 = 398 \times 10^{12} \text{ m}^3/\text{s}^2$

$r_1 = 60.4 \times 10^6 \text{ m} = 60400 \text{ km}$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 235

235

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving

ترجمة المثال :

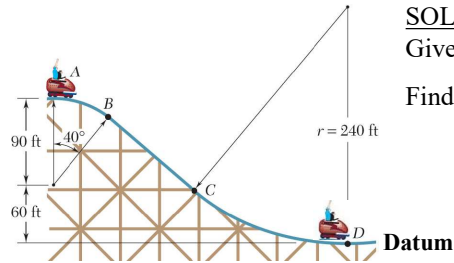
مقطع مسار لقطار الملاهي الموضح بالشكل يتكون من قوسين دائريين AB و CD مرتبطين بواسطة مقطع مستقيم BC. قطر القوس CD يساوي 240 قدم. تزن العربّة وهي محملة بركابها 560 باوند-قوة، حيث أن سرعة العربّة تكون مساوية للصفر عند تصل محملة بركابها إلى النقطة A ومن ثم تسقط بحرية على المسار. أوجد القوة العمودية المطبقة بواسطة المسار على العربّة عند النقطة D. أهمل مقاومة الرياح ومقاومة التدرج.

A section of track for a roller coaster consists of two circular arcs AB and CD joined by a straight portion BC. The radius of CD is 240 ft. The car and its occupants, of total weight 560 lb, reach Point A with practically no velocity and then drop freely along the track. Determine the normal force exerted by the track on the car at point D. Neglect air resistance and rolling resistance.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 236

236

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



SOLUTION الحل:

Given: $v_A = 0$ ft/s, $r_{CD} = 240$ ft, $W = 560$ lbs

Find: N_D

عرف مستوى المحاور ، وارسم الحالة للجسيم عند النقاط A و D .

استخدم مبدأ حفظ الطاقة لإيجاد السرعة v_D :- $T_A + V_A = T_D + V_D$

T_A $v_A = 0$ $T_A = 0$

V_A $V_A = Wy_A = (560 \text{ lb})(90 + 60) = 84,000 \text{ ft}\cdot\text{lbs}$

T_D $T_D = \frac{1}{2}mv_D^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{560}{32.2}\right)v_D^2 = 8.6957v_D^2$

V_D $y_D = 0$ $V_D = 0$

v_D

$$8.6957v_D^2 = 84000$$

$$v_D = 98.285 \text{ ft/s}$$

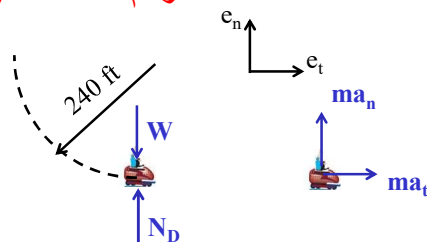
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

237

237

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

ارسم مخططات الجسم الحر عند النقطة D



استخدم قانون نيوتن الثاني في الاتجاه العمودي

$$\sum F_n = ma_n$$

$$N_D - W = m\left(\frac{v_D^2}{R}\right)$$

$$N_D = 560 + \frac{560}{32.2}\left(\frac{98.285^2}{240}\right)$$

$$N_D = 1260 \text{ lbs}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

238

238

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Group Problem Solving

What happens to the normal force at D if....

ماذا يحدث للقوة العمودية عند D إذا

..... لم نهمل الاحتكاك؟

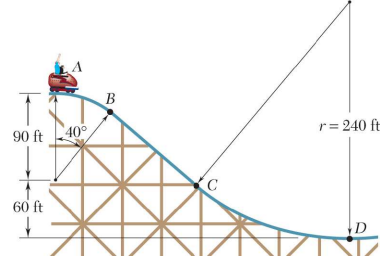
- a) تكون أكبر N_D
- b) تكون أصغر N_D
- c) تبقى كما هي N_D

....حركنا النقطة A إلى أعلى؟

- a) تكون أكبر N_D
- b) تكون أصغر N_D
- c) تبقى كما هي N_D

....كان القطر أقل؟

- a) تكون أكبر N_D
- b) تكون أصغر N_D
- c) تبقى كما هي N_D



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

239

239

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Impulsive Motion

الحركة الدفعية

قوة دفع الصاروخ تؤثر لفترة زمنية معينة لاعطاء الصاروخ كمية حركة خطية .

الدفع المطبق على عربة القطار بواسطة الحائط سيأتي بقيمة كمية حركتها الى الصفر . عادة ما يتم اجراء اختبارات الاصطدام للمساعدة في تحسين السلامة في مختلف السيارات .



© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

240

240

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Principle of Impulse and Momentum مبدأ الدفع وكمية الحركة

• من قانون نيوتن الثاني :-

$$\vec{F} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) \quad m\vec{v} = \text{كمية الحركة الخطية}$$

$$\vec{F}dt = d(m\vec{v})$$

$$\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt = m\vec{v}_2 - m\vec{v}_1$$

دفع القوة $\int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt = \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = \text{impulse of the force } \vec{F}$

مبدأ الدفع - كمية الحركة $m\vec{v}_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = m\vec{v}_2$

• أبعاد دفع قوة :- هي القوة * الوقت
force*time.

• وحدات دفع قوة هي :-

$N \cdot s = (kg \cdot m/s^2) \cdot s = kg \cdot m/s$

• كمية الحركة النهائية لجسيم تساوي المجموع الاتجاهي لكمية الحركة الابتدائية للجسيم مع دفع القوة خلال فترة زمنية معينة.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 241

241

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Impulsive Motion الحركة الدفعية

• القوة المؤثرة على جسيم خلال فترة زمنية قصيرة جدا بحيث تكون هذه الفترة كبيرة بما يكفي للقوة لحدوث تغير كبير في كمية الحركة ، تسمى بالقوة الدفعية.

• عندما تكون هناك قوى دافعية تؤثر على جسيم :-

$$m\vec{v}_1 + \sum \vec{F} \Delta t = m\vec{v}_2$$

• عندما يتم ضرب كرة البيسبول بواسطة العصا (المضرب) ، يحدث اتصال خلال فترة زمنية قصيرة ولكن هذه القوة كبيرة بما فيه الكفاية لإحداث تغيير في حركة الكرة.

• القوى الغير دافعية هي قوى لها $\vec{F} \Delta t$ صغيرة ، وبالتالي قد تكون مهملة - مثال على ذلك هو وزن كرة البيسبول.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 242

242

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.10



An automobile weighing 4000 lb is driven down a 5° incline at a speed of 60 mi/h when the brakes are applied, causing a constant total braking force of 1500 lb.

Determine the time required for the automobile to come to a stop.

ترجمة المثال :

سيارة وزنها 4000 lbf تقاد على سطح يميل بخمسة درجات على الافقى بسرعة 60 ميل لكل ساعة ، في الوقت الذي طبقت فيه الفرامل ، أدى الى مجموع قوة كبح ثابتة مقدارها 1500 lbf .

أوجد الزمن الذي تحتاجه السيارة حتى تتوقف.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

243

243

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

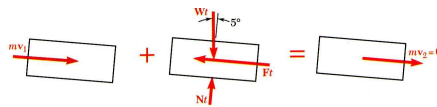


SOLUTION الحل:

• طبق مبدأ الدفع وكمية الحركة .

$$m\vec{v}_1 + \sum \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = m\vec{v}_2$$

خذ المركبات الموازية للسطح المائل .



$$mv_1 + (W \sin 5^\circ)t - Ft = 0$$

$$\left(\frac{4000}{32.2}\right)(88 \text{ ft/s}) + (4000 \sin 5^\circ)t - 1500t = 0$$

$$t = 9.49 \text{ s}$$

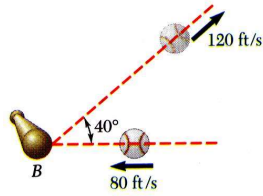
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

244

244

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.11



A 4 oz baseball is pitched with a velocity of 80 ft/s. After the ball is hit by the bat, it has a velocity of 120 ft/s in the direction shown. If the bat and ball are in contact for 0.015 s, determine the average impulsive force exerted on the ball during the impact.

ترجمة المثال :

كرة بيسبول وزن 0.25 باوند-قوة ،
ضربت الكرة بسرعة أفقية تساوي 80
قدم لكل ثانية . بعد ضرب الكرة بالعصا
(المضرب) ، تغيرت سرعتها الى 120
قدم لكل ثانية في اتجاه يميل 40 درجة
عن الافقي كما هو موضح بالشكل .

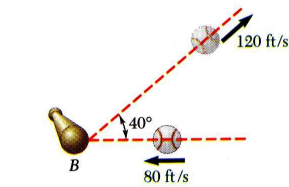
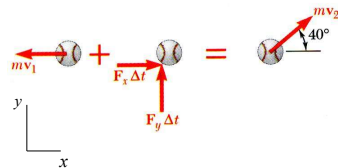
إذا كانت فترة التلامس بين العصا والكرة
تساوي 0.015 ثانية ، أوجد متوسط
القوة الدفعية المطبقة على الكرة خلال
فترة التصادم ؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

245

245

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



SOLUTION الحل:

• طبق مبدأ الدفع وكمية الحركة كمعادلات مركباتها الأفقية والعمودية.

$$m\vec{v}_1 + \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = m\vec{v}_2$$

معادلة المركبات الأفقية x

$$-mv_1 + F_x \Delta t = mv_2 \cos 40^\circ$$

$$-\frac{4/16}{32.2}(80) + F_x(0.015) = \frac{4/16}{32.2}(120 \cos 40^\circ)$$

$$F_x = 89 \text{ lb}$$

معادلة المركبات العمودية y

$$0 + F_y \Delta t = mv_2 \sin 40^\circ$$

$$F_y(0.015) = \frac{4/16}{32.2}(120 \sin 40^\circ)$$

$$F_y = 39.9 \text{ lb}$$

$$\vec{F} = (89 \text{ lb})\vec{i} + (39.9 \text{ lb})\vec{j}, \quad F = 97.5 \text{ lb}$$

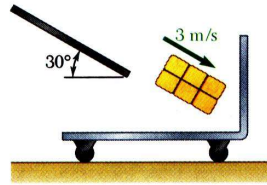
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

13 - 246

246

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.12



A 10 kg package drops from a chute into a 24 kg cart with a velocity of 3 m/s. Knowing that the cart is initially at rest and can roll freely, determine (a) the final velocity of the cart, (b) the impulse exerted by the cart on the package, and (c) the fraction of the initial energy lost in the impact.

ترجمة المثال :

كرتونة كتلتها 10 كيلوجرام ، ترمى من سطح مانل بزاوية 30 درجة على الافقي بسرعة 3 متر لكل ثانية في عربة (كروسة) كتلتها 24 كيلوجرام .

بمعلومية أن سرعة العربة الابتدائية تساوي الصفر وتستطيع التدرج بحرية (بدون احتكاك) ، اوجد الاتي :

a- السرعة النهائية للعربة .

b- الدفع المطبق على الكرتونة بواسطة العربة .

c- نسبة الطاقة الابتدائية المفقودة نتيجة التصادم.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

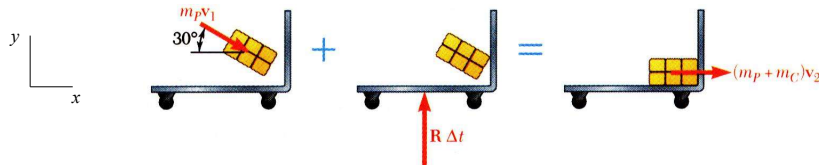
13 - 247

247

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

SOLUTION الحل:

• طبق مبدأ الدفع وكمية الحركة على الكرتونة و العربة كنظام واحد لاجاد السرعة النهائية للعربة.



$$m_p \vec{v}_1 + \sum \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = (m_p + m_c) \vec{v}_2$$

x components:

$$m_p v_1 \cos 30^\circ + 0 = (m_p + m_c) v_2$$

$$(10 \text{ kg})(3 \text{ m/s}) \cos 30^\circ = (10 \text{ kg} + 25 \text{ kg}) v_2$$

$$v_2 = 0.742 \text{ m/s}$$

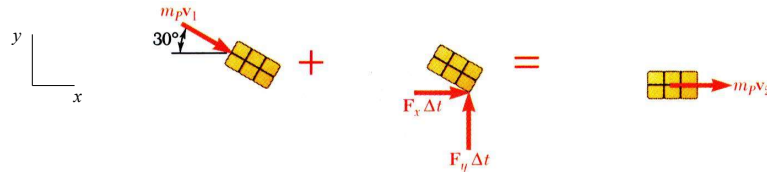
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

- 248

248

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

• طبق نفس المبدأ على الكرتونة فقط لإيجاد الدفع المسلط عليها من التغير في كمية حركتها.



$$m_p \vec{v}_1 + \sum \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = m_p \vec{v}_2$$

$$\begin{aligned} \text{x components: } m_p v_1 \cos 30^\circ + F_x \Delta t &= m_p v_2 \\ (10 \text{ kg})(3 \text{ m/s}) \cos 30^\circ + F_x \Delta t &= (10 \text{ kg}) v_2 & F_x \Delta t &= -18.56 \text{ N} \cdot \text{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{y components: } -m_p v_1 \sin 30^\circ + F_y \Delta t &= 0 \\ -(10 \text{ kg})(3 \text{ m/s}) \sin 30^\circ + F_y \Delta t &= 0 & F_y \Delta t &= 15 \text{ N} \cdot \text{s} \end{aligned}$$

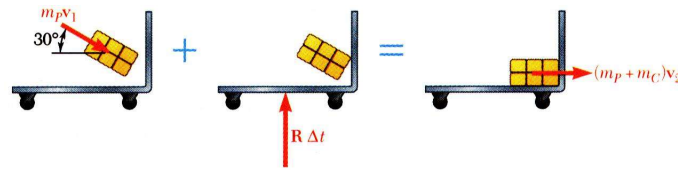
$$\sum \text{Imp}_{1 \rightarrow 2} = \vec{F} \Delta t = (-18.56 \text{ N} \cdot \text{s}) \vec{i} + (15 \text{ N} \cdot \text{s}) \vec{j} \quad F \Delta t = 23.9 \text{ N} \cdot \text{s}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

249

249

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



لإيجاد نسبة الفقد من الطاقة الأصلية للنظام ، نحسب طاقة الحركة قبل وبعد التصادم.

$$T_1 = \frac{1}{2} m_p v_1^2 = \frac{1}{2} (10 \text{ kg}) (3 \text{ m/s})^2 = 45 \text{ J}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} (m_p + m_c) v_2^2 = \frac{1}{2} (10 \text{ kg} + 25 \text{ kg}) (0.742 \text{ m/s})^2 = 9.63 \text{ J}$$

$$\frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{45 \text{ J} - 9.63 \text{ J}}{45 \text{ J}} = 0.786$$

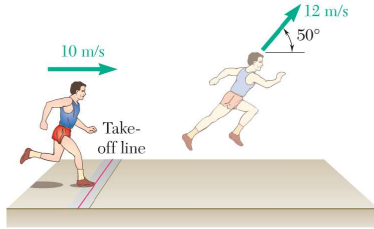
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

250

250

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

problem



The jumper approaches the takeoff line from the left with a horizontal velocity of 10 m/s, remains in contact with the ground for 0.18 s, and takes off at a 50° angle with a velocity of 12 m/s. Determine the average impulsive force exerted by the ground on his foot. Give your answer in terms of the weight W of the athlete.

ترجمة المثال :
الرياضي يصل الى خط الاقلاع من اليسار بسرعة أفقية تساوي 10m/sec ، يبقى متصلا بالارض لمدة 0.18sec ، ويقفز بزاوية 50 درجة بسرعة 12m/sec . أوجد متوسط القوة الدفعية المطبقة بواسطة الارض على قدمه . أكتب اجابتك بدلالة وزن الرياضي ؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

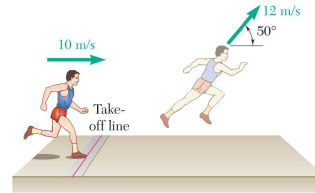
251

251

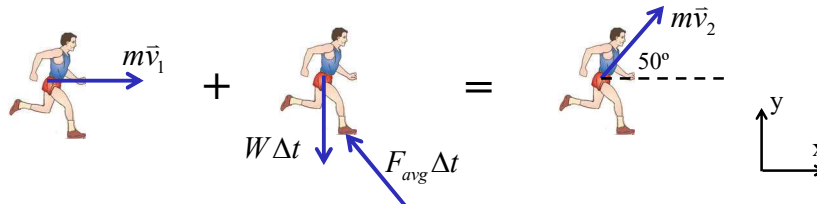
Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Given: $v_1 = 10 \text{ m/s}$, $v_2 = 12 \text{ m/s}$ at 50° ,
 $\Delta t = 0.18 \text{ s}$

Find: F_{avg} in terms of W



ارسم مخططات الدفع وكمية الحركة للقفاز



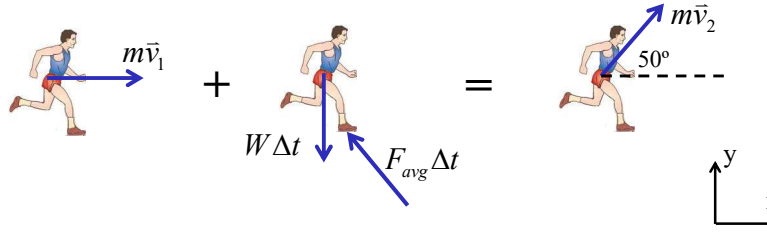
استخدم معادلة الدفع وكمية الحركة في اتجاه x و y لاجاد F_{avg}

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

- 252

252

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



$$m\vec{v}_1 + (\mathbf{F}_{avg} - \mathbf{W})\Delta t = m\vec{v}_2 \quad \Delta t = 0.18 \text{ s}$$

استخدم معادلة الدفع وكمية الحركة في اتجاه x و y لإيجاد $\mathbf{F}_{avg}$

$$\frac{W}{g}(10) + (-F_{avg-x})(0.18) = \frac{W}{g}(12)(\cos 50^\circ) \quad 0 + (F_{avg-y} - W)(0.18) = \frac{W}{g}(12)(\sin 50^\circ)$$

$$F_{avg-x} = \frac{10 - (12)(\cos 50^\circ)}{(9.81)(0.18)}W \quad F_{avg-y} = W + \frac{(12)(\sin 50^\circ)}{(9.81)(0.18)}W$$

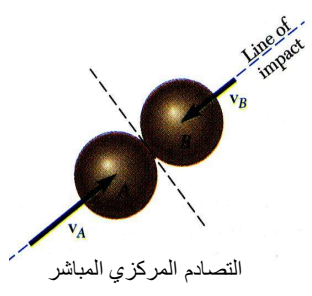
$$\mathbf{F}_{avg} = -1.295W \mathbf{i} + 6.21W \mathbf{j}$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 253

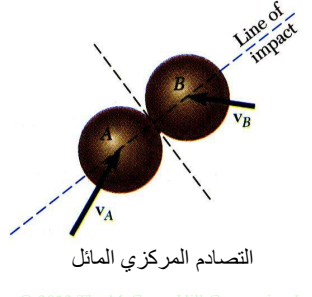
253

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Impact



التصادم المركزي المباشر



التصادم المركزي المائل

- **التصادم (Impact):** حدث بين جسمين يستمر لفترة زمنية قصيرة والذي تسلب فيه الاجسام قوى على بعضها البعض.
- **خط التصادم (Line of Impact):** هو الخط المشترك العمودي على أسطح التلامس خلال التصادم.
- **التصادم المركزي (Central Impact):** هو التصادم الذي يكون فيه مراكز الاجسام تقع على خط التصادم.
- **التصادم المباشر (Direct Impact):** هو التصادم الذي تكون فيه سرعة الاجسام المتصادمة موجهة على طول خط التصادم.
- **التصادم المائل (Oblique Impact):** هو التصادم الذي تكون فيه سرعة احد الاجسام المتصادمة او كلاهما في اتجاه غير اتجاه خط التصادم.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 254

254

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Direct Central Impact

التصادم المركزي المباشر

• جسمين يتحركان في نفس الخط المستقيم $v_A > v_B$

• بعد التصادم بفترة وجيزة يتم التغير في الشكل (التشوه) حتى تقف مساحة التلامس بين الكرتين عن الزيادة . عند هذا الحد تتحرك الكرتان بنفس السرعة u .

• خلال التلامس المتبقي فترة تعويض ، تنقص خلالها مساحة التلامس الى الصفر ، من الممكن ان ترجع الاجسام الى شكلها الاصلي أو يحدث لها تشوه دائم.

• إذا أردنا ايجاد السرعة النهائية لكل من الجسمين ، يمكن استخدام مبدأ كمية الحركة المخزنة.

$$m_A v_A + m_B v_B = m_A v'_A + m_B v'_B$$

• نلاحظ بأنه لدينا مجهولين في المعادلة ، فيجب علينا أن نحصل على علاقة أخرى بين سرعتين.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

255

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Direct Central Impact

التصادم المركزي المباشر

معامل التعويض

$e = \text{coefficient of restitution}$

$$e = \frac{\int R dt}{\int P dt} = \frac{u - v'_A}{v_A - u}$$

$0 \leq e \leq 1$

• فترة التشوه: $m_A v_A - \int P dt = m_A u$

• فترة التعويض: $m_A u - \int R dt = m_A v'_A$

• نجرى نفس التحليل على الجسم B .

• نقوم بمقارنة المعادلتين لإيجاد علاقة السرعة المحتاجة.

$$v'_B - v'_A = e(v_A - v_B)$$

• للتصادم اللدن تماماً $e = 0$: $v'_B = v'_A = v'$ $m_A v_A + m_B v_B = (m_A + m_B) v'$

• للتصادم المرن تماماً $e = 1$: $v'_B - v'_A = v_A - v_B$

تحفظ مجموع طاقتها ومجموع كمية حركتها

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

256

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Oblique Central Impact التصادم المركزي المائل

- السرعة النهائية للجسمين غير معروفة المقدار ولا الاتجاه. هنا نحتاج الى أربع معادلات للحل
- مركبة كمية الحركة المماسية تساوي الصفر ، إذن كمية الحركة في الإتجاه المماسي تكون محفوظة (تساوي ثابت) ..
- المركبة العمودية لمجموع كمية الحركة للجسمين مع بعض تكون محفوظة (تساوي ثابت).
- المركبات العمودية للسرعات النسبية قبل وبعد التصادم تكون مربوطة بعلاقة معامل التعويض .

$$(v_A)_t = (v'_A)_t \quad (v_B)_t = (v'_B)_t$$

$$m_A(v_A)_n + m_B(v_B)_n = m_A(v'_A)_n + m_B(v'_B)_n$$

$$(v'_B)_n - (v'_A)_n = e[(v_A)_n - (v_B)_n]$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 257

257

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Oblique Central Impact التصادم المركزي المائل

- الصندوق موجه لكي يتحرك في الاتجاه الأفقي فقط .
- الدفع ناتج من القوى الدفعية الداخلية $\vec{F}$ and $-\vec{F}$ على طول المحور n ، وناتج من القوى الدفعية الخارجية $\vec{F}_{ext}$ المسلطة بواسطة السطح الأفقي والموجهة على طول العمودي على السطح الأفقي .
- مقدار واتجاه السرعة النهائية للكرة تكون مجهولة ، وايضا مقدار السرعة النهائية للصندوق مجهولة . نحتاج الى ثلاثة معادلات .

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 258

258

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Oblique Central Impact التصادم المركزي المائل

- مركبة كمية الحركة المماسية للكرة تكون محفوظة تساوي ثابت . $(v_B)_t = (v'_B)_t$
- مجموع المركبات الأفقية لكمية الحركة للكرة والصندوق يكون محفوظ يساوي ثابت $m_A(v_A)_x + m_B(v_B)_x = m_A(v'_A)_x + m_B(v'_B)_x$
- المركبة العمودية للسرعات النسبية لكل من الصندوق والكرة تكون مربوطة بعلاقة معامل التعويض $(v'_B)_n - (v'_A)_n = e[(v_A)_n - (v_B)_n]$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 259

259

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
Problems Involving Energy and Momentum مسائل تتعامل مع الطاقة والكمية الحركة

• ثلاثة طرق لتحليل مسائل الكينيتيكا :-

- تطبيق مباشر لقانون نيوتن الثاني
- طريقة الشغل والطاقة
- طريقة الدفع وكمية الحركة

• اختر أفضل طريقة ملائمة لحل المسألة أو جزء من المسألة

مبدأ حفظ الطاقة مبدأ حفظ كمية الحركة مبدأ حفظ الطاقة

Conservation of energy Conservation of momentum Conservation of energy

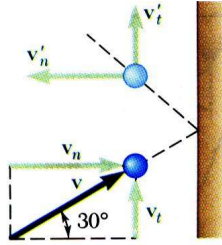
Impact: Relative velocities

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 260

260

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.14



A ball is thrown against a frictionless, vertical wall. Immediately before the ball strikes the wall, its velocity has a magnitude v and forms an angle of 30° with the horizontal. Knowing that $e = 0.90$, determine the magnitude and direction of the velocity of the ball as it rebounds from the wall.

ترجمة المثال :

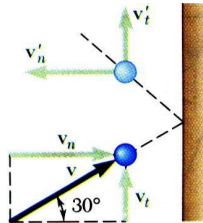
رميت كرة ضد حائط قائم عديم الاحتكاك . مباشرة قبل صدم الكرة الحائط ، كانت سرعتها لها مقدار يساوي v ومتجه بزاوية 30° درجة مع الأفقي . بمعلومية $e = 0.90$ ، اوجد مقدار واتجاه سرعة الكرة عند الارتداد؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

261

261

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



SOLUTION الحل:

• حلل مركبات السرعة الى مماسية وعمودية على الجدار .

$$v_n = v \cos 30^\circ = 0.866v \quad v_t = v \sin 30^\circ = 0.500v$$

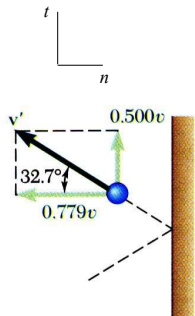
طبق مبدأ حفظ كمية الحركة في الاتجاه المماسي للكرة .

$$v'_t = v_t = 0.500v$$

• طبق معادلة معامل التعويض و بالتعويض عن سرعة الحائط بالصفر .

$$0 - v'_n = e(v_n - 0)$$

$$v'_n = -0.9(0.866v) = -0.779v$$



- السرعة بعد الاصطدام تميل بزاوية
- مقدارها 32.7° درجة على محور n السالب ،
- و 57.3° درجة على محور t الموجب.

$$\vec{v}' = -0.779v \vec{\lambda}_n + 0.500v \vec{\lambda}_t$$

$$v' = 0.926v \quad \tan^{-1}\left(\frac{0.779}{0.500}\right) = 32.7^\circ$$

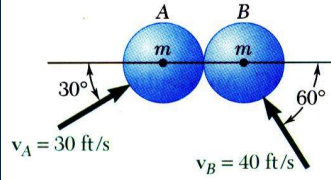
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

262

262

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.15



The magnitude and direction of the velocities of two identical frictionless balls before they strike each other are as shown. Assuming $e = 0.9$, determine the magnitude and direction of the velocity of each ball after the impact.

ترجمة المثال :

مقادير واتجاهات السرعات
لكرتين متماثلتين عديمتي
الاحتكاك قبل التصادم معطاة كما
هو موضح على الرسم . بفرض
أن $e=0.9$ ، اوجد مقدار واتجاه
كل من الكرتين بعد التصادم ؟

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

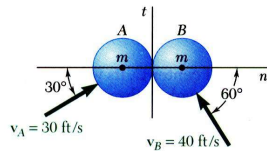
263

263

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

SOLUTION الحل:

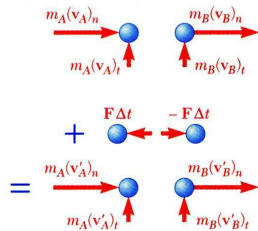
• حلل السرعات الى مركبات عمودية ومماسية للمستوى التلامس .



$$(v_A)_n = v_A \cos 30^\circ = 26.0 \text{ ft/s} \quad (v_A)_t = v_A \sin 30^\circ = 15.0 \text{ ft/s}$$

$$(v_B)_n = -v_B \cos 60^\circ = -20.0 \text{ ft/s} \quad (v_B)_t = v_B \sin 60^\circ = 34.6 \text{ ft/s}$$

• مركبة كمية الحركة المماسية لكل كرة يكون ثابت .



$$(v'_A)_t = (v_A)_t = 15.0 \text{ ft/s} \quad (v'_B)_t = (v_B)_t = 34.6 \text{ ft/s}$$

• مجموع كمية الحركة للكرات في اتجاه العمودي يكون ثابت

$$m_A(v_A)_n + m_B(v_B)_n = m_A(v'_A)_n + m_B(v'_B)_n$$

$$m(26.0) + m(-20.0) = m(v'_A)_n + m(v'_B)_n$$

$$(v'_A)_n + (v'_B)_n = 6.0$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

264

264

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

• السرعات العمودية النسبية للكرات مربوطة بمعامل التعويض .

$$-(v'_A)_n + (v'_B)_n = e[(v_A)_n - (v_B)_n]$$

$$= 0.90[26.0 - (-20.0)] = 41.4$$

• حل المعادلتين السابقتين انيا لايوجد السرعات بعد التصادم

$$(v'_A)_n = -17.7 \text{ ft/s} \quad (v'_B)_n = 23.7 \text{ ft/s}$$

$$\vec{v}'_A = +15 \vec{\lambda}_t - 17.7 \vec{\lambda}_n$$

$$v'_A = 23.20 \text{ ft/s} \quad \tan^{-1}\left(\frac{17.7}{15}\right) = 49.7^\circ$$

$$\alpha = 40.3^\circ$$

$$\vec{v}'_B = 34.6 \vec{\lambda}_t + 23.7 \vec{\lambda}_n$$

$$v'_B = 41.9 \text{ ft/s} \quad \tan^{-1}\left(\frac{23.7}{34.6}\right) = 34.4^\circ$$

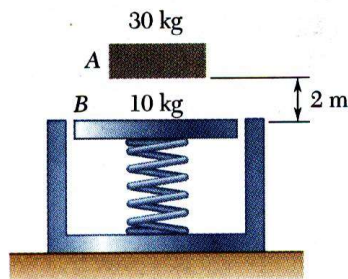
$$\beta = 55.6^\circ$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

265

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 13.17



A 30 kg block is dropped from a height of 2 m onto the 10 kg pan of a spring scale. Assuming the impact to be perfectly plastic, determine the maximum deflection of the pan. The constant of the spring is $k = 20 \text{ kN/m}$.

ترجمة المثال :

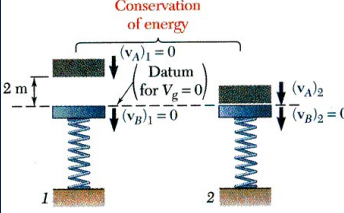
يرمي صندوق وزنه 30 كيلوجرام من ارتفاع 2 متر على صحن الزنبرك الذي يكون وزنه يساوي 10 كيلوجرام كما هو موضح بالشكل. افرض أن الصدم لدن تماما ($e=0$). أوجد انحراف الزنبرك نتيجة وزن الصحن المثبت عليه قبل عملية الاصطدام (X_3) ، و مقدار الانحراف الذي يتعرض له الزنبرك بعد حدوث الاصطدام (h). ثابت الزنبرك يساوي

؟ $k = 20 \text{ kN/m}$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

266

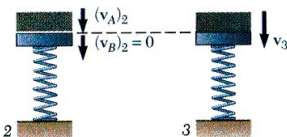
Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



Conservation of energy

Datum for $V_g = 0$

Impact: Total momentum conserved



SOLUTION الحل:

• طبق مبدأ حفظ الطاقة لإيجاد السرعة قبل لحظة التصادم مباشرة

$$T_1 = 0 \quad V_1 = W_A y = (30)(9.81)(2) = 588 \text{ J}$$

$$T_2 = \frac{1}{2} m_A (v_A)_2^2 = \frac{1}{2} (30) (v_A)_2^2 \quad V_2 = 0$$

$$T_1 + V_1 = T_2 + V_2$$

$$0 + 588 \text{ J} = \frac{1}{2} (30) (v_A)_2^2 + 0 \quad (v_A)_2 = 6.26 \text{ m/s}$$

• أوجد السرعة بعد التصادم بتطبيق مبدأ حفظ كمية الحركة لمنضومة الصندوق والصحن معا .

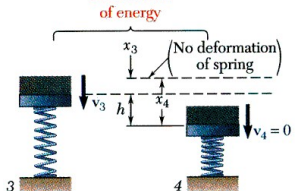
$$m_A (v_A)_2 + m_B (v_B)_2 = (m_A + m_B) v_3$$

$$(30)(6.26) + 0 = (30 + 10) v_3 \quad v_3 = 4.70 \text{ m/s}$$

267

267

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics



Conservation of energy

(No deformation of spring)

الانحراف الابتدائي في الزنبرك بسبب وزن الصحن

$$x_3 = \frac{W_B}{k} = \frac{(10)(9.81)}{20 \times 10^3} = 4.91 \times 10^{-3} \text{ m}$$

• طبق مبدأ حفظ الطاقة لإيجاد أقصى انحراف للزنبرك.

$$T_3 = \frac{1}{2} (m_A + m_B) v_3^2 = \frac{1}{2} (30 + 10) (4.7)^2 = 442 \text{ J}$$

$$V_3 = V_g + V_e$$

$$= 0 + \frac{1}{2} k x_3^2 = \frac{1}{2} (20 \times 10^3) (4.91 \times 10^{-3})^2 = 0.241 \text{ J}$$

$$T_4 = 0$$

$$V_4 = V_g + V_e = (W_A + W_B)(-h) + \frac{1}{2} k x_4^2$$

$$= -392(x_4 - x_3) + \frac{1}{2} (20 \times 10^3) x_4^2$$

$$= -392(x_4 - 4.91 \times 10^{-3}) + \frac{1}{2} (20 \times 10^3) x_4^2$$

$$T_3 + V_3 = T_4 + V_4$$

$$442 + 0.241 = 0 - 392(x_4 - 4.91 \times 10^{-3}) + \frac{1}{2} (20 \times 10^3) x_4^2$$

$$x_4 = 0.230 \text{ m}$$

$$h = x_4 - x_3 = 0.230 \text{ m} - 4.91 \times 10^{-3} \text{ m} \quad \boxed{h = 0.225 \text{ m}}$$

268

268

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
 الخلاصة للفصل الثالث (كينيتيكا الجسيمات - طرق الطاقة وكمية الحركة) Summary

منهجية مسائل الكينيتيكا

قوة - عجلة	سرعة - ازاحة	سرعة - زمن
↓	↓	↓
قانون نيوتن للحركة (الفصل السابق)	شغل - طاقة	الدفع - كمية الحركة
$\sum \vec{F} = m\vec{a}_G$	$T_1 + U_{1 \rightarrow 2} = T_2$	$m\vec{v}_1 + \int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = m\vec{v}_2$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 269

269

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

اختر وتمرن على بعض المسائل على
 الفصل الثالث عشر من الكتاب المدرسي

Practice makes perfect

نهاية الفصل الثالث

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 270

270

Tenth Edition

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Tenth Edition

CHAPTER 19

VECTOR MECHANICS FOR ENGINEERS: DYNAMICS

Ferdinand P. Beer
E. Russell Johnston, Jr.
Phillip J. Cornwell
Lecture Notes:
Brian P. Self
California Polytechnic State University



Mechanical Vibrations
الفصل الرابع والآخر
مقدمة بسيطة في الاهتزازات
الميكانيكية

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

271

271

Tenth Edition

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Contents

محتويات الفصل الرابع

[المقدمة](#)

[Introduction](#)

[الاهتزازات الحرة لجسيم : الحركة التوافقية البسيطة](#)

[Free Vibrations of Particles. Simple Harmonic Motion](#)

[مسألة 1.19](#)

[Sample Problem 19.1](#)

الفصل الأخير

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

- 272

272

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

المقدمة

Introduction

- الاهتزازات الميكانيكية: عبارة عن حركة جسيم أو جسم يتذبذب حول موضع التوازن. أغلبية الاهتزازات في الآلات والهياكل غير مرغوب فيها تسبب الاجهادات الزائدة والاهدار في الطاقة.
- فترة الاهتزاز: هي الفترة التي يحتاجها نظام ليكمل دورة كاملة من الحركة.
- يقاس تردد الاهتزازات بعدد الدورات لكل وحدة زمن.
- سعة الاهتزاز: عبارة عن أقصى إزاحة من موضع الاتزان للنظام.
- عندما تكون الحركة ناتجة من القوى المخزنة فقط في النظام، يعرف الاهتزاز كاهتزاز حر. وعندما تطبق قوة متكررة على نظام، تعرف الحركة على أساس انها اهتزاز قسري.
- عندما يكون تبديد الطاقة بالاحتكاك مهم، تعرف الحركة على أساس انها حركة بدون تخميد. في الحقيقة، كل الاهتزازات تكون مخمدة عند حد ما.

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

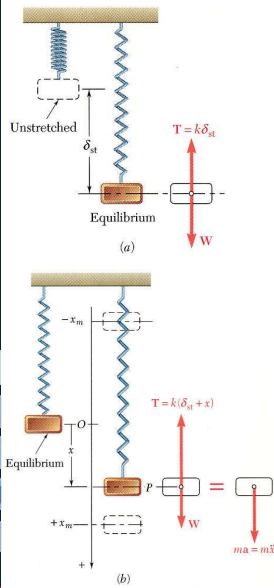
273

273

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

الاهتزاز الحر للجسيمات: الحركة التوافقية البسيطة

Free Vibrations of Particles. Simple Harmonic Motion



- إذا تم إزاحة جسيم مسافة x_m من موضع التوازن ومن ثم أطلق بدون سرعة، الجسيم سوف يحدث حركة توافقية بسيطة.

$$ma = F = W - k(\delta_{st} + x) = -kx$$

$$m\ddot{x} + kx = 0$$

- الحل العام للمعادلة السابقة هو مجموع الحلين الخاصين ويساوي:

$$x = C_1 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t\right) + C_2 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}} t\right)$$

$$= C_1 \sin(\omega_n t) + C_2 \cos(\omega_n t)$$

- x هو دالة التكرار و ω_n هو التردد الدائري الطبيعي للحركة.

- توجد الثوابت C_1 و C_2 بواسطة الشروط الابتدائية.

$$x = C_1 \sin(\omega_n t) + C_2 \cos(\omega_n t) \quad C_2 = x_0$$

$$v = \dot{x} = C_1 \omega_n \cos(\omega_n t) - C_2 \omega_n \sin(\omega_n t) \quad C_1 = v_0 / \omega_n$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

274

274

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
 Free Vibrations of Particles. Simple Harmonic Motion الاهتزاز الحر للجسيمات : الحركة التوافقية البسيطة

(a) (b)

$x = x_m \sin(\omega_n t + \phi)$ $x_m = \sqrt{(v_0/\omega_n)^2 + x_0^2} = \text{سعة الاهتزاز}$

$\phi = \tan^{-1}(v_0/x_0\omega_n) = \text{زاوية الطور}$

$\tau_n = \frac{2\pi}{\omega_n} = \text{فترة الاهتزاز}$ $f_n = \frac{1}{\tau_n} = \frac{\omega_n}{2\pi} = \text{التردد الطبيعي}$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 275

275

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics
 Free Vibrations of Particles. Simple Harmonic Motion الاهتزاز الحر للجسيمات : الحركة التوافقية البسيطة

• يمكن تمثيل منحنيات (سرعة-زمن و عجلة-زمن) بواسطة منحنيات الجيب لنفس الفترة لمنحني (موضع-زمن) ولكن باختلاف زاوية الطور.

$x = x_m \sin(\omega_n t + \phi)$ ← **الموضع**

$v = \dot{x}$
 $= x_m \omega_n \cos(\omega_n t + \phi)$
 $= x_m \omega_n \sin(\omega_n t + \phi + \pi/2)$ ← **السرعة**

$a = \ddot{x}$
 $= -x_m \omega_n^2 \sin(\omega_n t + \phi)$
 $= x_m \omega_n^2 \sin(\omega_n t + \phi + \pi)$ ← **العجلة**

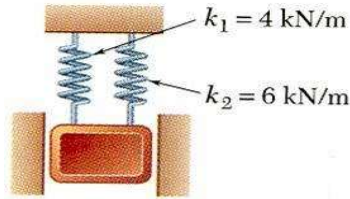
$a_{max} = x_{max} * \omega_n^2$ $v_{max} = x_{max} * \omega_n$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved. 276

276

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

Sample Problem 19.1



SOLUTION: ترجمة المسألة

- صندوق له وزن مقداره 50 كيلوجرام يتحرك بين موجهين عموديين كما هو موضح بالشكل. تم سحب الصندوق مسافة قدرها 40 ملليمتر للأسفل من موضع توازنها ومن تم إطلاقها.

• أوجد

• a- فترة الاهتزاز.

• b- أقصى سرعة للصندوق

• c- أقصى عجلة للصندوق.

A 50-kg block moves between vertical guides as shown. The block is pulled 40mm down from its equilibrium position and released.

Determine *a*) the period of the vibration, *b*) the maximum velocity of the block, and *c*) the maximum acceleration of the block.

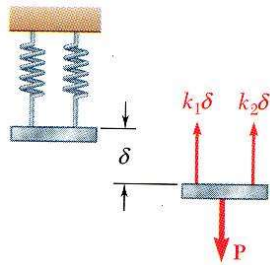
© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

277

277

Vector Mechanics for Engineers: Dynamics

$k_1 = 4 \text{ kN/m}$ $k_2 = 6 \text{ kN/m}$



SOLUTION: الحل

- النظام الزنبركي المتوازي

- أوجد الثابت الكلي للنظام الزنبركي.

- طبق العلاقات التقريبية للحركة التوافقية لنظام زنبرك-كتلة .

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{10^4 \text{ N/m}}{50 \text{ kg}}} = 14.14 \text{ rad/s}$$

$$\tau_n = \frac{2\pi}{\omega_n}$$

$$\tau_n = 0.444 \text{ s}$$

$$P = k_1\delta + k_2\delta$$

$$k = \frac{P}{\delta} = k_1 + k_2$$

$$= 10 \text{ kN/m} = 10^4 \text{ N/m}$$

$$v_m = x_m \omega_n$$

$$= (0.040 \text{ m})(14.14 \text{ rad/s})$$

$$v_m = 0.566 \text{ m/s}$$

$$a_m = x_m \omega_n^2$$

$$= (0.040 \text{ m})(14.14 \text{ rad/s})^2$$

$$a_m = 8.00 \text{ m/s}^2$$

© 2013 The McGraw-Hill Companies, Inc. All rights reserved.

278

278

اختر وتمرن على بعض المسائل
على الفصل التاسع عشر من
الكتاب المدرسي

Practice makes perfect

نهاية المنهج
لفصل الخريف

2025/2024

تمنيتي للجميع بالتوفيق والنجاح

Good luck on your Final
Exam