

فصل الخريف 2025-2026

كلية الهندسة - جامعة مصراتة
القسم / العام
الزمن / 90 دقيقة

الامتحان الجزئي الأول لمقرر / رياضة 3 - رمز المقرر هـ ع 203

التاريخ / 2025/11/04

اسم الطالب:

رقم القيد:

ملاحظات:

- أجب علي جميع الأسئلة الآتية:
- يمنع استخدام الآلة الحاسبة.
- ضرورة استخدام قلم الحبر.
- يرجى كتابة كل سؤال في ورقة منفردة.

السؤال الأول: (5 درجات)

أ- إذا كان $z_1 = 1 + i$ ، $z_2 = \sqrt{2}i$ أوجد قيمة $\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^4$.

ب- إذا كان $\begin{vmatrix} a+4+2c & 1 \\ b+2d+1 & 2 \end{vmatrix} = 20$ ، $\begin{vmatrix} a & 1 \\ b & 2 \end{vmatrix} = 5$ أوجد قيمة $\begin{vmatrix} c & 1 \\ d & 2 \end{vmatrix}$.

ج- إذا كان $BA = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -3 & -5 \end{bmatrix}$ أوجد المصفوفة X التي تحقق $AXB = I$.

السؤال الثاني: (5 درجات)

أ- باستخدام العمليات الصفية الأولية أوجد B^{-1} ، $r(B)$

$B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & -1 & 4 \\ 4 & 3 & -2 \end{bmatrix}$ إذا كانت $\rightarrow +1 \begin{vmatrix} -1 & 4 \\ 3 & -2 \end{vmatrix} - 2 \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} + 3 \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$

ب- إذا كان $Z_1 = \frac{1}{2}(1 + i \tan \frac{\pi}{3})$ ، $Z_2 = (2i \sin 15 \cos 15 + \cos 30)$ أوجد $(Z_1 \cdot Z_2)^2$

السؤال الثالث: (5 درجات)

أ- باستخدام خواص المحددات اثبت أن $\begin{vmatrix} a^2+1 & ab & ac \\ ab & b^2+1 & bc \\ ac & cb & c^2+1 \end{vmatrix} = a^2 + b^2 + c^2 + 1$

ب- أوجد قيم x, y إذا كان $x^2 + xyi + 1 = \frac{x^2 + 14x + 53}{x - 2i + 7}$

جامعة مصراتة - كلية الهندسة - القسم العام

الامتحان الجزئي الثاني لمقرر رياضة 3 لفصل الخريف 2025/2026م

يوم الثلاثاء 2025/12/9م

الزمن: 90 دقيقة

ملاحظة : غير مسموح استخدام الآلة الحاسبة , غير مسموح الإجابة بقلم الرصاص .

أجب عن جميع الأسئلة الآتية مبينا خطوات الحل

س1. باستخدام طريقة كرامر أوجد حل المنظومة الخطية الآتية:

$$x + y + 2z - 5w = 3$$

$$2x + 5y - z - 9w = -3$$

$$2x + y - z + 3w = -11$$

$$x - 3y + 2z + 7w = -5$$

(4 درجات)

س2. بين : هل المجموعة $w = \{ f(x) \in C[1,5] : f(x) = f(6-x) \}$

تكون فضاءاً ييزانياً من قضاة المتجهات $C[1,5]$ أم لا ؟

(3 درجات)

س3. إذا كانت $T: R^3 \rightarrow R^2$ تحويل خطي بحيث $S = \{v_1, v_2, v_3\}$ تشكل قاعدة

في R^3 بحيث $v_1 = (1,2,3)$, $v_2 = (2,5,3)$, $v_3 = (1,0,10)$

$$T(v_1) = (1,0) , T(v_2) = (1,0) , T(v_3) = (0,1)$$

أوجد صيغة التحويل الخطي ؟ ثم احسب $T(1,1,1)$.

(4 درجات)

س4. هل المجموعة $S = \{t^2 + 1, t - 1, 2t + 2\}$ تكون أساساً لفضاء متجهات

كثيرات الحدود $P_2(t)$ أم لا ؟

(4 درجات)

انتهت الأسئلة ... بالتوفيق للجميع

ملاحظات:

- اجب على جميع الاسئلة الآتية موضعا خطوات الحل
- غير مسموح باستخدام الآلة الحاسبة
- الإجابة بقلم الحبر
- درجتان على تنظيم الإجابة ونظام الكراسة

السؤال الأول: (3+3+3 درجات)

أ- اختصر مايتاتي في أبسط صورة
$$\frac{(3+4i)^5(1-i)^{10}}{(6+8i)^5}$$

ب- باستخدام مبرهنة ديموفار أوجد الجذور الأربعة للعدد المركب $-8 + 8\sqrt{3}i$

ج- اذا كان $Z^2 - \bar{Z}^2 = 6i$, $Z - \bar{Z} = 3i$ أوجد Z (عدد مركب)

السؤال الثاني: (4+4 درجات)

أ - عرف المصفوفة المتعامدة ؟ ثم بين ما اذا كانت المصفوفة $A = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} -12 & -5 \\ 5 & -12 \end{bmatrix}$ مصفوفة متعامدة أم لا ؟

ب - عرف أثر المصفوفة ؟ ثم أوجد قيمة x من المعادلة $x \text{Tr}(xI_n - 2A) + 3 = 0$

حيث
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 4 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

السؤال الثالث: (5+4 درجات)

أ - أوجد قيمة a التي تجعل النظام الخطي $(aI_n - A)X = 0$ له عدد لانهائي من الحلول

حيث
$$A = \begin{bmatrix} 2 & 6 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

ب - باستخدام طريقة جوردان أوجد حل المنظومة الآتية :

$$x + i^3y = 4i^4 , \quad 2i^8x + 4i^5y = 2$$

السؤال الرابع (4+4 درجات)

أ- إذا كانت $W = \{ (x, y) \in R^2 : y = \sqrt{2} x \}$

هل المجموعة W تمثل فضاء جزئي من فضاء المتجهات R^2 على الأعداد الحقيقية أم لا ؟

ب - أوجد قيمة K التي تجعل المتجهين $(2, -5, 4)$, $v = (1, K, -3)$ متعامدين ؟

السؤال الخامس : (4+4 درجات)

أ- اكتب نص مبرهنة كايلى هاملتون وطبقها على المصفوفة $\begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

ب- ليكن $v_1 = (1, -5, 7)$, $v_2 = (2, -4, -1)$, $v_3 = (1, -3, 2)$ متجهات في R^3 .

اكتب المتجه $W = (2, -5, 3)$ كتراكيب خطي من المتجهات v_1, v_2, v_3

السؤال السادس : (2+3+3 درجات)

إذا كان $T = R^2 \rightarrow P_2(R)$ بحيث ان $T(1,0) = 1 + x$, $T(2,4) = -1 + x - 3x^2$,

أ- اثبت ان $\{ (1,0) , (2,4) \}$ قاعدة (أساس) للفضاء R^2 ؟

ب- أوجد صيغة التحويل الخطي T ؟

ج- أوجد $T(3, -2)$ ؟

السؤال السابع : (5 + 3 درجات)

إذا كان للمصفوفة المربعة A القيم الذاتية $1, 4, -1$ والمتجهات الذاتية المناظرة لها $(1, -1)$, $(2, 3)$ على التوالي x_2 x_1 v_2 v_1

أ- أوجد المصفوفة A

ب- أوجد المصفوفة A^{10}