

الزمن : 3 ساعات

اليوم : الأحد (2023/2/5)

الامتحان النهائي لمقرر رياضة 3 (ع هـ 203)

أجب على جميع الأسئلة الآتية مع توضيح خطوات الحل على ان تكون إجابة كل سؤال في ورقة مستقلة به

(يمنع الإجابة بقلم الرصاص واستخدام الآلات الحاسبة)

السؤال الأول : (3 + 4 + 8) درجة

(a) عرف مايلي تعريفا رياضيا كاملا :

المصفوفة الجامدة - المصفوفة المميزة - المصفوفة القابلة للقطرية - أثر المصفوفة - الفضاء الذاتي

الاستقلال الخطي - بعد الفضاء الاتجاهي

(b) أوجد المصفوفة X التي تحقق العلاقة AX = B حيث $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 2 \\ 4 & -5 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \\ -11 \end{bmatrix}$ (c) أكتب العدد $C = -1 + \sqrt{3}i$ على الصورة القطبية

السؤال الثاني : (5 + 5 + 5) درجة

(a) باستخدام خواص المحددات وبدون فك المحدد أثبت ان $\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & cb & c^2+1 \end{vmatrix} = a^2 + b^2 + c^2 + 1$ (b) اذا كانت $W = \{V_1, V_2, V_3\}$ مجموعة جزئية في R^3 حيث $V_1 = (1, 2, -3)$, $V_2 = (-3, 1, 1)$, $V_3 = (2, 11, -1)$ هل W تكون اساسا للفضاء R^3 أم لا ؟(c) باستخدام نظرية كايلي هاملتون أوجد B^{-1} حيث $B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$

السؤال الثالث : (3 + 6 + 6) درجة

(a) باستخدام طريقة كرايمر اثبت ان المعادلات الآتية متوافقة ولها اكثر من حل ؟ ثم أوجد الحل الخاص عندما $X = 1$

$$Z + X + Y = 5, \quad 2X - 2Y + 3Z = 4, \quad 10Y - 2X - 5Z = 8$$

(b) أوجد القيم الذاتية والمتجهات الذاتية للمصفوفة $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$ ثم بين اذا كانت المتجهات مستقلة أم مرتبطة خطيا ؟(c) أوجد قيمة a التي تجعل المتجه $V = (1, 2, a)$ تركيبة خطية من المتجهين $V_1 = (2, -1, -5)$, $V_2 = (3, 0, -2)$

السؤال الرابع : (3 + 6 + 6) درجة

(a) اذا كانت القيم الذاتية للمصفوفة A هي $2, 8, 4$ وكانت متجهاتها الذاتية المناظرة لها على الترتيب هيأوجد المصفوفة A $(1, 2, 1)$, $(3, 0, 1)$, $(0, 1, 0)$

(b) أوجد بعد وأساس الفضاء الجزئي W المتولد بواسطة المتجهات

 $(1, -2, 5, -3)$, $(2, 3, 1, -4)$, $(3, 8, -3, -5)$ ثم أوجد اساسية فضاء الصف , اساسية فضاء العمود ؟(c) اذا كانت $M = \{f : f = 2 + f(1)\}$ بين ما اذا كانت M فضاء جزئيا من $C[a, b]$